



公务员录用考试华图名家讲义系列教材

全新升级
第7版

数量关系 模块宝典

编著：李委明

审定：华图公务员考试研究中心

- | | |
|----------|----------|
| ⑤ 大推理题型 | 系统剖析精准定位 |
| ⑦ 大运算模块 | 完全覆盖深度细分 |
| ⑩ 大秒杀技巧 | 迅雷掩耳立竿见影 |
| ① 百余核心提示 | 考点命脉一网打尽 |
| ① 千道最新真题 | 精心改版全面升级 |



超值赠送

华图网校价值

49

元名师模块课程专用代金券



教育科学出版社

ESPH

Educational Science Publishing House



公务员录用考试华图名家讲义系列教材

全新升级
第7版

数量关系 模块宝典

SHULIANG GUANXI MOKUAI BAODIAN

编著：李委明

审定：华图公务员考试研究中心

教育科学出版社
· 北 京 ·

出版人 所广一
责任编辑 王玉栋 张新国 孟 丹
版式设计 贾艳凤
责任校对 贾静芳
责任印制 曲凤玲

图书在版编目(CIP)数据

数量关系模块宝典/李委明编著. —7 版. —北京:教育科学出版社,2012.5

公务员录用考试华图名家讲义系列教材

ISBN 978-7-5041-6457-5

I. ①数… II. ①李… III. ①公务员—招聘—考试—中国—自学参考资料②行政管理—能力倾向测验—中国—自学参考资料 IV. ①D630.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 080352 号

出版发行 教育科学出版社

社 址 北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号

邮 编 100101

传 真 010-64891796

市场部电话 010-64989009

编辑部电话 010-64981329

网 址 <http://www.esph.com.cn>

经 销 各地新华书店

制 作 北京华图宏阳图书有限公司

印 刷 三河市冠宏印刷装订厂

开 本 850 毫米×1168 毫米 1/16

印 张 21.5

字 数 688 千字

版 次 2012 年 5 月第 7 版

印 次 2012 年 5 月第 1 次印刷

定 价 42.00 元

如有印装质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

从“龟兔四跑”谈起

(第七版序)

在开始复习备考之前,先跟大家讲一个古老的故事:

大家都听过龟兔赛跑的故事,敏捷的兔子和缓慢的乌龟进行赛跑,但是兔子因为在路上偷懒睡着了,所以乌龟赢得了比赛。比赛结束后,兔子不服气,强烈要求再赛一次。于是,有了第二次赛跑。

第二次比赛中,兔子没有睡觉,一下子跑到终点,然而兔子还是输了。为什么呢?因为兔子没有听清楚乌龟规定的比赛要求,结果跑错了方向,当然还是输了。知道结果后,兔子感觉很委屈,更加不服气了,倔强地要求再加赛一场,乌龟又同意了。于是,才有了第三次“龟兔赛跑”。

第三次比赛中,兔子没有偷懒睡觉,也没有跑错方向,不过,兔子最后还是输了。这又是为什么呢?原因在于这次的路线,中间有一条河,兔子因为不会游泳而停下了。乌龟则慢慢悠悠地赶来,游了过去,取得了最后的胜利。

几年前,钟君老师讲述这样一个有趣的故事告诉大家:乌龟之所以在三次比赛中取得胜利,一是因为具有不偷懒的勤奋精神;二是因为掌控了正确的方向;三是因为具有游泳的技巧。同样的道理下,我们要想在某次考试中取得成功,不仅需要勤奋备考,更要把握考试的正确思维方向,还要熟练掌握相应的应试技巧。

读完上面的故事,相信很多考生都会有一些感触,或许我们当中就有很多人有着与兔子相同或相似的失败经历,我们因为不用功、不明方向或不懂技巧而在考场上败走麦城、名落孙山。

然而,我们看到的不应该仅仅是一只“懒惰”和“蛮干”的兔子,更是一只知错就改、屡败屡战、永不言输的兔子。这只倔强的兔子在此之后便苦练游泳,再次向乌龟发起了挑战,终于在第四次“龟兔赛跑”中取得了最后的胜利。赢得胜利的兔子已经不再是当年争强好胜却又高傲自大的兔子了,成熟中多了些许谦逊,稳重下又有几分淡定,兔子赢得的不是一场简单的胜利,更是对人生和奋斗更高的领悟。

在我们的人生经历当中,没有人可以一帆风顺,谁都会遇到挫折。有很多人在挑战前妥协了,也有很多人在平淡的生活中失去了斗志,但更有人在命运面前昂起了头颅,以坚忍不拔的精神追求更高的自我成就,成功只会属于那些真正“渴望成功”的人。

在我们的公考中,复习备考固然重要,但更重要的是先要有一个坚定的目标和不动摇的信念,在这个信念下我们才能激起万分的斗志,不至于买了一套书却只翻了每本书的前几十页,买了网络课程到了考试都还没看完,或者报班学习回来两个月都没重新复习讲义。要知道,方法固然重要,精神更是前提!试想,如果兔子没有追求胜利的信念,没有渴望成功的意

志,它就绝对不会有战胜乌龟、战胜自我的那一刻。

上面这些,既是这么多年来很多考生朋友公考经历给我的感触,也是自己对人生和追求的一点小小领悟,下面送一小段话,与大家共勉:

如果你有梦想,千万不要停止自己追逐的步伐,梦想不是响彻云霄的宣言,而是意志坚定的信念。不要为自己找太多的借口,世界对大家都是公平的,如果你总是感叹命运的偏心而丧失了斗志,那你注定了平庸;如果你天天抱怨挤不出时间,你只要回头细心算算,过去的一年里,到底有多少时间原本是可以被节省下来的。其实成功远比你想象当中来得容易,只需要在你能力范围之内,做到所有你应该做到的事情,尽管如此,你可能仍然没有做到。

再次热情邀请大家光临我的博客(<http://blog.sina.com.cn/lwmgk>),上面有最新考试动态、最新真题和精选方法技巧,大家还可以在我的微博(<http://t.sina.com.cn/lwmgk>)上留言,给我提出宝贵的意见。最后,感谢陶昶安、李小光、贾文博三位老师替我做的很多基础性工作。

还是那句话:祝大家公考题名,心想事成!

李委明

2012年3月15日于清华园

目 录

上篇 数学运算

第一章 代入与排除法	1	第六章 计数问题模块	86
第一节 直接代入法	1	第一节 容斥原理	86
第二节 倍数特性法	4	第二节 排列组合	92
第三节 综合特性法	11	第三节 概率问题	104
第二章 转化与化归法	17	第四节 抽屉原理	109
第一节 化归为一法	17	第五节 指数增长	111
第二节 比例假设法	20	第七章 比例计算模块	113
第三节 工程问题	23	第一节 溶液问题	113
第三章 典型解题技巧	31	第二节 牛吃草问题	117
第一节 十字交叉法	31	第三节 钟表问题	126
第二节 构造设定法	33	第八章 初等数学模块	131
第三节 极端思维法	36	第一节 约数倍数问题	131
第四节 枚举归纳法	39	第二节 多位数问题	134
第五节 逆向分析法	42	第三节 余数同余问题	139
第四章 方程与不等式	45	第四节 平均数值问题	142
第一节 基本方程思想	45	第五节 星期日期问题	146
第二节 不定方程与不定方程组	52	第六节 循环周期问题	150
第三节 不等式思想	57	第九章 行程问题模块	153
第四节 盈亏与鸡兔同笼问题	61	第一节 基础行程问题	153
第五节 和差倍比问题	64	第二节 拓展行程问题	159
第五章 基础运算模块	67	第三节 相对速度问题	164
第一节 常规计算问题	67	第四节 典型行程模型	172
第二节 典型运算模型	71	第十章 几何问题模块	179
第三节 运算拓展题型	75	第一节 几何公式法	179
第四节 数列综合运算	80	第二节 割补平移法	184



第三节 几何特性法	189
第四节 中学几何问题	194
第五节 几何边端问题	198
第十一章 趣味杂题模块	206
第一节 比赛问题	206

第二节 年龄问题	207
第三节 统筹问题	210
第四节 过河爬井问题	219
第五节 趣味推断问题	220
第六节 经济利润问题	224

下篇 数字推理

第一章 基础知识与基本思维	228
第一节 基础数列	228
第二节 数列试错	231
第三节 因数分解	233
第四节 题型概览	239
第二章 多级数列	241
第一节 二级数列	241
第二节 三级数列	248
第三节 商和多级数列	251
第四节 拓展多级数列	255
本章习题训练	258
第三章 多重数列	262
第一节 交叉数列	262
第二节 分组数列	264
第三节 机械分组	267
本章习题训练	269
第四章 分数数列	272
第一节 基础技巧数列	272

第二节 反约分型数列	275
第三节 分数拓展数列	278
本章习题训练	280
第五章 幂次数列	284
第一节 基础幂次数列	284
第二节 幂次修正数列	287
本章习题训练	291
第六章 递推数列	294
第一节 递推基本形态	294
第二节 整体趋势法	299
第三节 递推联系法	304
第四节 递推拓展题型	311
本章习题训练	312
第七章 图形数列	316
第一节 圆圈题	316
第二节 九宫格	320
第三节 题型拓展	323
本章习题训练	330

上篇 数学运算

第一章 代入与排除法

第一节 直接代入法

一、题型评述

数学运算试题都是四选一的单项选择题,将选项直接代入进行验证,显然是一种准确、高效并且易于操作的方法。很多试题,正面求解相当困难,但结合选项来看却相当容易。“答案选项”永远是整个试题的有机组成部分,孤立地看题干而忽略选项是考生答题时最大的误区之一。

二、破题密钥

“直接代入法”广泛运用于多位数问题、不定方程问题、同余问题、年龄问题、周期问题、复杂行程问题、和差倍比问题等。这种方法不仅可以单独使用,达到一招制胜的效果,还可以与其他方法结合使用。

三、例题精析

【例 1】(浙江 2011—55)甲、乙各有钱若干元,甲拿出 $\frac{1}{3}$ 给乙后,乙再拿出总数的 $\frac{1}{5}$ 给甲,这时他们各有 160 元。问甲、乙原来各有多少钱? ()

- A. 120 元, 200 元 B. 150 元, 170 元 C. 180 元, 140 元 D. 210 元, 110 元

[答案] C

[解析] 代入验证是最快速有效的方法,排除 A、B 后,发现 C 项满足条件。

【例 2】(广东 2011—10)一个产品生产线分为 a、b、c 三段,每个人每小时分别完成 10、5、6 件,现在总人数为 71 人,要使得完成的件数最大,71 人的安排分别是()。

- A. 14 : 28 : 29 B. 15 : 31 : 25 C. 16 : 32 : 23 D. 17 : 33 : 21

[答案] B

[解析] 直接依次代入四个选项,计算分别可以完成 140、150、138、126 件,故选择 B。

[点睛] 一条生产线的生产能力取决于速度最慢的那一段,所以代入时取最小值。

【例 3】(江苏 2011C—33)4 辆车运送货物,每辆车可运送 16 次;7 辆车运送,每辆车可运送 10 次,设增加的车辆数与运送减少的次数成正比且每次运送货物相等,运送货物总量最多是多少车次? ()

- A. 74 B. 72 C. 68 D. 64

[答案] B

[解析] $4 \times 16 = 64$ (车次), $7 \times 10 = 70$ (车次),故最多车次货物一定大于等于 70 车次,排除 C、D 选项。A 选项 74 只能分解成 37×2 ,差值显然不成比例,故只能选择 B 选项。

【例 4】(河北政法 2010—7)已知:若 $\bigcirc + \triangle = 12$, $\triangle + \triangle + \bigcirc = 15$,那么 $\bigcirc = ?$, $\triangle = ?$ ()

- A. 6, 6 B. 7, 5 C. 9, 3 D. 8, 4





[答案] C

[解析] 直接代入验算即可。

[点睛] 本题还可以把○当做 x , 把△当做 y , 通过解方程组来完成答题。

【例 5】(广东 2010-8)有一些信件至少有 15 封, 把它们平均分成三份后还剩 2 封, 将其中两份平均三等分还多出 2 封, 问这些信件至少有多少封? ()

- A. 20 B. 26 C. 23 D. 29

[答案] C

[解析] 从最小数字开始代入。A 选项, 20 三等分, 每份为 6, 两份为 12, 三等分没有剩余, 排除; C 选项, 23 三等分, 每份为 7, 两份为 14, 再三等分正好多 2 份, 选择 C。

【例 6】(江苏 2012C-26)经技术改进, A、B 两城间列车的运行速度由 150 千米/时提升到 250 千米/时, 行车时间因此缩短了 48 分钟, 则 A、B 两城间的距离为()。

- A. 291 千米 B. 300 千米 C. 310 千米 D. 320 千米

[答案] B

[解析] 直接代入验证即可, 但根据题干速度和选项数字, 我们应该优先选择最简单的数字, 即 B 选项的 300 千米, $300 \div 150 = 2$ (小时), $300 \div 250 = 1.2$ (小时), 两者相差 0.8 小时, 正好是 48 分钟, 选择 B。

【例 7】(北京社招 2010-81)将大米 300 袋、面粉 210 袋和食用盐 163 袋按户分给某受灾村庄的村民, 每户分得的各种物资相等且均为整数袋, 余下的大米、面粉和食用盐的袋数之比是 1:3:2, 则该村有多少户村民? ()

- A. 7 B. 9 C. 13 D. 23

[答案] D

[解析] 直接代入。A 选项, 7 户村民, 面粉正好发完, 排除; B 选项, 9 户村民, 大米和面粉都剩 3 袋, 排除; C 选项, 13 户村民, 大米、面粉分别剩 1、2 袋, 排除; D 选项, 23 户村民, 大米、面粉、食用盐分别剩 1、3、2 袋, 满足条件, 选择 D。

【例 8】(上海 2011A-56)甲、乙两厂生产同一种玩具, 甲厂生产的玩具数量每个月保持不变, 乙厂生产的玩具数量每个月增加一倍。已知今年 1 月份甲、乙两厂生产的玩具的总数是 98 件, 2 月份甲、乙两厂生产的玩具的总数是 106 件, 那么乙厂今年生产的玩具数量总和第一次超过甲厂生产的玩具数量总和是在()月份。

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

[答案] A

[解析] 设甲厂每个月生产 x 件, 乙厂 1 月份生产 y 件, 则:

$$\begin{cases} x+y=98 \\ x+2y=106 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=90 \\ y=8 \end{cases}$$

我们将选项从小到大代入。7 月时, 甲一共生产了 $90 \times 7 = 630$ (件), 乙一共生产了 $(8+16+32+64+128+256+512)$ 件, 很明显大于 630, 说明 7 月份乙已经超过了甲, 选择 A。

[点睛] 很明显, 本题最后一步如果不使用代入法, 计算会非常复杂。

【例 9】(山西政法 2009-104)体育课上, 全班同学站成一排按 1 至 5 报数, 凡报到 5 的同学出列。余下的同学仍按 1 至 5 报数, 同样报到 5 的同学出列。这样进行了 6 轮, 还剩下 19 人, 则全班共有多少人数可能为()。

- A. 114 B. 82 C. 74 D. 66

[答案] D

[解析] 直接代入, 报 5 的人数应该是“总数除以 5, 再取其整数部分”。

A 选项: $114(-22) \rightarrow 92(-18) \rightarrow 74(-14) \rightarrow 60(-12) \rightarrow 48(-9) \rightarrow 39(-7) \rightarrow 32$, 排除 A。



B 选项: $82(-16) \rightarrow 66(-13) \rightarrow 53(-10) \rightarrow 43(-8) \rightarrow 35(-7) \rightarrow 28(-5) \rightarrow 23$, 排除 B。

C 选项: $74(-14) \rightarrow 60(-12) \rightarrow 48(-9) \rightarrow 39(-7) \rightarrow 32(-6) \rightarrow 26(-5) \rightarrow 21$, 排除 C。

D 选项: $66(-13) \rightarrow 53(-10) \rightarrow 43(-8) \rightarrow 35(-7) \rightarrow 28(-5) \rightarrow 23(-4) \rightarrow 19$, 选择 D。

[点睛] 上述代入的过程中, C 选项可以接着 A 选项的中间过程代入, D 选项可以接着 B 选项的中间过程代入。本题不可以用逆推法, 因为逆推的结果是不唯一的。

四、强化练习

[习题 01] (四川 2008-7) 两个数各加 2 的比为 $3:2$, 两个数各减 4 的比为 $2:1$, 问这两个数各是多少? ()

- A. 16, 10 B. 14, 12 C. 16, 8 D. 18, 10

[习题 02] (内蒙古 2008-11) 甲、乙、丙、丁四个数的和是 43, 甲数的 2 倍加 8, 乙数的 3 倍, 丙数的 4 倍, 丁数的 5 倍减去 4, 都相等, 问这四个数分别是多少? ()

- A. 14, 12, 8, 9 B. 16, 12, 9, 6 C. 11, 10, 8, 14 D. 14, 12, 9, 8

[习题 03] 一个两位数除以 5 余 3, 除以 7 余 5, 这个数最大是 ()。

- A. 33 B. 37 C. 68 D. 72

[习题 04] (北京应届 2009-22) 1 分、2 分和 5 分的硬币共 100 枚, 价值 2 元, 如果其中 2 分硬币的价值比 1 分硬币的价值多 13 分, 那么三种硬币各多少枚? ()

- A. 51, 32, 17 B. 60, 20, 20 C. 45, 40, 15 D. 54, 28, 18

[习题 05] (安徽 2008-7) 一个袋子里放着各种颜色的小球, 其中红色球占 $\frac{1}{4}$, 后来又往袋子里放了 10 个红球, 这时红球占总数的 $\frac{2}{3}$, 问原来袋子里有多少个球? ()

- A. 8 B. 12 C. 16 D. 20

[习题 06] (北京社招 2009-13) 某个三位数的数值是其各位数字之和的 23 倍。这个三位数为 ()。

- A. 702 B. 306 C. 207 D. 203

[习题 07] (北京社招 2007-17) 装某种产品的盒子有大、小两种, 大盒每盒能装 11 个, 小盒每盒能装 8 个, 要把 89 个产品装入盒内, 要求每个盒子都恰好装满, 需要大、小盒子各多少个? ()

- A. 3, 7 B. 4, 6 C. 5, 4 D. 6, 3

[习题 08] (河北选调 2009-58) 甲、乙各有书若干本, 若甲给乙 8 本, 则乙比甲所剩的书多 3 倍, 若乙给甲 7 本, 则甲、乙两人书的数量相等, 那么甲、乙各有多少本书? ()

- A. 甲 18 本, 乙 32 本 B. 甲 20 本, 乙 34 本
C. 甲 23 本, 乙 37 本 D. 甲 24 本, 乙 38 本

[习题 09] (山西 2009-101) 金放在水里称, 重量减轻 $\frac{1}{19}$; 银放在水里称, 重量减轻 $\frac{1}{10}$ 。一块金银合金重 770 克, 放在水里称, 共减轻了 50 克。这块合金含金银各多少克? ()

- A. 380, 390 B. 475, 295 C. 530, 240 D. 570, 200

[习题 10] A、B、C 三件衬衫的总价格为 520 元, 分别按 9.5 折、9 折、8.75 折出售, 总价格为 474 元, A、B 两件衬衫的价格比 $5:4$, A、B、C 三件衬衫的价格分别是多少元? ()

- A. 250, 200, 70 B. 200, 160, 160 C. 150, 120, 250 D. 100, 80, 340

[习题 11] (浙江 2012-48) 如果方程 $2x^3 + ax^2 - 5x - 2 = 0$ 有一个根为 1, 则 a 等于多少? ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



五、习题简析

[习题 01] A [简析] 直接代入,发现 A 满足条件。

[习题 02] D [简析] 直接代入,只有 D 满足条件。

[习题 03] C [简析] 从最大数字开始代入;D 不满足,C 满足。

[习题 04] A [简析] 直接代入,只有 A 满足“2 分硬币的价值比 1 分硬币的价值多 13 分”的条件。

[习题 05] A [简析] 直接代入,发现 A 满足条件。

[习题 06] C [简析] 很明显: $702 \neq 23 \times 9$, $306 \neq 23 \times 9$, $207 = 23 \times 9$, $203 \neq 23 \times 5$ 。选择 C。

[习题 07] A [简析] A 选项: $3 \times 11 + 7 \times 8 = 89$ (个),符合条件。

[习题 08] A [简析] 直接代入即可。注意“多 3 倍”即“4 倍”的意思。

[习题 09] D [简析] A 选项,减轻了 $380 \div 19 + 390 \div 10 = 20 + 39 \neq 50$,排除;B 选项,减轻了 $475 \div 19 + 295 \div 10 = 25 + 29.5 \neq 50$,排除;C 选项,减轻了 $530 \div 19 + 240 \div 10$,不能除尽,排除;D 选项,减轻了 $570 \div 19 + 200 \div 10 = 30 + 20 = 50$,选择 D。

[习题 10] B [简析] 直接代入。经过简单计算,三件衬衫分别便宜了 $\frac{1}{20}$ 、 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{8}$,总共便宜了 $520 - 474 = 46$ (元)。A 选项, $250 \div 20 + 200 \div 10 + 70 \div 8$,显然不是整数,排除;B 选项, $200 \div 20 + 160 \div 10 + 160 \div 8 = 10 + 16 + 20 = 46$ (元),选择 B。

[习题 11] C [简析] 将 $x=1$ 代入原方程,等式成立,故有 $2+a-5-2=0$,得到 $a=5$,选择 C。

第二节 倍数特性法

一、题型评述

“倍数特性法”是一种特殊的“代入排除法”,也是代入排除法中最重要的内容。这种方法是通过正确答案所应该满足的某种倍数特性来直接锁定答案。熟练运用本方法最关键的要点,就是牢牢掌握各种倍数关系的性质和判定方法。

二、破题密钥

2、4、8 整除及余数判定基本法则

1. 一个数能被 2(或 5)整除,当且仅当其末一位数能被 2(或 5)整除;
2. 一个数能被 4(或 25)整除,当且仅当其末两位数能被 4(或 25)整除;
3. 一个数能被 8(或 125)整除,当且仅当其末三位数能被 8(或 125)整除。
4. 一个数被 2(或 5)除得的余数,就是其末一位数被 2(或 5)除得的余数;
5. 一个数被 4(或 25)除得的余数,就是其末两位数被 4(或 25)除得的余数;
6. 一个数被 8(或 125)除得的余数,就是其末三位数被 8(或 125)除得的余数。

【示例】 $\because 3752$ 的末两位数字“52”能被 4 整除 $\therefore 3752$ 能被 4 整除

【示例】 $\because 2988$ 的末三位数字“988”不能被 8 整除 $\therefore 2988$ 不能被 8 整除

【示例】 $\because 25198903$ 的末两位数字“03”除以“4”余 3 $\therefore 25198903$ 除以 4 余 3

【示例】 $\because 198903$ 的末三位数字“903”除以“8”余 7 $\therefore 198903$ 除以 8 余 7

【示例】 $\because 1975$ 的末两位数字“75”能被 25 整除 $\therefore 1975$ 能被 25 整除

【示例】 $\because 25903$ 的末三位数字“903”除以“125”余 28 $\therefore 25903$ 除以 125 余 28

3、9 整除及余数判定基本法则

1. 一个数能被 3 整除,当且仅当其各位数字和能被 3 整除;





2. 一个数能被 9 整除, 当且仅当其各位数字之和能被 9 整除。
3. 一个数被 3 除得的余数, 就是其各位数字和被 3 除得的余数;
4. 一个数被 9 除得的余数, 就是其各位数字和被 9 除得的余数。

【示例】 $\because 1941$ 各位数字之和“ $1+9+4+1=15$ ”能被 3 整除 $\therefore 1941$ 能被 3 整除

【示例】 $\because 1935$ 各位数字之和“ $1+9+3+5=18$ ”能被 9 整除 $\therefore 1935$ 能被 9 整除

【示例】 39130825198368 的各位数字之和为: $3+9+1+3+0+8+2+5+1+9+8+3+6+8=66$

$\because 66$ 不能被 9 整除 $\therefore$ 这个数字不能被 9 整除

$\because 66$ 除以 9 余 3 $\therefore$ 这个数字除以 9 余 3

7 整除判定基本法则

1. 一个数是 7 的倍数, 当且仅当其末一位的两倍, 与剩下的数之差为 7 的倍数;
2. 一个数是 7 的倍数, 当且仅当其末三位数, 与剩下的数之差为 7 的倍数。

【示例】 $\because 362$ 末一位“2”的 2 倍与“36”之差“32”不能被 7 整除 $\therefore 362$ 不能被 7 整除

【示例】 $\because 483$ 末一位“3”的 2 倍与“48”之差“42”能被 7 整除 $\therefore 483$ 能被 7 整除

【示例】 $\because 12047$ 末三位“047”与“12”之差“35”能被 7 整除 $\therefore 12047$ 能被 7 整除

【示例】 $\because 23015$ 末三位“015”与“23”之差“8”不能被 7 整除 $\therefore 23015$ 不能被 7 整除

11 整除判定基本法则

1. 一个数是 11 的倍数, 当且仅当其奇数位之和与偶数位之和的差值为 11 的倍数;
2. 一个数是 11 的倍数, 当且仅当其末三位数, 与剩下的数之差为 11 的倍数。

【示例】 $\because 7394$ 奇数位之和“ $7+9=16$ ”与偶数位之和“ $3+4=7$ ”的差值“ $16-7=9$ ”不是 11 的倍数
 $\therefore 7394$ 不能被 11 整除

【示例】 $\because 29381$ 奇数位之和“ $2+3+1=6$ ”与偶数位之和“ $9+8=17$ ”的差值“ $17-6=11$ ”是 11 的倍数
 $\therefore 29381$ 能被 11 整除

【示例】 $\because 15235$ 末三位“235”与剩下的“15”之差“220”能被 11 整除 $\therefore 15235$ 能被 11 整除

13 整除判定基本法则

一个数是 13 的倍数, 当且仅当其末三位数, 与剩下的数之差为 13 的倍数。

【示例】 $\because 181235$ 末三位“235”与“181”差“54”不能被 13 整除 $\therefore 181235$ 不能被 13 整除

【示例】 $\because 624546$ 末三位“546”与“624”差“78”能被 13 整除 $\therefore 624546$ 能被 13 整除

● 核心提示: 从上述表述中, 我们发现 7、11、13 有一个相同的整除判断法则, 就是判断其末三位数与剩下的数之差。这源自于以下经典分解: $1001=7 \times 11 \times 13$ 。

三、例题精析

● 题型一: 直接倍数

【例 1】(上海 2011A-61) 某人共收集邮票若干张, 其中 $\frac{1}{4}$ 是 2007 年以前的国内外发行的邮票, $\frac{1}{8}$ 是 2008 年国内发行的, $\frac{1}{19}$ 是 2009 年国内发行的, 此外尚有不足 100 张的国外邮票。则此人共有 () 张邮票。

- A. 87 B. 127 C. 152 D. 239

[答案] C

[解析] 很明显, 答案应该是 4 的倍数, 选择 C。

【例 2】(四川事业单位 2011-7) 一本书, 小明已看了 130 页, 剩下的准备 8 天看完。如果每天看的页数相等, 3 天看的页数恰好是全书的 $\frac{5}{22}$, 这本书共有 () 页。

- A. 324 B. 330 C. 429 D. 457





[答案] B

[解析] 根据“3天看的页数恰好是全书的 $\frac{5}{22}$ ”可知,全书页数一定是22的倍数,只有B满足。

【例3】(河南选调2010-46)一块镍铝合金重500g,放于水中称减少质量32g,已知镍在水中减轻 $\frac{1}{19}$,铝在水中减轻 $\frac{1}{10}$,则这块合金中镍铝的质量分别是()。

A. 380克;120克

B. 360克;140克

C. 340克;160克

D. 320克;180克

[答案] A

[解析] 镍在水中减轻 $\frac{1}{19}$,那么镍的质量应该是19的倍数,选择A。

【例4】(吉林2009乙-10)一个班级坐出租车出去游玩,出租车费用平均每人40元,如果增加7个人,平均每人35元,则这个班级一共花了()元。

A. 1850

B. 1900

C. 1960

D. 2000

[答案] C

[解析] 增加7个人之后平均每人35元,所以总费用肯定是35的倍数,也就是7的倍数。

【例5】(浙江2010-78)一个四位数“□□□□”分别能被15、12和10除尽,且被这三个数除尽时所得三个商的和为1365,问四位数“□□□□”中四个数字的和是多少?()

A. 17

B. 16

C. 15

D. 14

[答案] C

[解析] 这个四位数能被15整除,因此肯定是3的倍数,其各位数字相加也肯定是3的倍数,根据选项,选择C。

[点睛] 假设这个数为 x ,则: $\frac{x}{15} + \frac{x}{12} + \frac{x}{10} = 1365 \Rightarrow x = 5460$ 。

【例6】(2011年424联考-43)某单位招录了10名新员工,按其应聘成绩排名1到10,并用10个连续的四位自然数依次作为他们的工号。凑巧的是每个人的工号都能被他们的成绩排名整除,问排名第三的员工工号所有数字之和可能是多少?()

A. 9

B. 12

C. 15

D. 18

[答案] B

[解析] 第三名员工的工号,加上6之后,应该是第九名员工的工号,应该是9的倍数,所以第三名员工的工号各位数字之和,加上6,也应该是9的倍数,因此选择B。

● 题型二:因子倍数

【例7】(重庆村官2011-92)三个连续自然数的积是其和的21倍,则这三个数中最小的是()。

A. 3

B. 4

C. 7

D. 12

[答案] C

[解析] 这三个自然数的积是21的倍数,肯定包括因子3和7,明显排除A、B。将C代入,如果这三个数是7、8、9,那么 $7 \times 8 \times 9 \div (7+8+9) = 21$,满足条件,选择C。

【例8】(国家2011-69)某公司去年有员工830人,今年男员工人数比去年减少6%,女员工人数比去年增加5%,员工总数比去年增加3人,问今年男员工有多少人?()

A. 329

B. 350

C. 371

D. 504

[答案] A

[解析] 今年男员工是去年的 $1-6\%=94\%$,那么数字里面肯定有因子47,选择A。



【例 9】(天津事业单位 2011-23)某电器城销售的某品牌 A 型号电视机,如果按销售价格打九折出售,可盈利 215 元,如果按 8 折出售要亏损 125 元,问电视机的进货价是多少? ()

A. 3400

B. 3060

C. 2845

D. 2720

【答案】C

【解析】假设进价为 x ,原销售价为 y ,则列方程组:
$$\begin{cases} 0.9y = x + 215 \\ 0.8y = x - 125 \end{cases}$$

很明显,进货价 x 加上 215 之后一定有因子 9,215 除以 9 余 8,那么答案除以 9 一定余 1,选择 C。

【点睛】本题即使不列方程,也可以得到后面的结论,但实战当中列方程看得更加清楚,并且很多数字特性法也是在计算过程当中想到的。此外,在分析数字因子的时候,我们往往关注 3、7、9、11、13 等因子,而不要关注 2、4、5、8 等因子,除非你可以确定目标数字一定是整数。

【例 10】(上海 2011A-59、上海 2011B-59)某超市用 2500 元购进一批鸡蛋,销售过程中损耗鸡蛋 10 千克。已知超市每千克鸡蛋的售价比进价高 1 元,全部售完后共赚 440 元,则共购进这批鸡蛋() 千克。

A. 460

B. 500

C. 590

D. 610

【答案】B

【解析】假设购进了鸡蛋 n 千克,则: $\left(\frac{2500}{n} + 1\right)(n - 10) - 2500 = 440$,很明显, n 如果取 460、590、610 这样的数值,代入原方程将出现消不去的复杂因子。所以选择 B。

【例 11】甲、乙、丙三队共有 10 名选手参加围棋比赛。每名选手都与其他 9 名选手各赛一局,每局棋胜者得 1 分,负者得 0 分,平局各得 0.5 分。结果甲队选手平均得 4.5 分,乙队选手平均得 3.6 分,丙队选手平均得 9 分,甲队有()名选手参赛。

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

【答案】A

【解析】根据规则,每队的总分肯定是整数,或者“整数+0.5”的形式,而乙队平均分为 3.6 分,说明其人数肯定有因子 5,才能保证其满足前面所述要求。总共才 10 人,说明乙队正好 5 人,那么甲队肯定不到 5 人,结合选项,选择 A。

【例 12】(湖北 2009-93)赵先生 34 岁,钱女士 30 岁。一天他们碰上了赵先生的三个邻居,钱女士问起了他们的年龄,赵先生说:他们三人的年龄各不相同,三人的年龄之积是 2450,三人的年龄之和是我俩年龄之和。问三个邻居中年龄最大的是多少岁? ()

A. 42

B. 45

C. 49

D. 50

【答案】C

【解析】假设这三人的年龄从大至小分别为 x 、 y 、 z 岁,则:

$$\begin{cases} x + y + z = 34 + 30 = 64 \\ x \times y \times z = 2450 \end{cases}$$

明显 2450 不是 3 的倍数,所以年龄当中不应该有 3 的倍数存在,排除 A、B。如果 C 正确,即最大年龄 $x = 49$,那么(注意 $y > z$):

$$\begin{cases} y + z = 64 - 49 = 15 \\ y \times z = 2450 \div 49 = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 10 \\ z = 5 \end{cases}$$

明显满足条件,所以选择 C。

【点睛】代入法进行求解时,只要有一个答案完全满足条件,那么就肯定是正确答案而不再需要去代入其他选项。事实上,如果将 D 代入,将得到两个相等的根: $y = z = 7$,与条件相悖。





【例 13】 请问 $1000!$ (1000 的阶乘) 末尾一共有多少个连续的“0”? ()

A. 200

B. 240

C. 249

D. 500

【答案】 C

【解析】 $1000!$ 末尾一共有多少个连续的“0”, 取决于 $1000!$ 一共有多少个因子 10。而 $10=2 \times 5$, $1000!$ 当中 2 因子肯定会比因子 5 要多, 那么 $1000!$ 里有多少个因子 5 就决定了其末尾有多少个连续的“0”。我们知道, $1000!$ 是从 $1-1000$ 这 1000 个数相乘, 我们来分情况讨论: ① $1000 \div 625 = 1 \cdots 375$, 说明 $1-1000$ 里有 1 个 $625=5^4$ 的倍数; ② $1000 \div 125 = 8$, 说明 $1-1000$ 里有 8 个 $125=5^3$ 的倍数; ③ $1000 \div 25 = 40$, 说明 $1-1000$ 里有 40 个 $25=5^2$ 的倍数; ④ $1000 \div 5 = 200$, 说明 $1-1000$ 里有 200 个 $5=5^1$ 的倍数。以上这些数的因子 5 统统加起来就是答案, 在计算的时候注意重复的情形(前种情形都是包含在后种情形当中), 那么总共的因子 5 应该有: $4 \times 1 + 3 \times (8-1) + 2 \times (40-8) + 1 \times (200-40) = 249$ 。

【点睛】 本题可以直接这样计算:

$$\frac{1000}{5} + \frac{1000}{25} + \frac{1000}{125} + \frac{1000}{625} = 200 + 40 + 8 + 1 = 249.$$

● 题型三: 比例倍数

核心提示

若 $a:b=m:n$ (m, n 互质), 则说明 a 占 m 份, 是 m 的倍数; b 占 n 份, 是 n 的倍数; $a+b$ 占 $m+n$ 份, 是 $m+n$ 的倍数; $a-b$ 占 $m-n$ 份, 是 $m-n$ 的倍数。

【例 14】 (四川事业单位 2011-6) 水果店运来一批石榴和苹果, 其中苹果的重量占总重量的 $\frac{9}{20}$, 苹果比石榴少 200 千克, 运来石榴() 千克。

A. 2000

B. 1800

C. 1100

D. 900

【答案】 C

【解析】 如果总重量为 20 份, 那么苹果是 9 份, 石榴则应该是 11 份, 答案应该有 11 因子, 选择 C。

【例 15】 (深圳 2011-10) 哥哥和弟弟各有若干本书, 如果哥哥给弟弟 4 本, 两人的书一样多, 如果弟弟给哥哥 2 本, 哥哥的书是弟弟的 4 倍, 哥哥和弟弟一共有() 本书。

A. 20

B. 9

C. 17

D. 28

【答案】 A

【解析】 如果弟弟给哥哥 2 本, 哥哥是弟弟的 4 倍, 此时如果弟弟是 1 份, 那么哥哥是 4 份, 两人总和是 5 份, 所以答案是 5 的倍数, 选择 A。

【例 16】 (河南政法 2010A-46) 甲、乙两仓库存货吨数比为 $4:3$, 如果由甲库中取出 8 吨放到乙库中, 则甲、乙两仓库存货吨数比为 $4:5$ 。两仓库原存货总吨数是多少? ()

A. 94

B. 87

C. 76

D. 63

【答案】 D

【解析】 甲、乙两仓库原存货之比为 $4:3$, 总存货应该是 7 的倍数, 选择 D。

【例 17】 (北京社招 2010-84) 某公司为客户出售货物, 收取 3% 的服务费; 代客户购置设备, 收取 2% 的服务费。某客户委托该公司出售自产的某种物品并代为购置新设备。已知公司共收取该客户服务费 200 元, 客户收支恰好平衡, 则自产的物品售价是多少元? ()

A. 3880

B. 4080

C. 3920

D. 7960

【答案】 B

【解析】 假设该公司自产物、购置设备的价格分别为 x, y 元, 根据“收支恰好平衡”: $(1-3\%)x = (1+2\%)y \Rightarrow x:y = 102:97$, 说明 x 是 102 的倍数, 结合选项, 选择 B。



【例 18】(北京 2011-71)有一个分数,分母加 2 等于 $\frac{2}{5}$,分母减 3 等于 $\frac{1}{2}$,这个分数分子和分母的和为()。

A. 33

B. 11

C. 30

D. 19

[答案] A

【解析】假设分子、分母分别为 x, y 。根据“分母加 2 等于 $\frac{2}{5}$ ”,如果 x 占 2 份,那么 $(y+2)$ 占 5 份,说明 $x+y+2$ 应该占 7 份,因此分子、分母之和加上 2 应该是 7 的倍数,排除 B、C。同理,根据“分母减 3 等于 $\frac{1}{2}$ ”可知分子、分母之和减去 3 应该是 3 的倍数,排除 D,选择 A。

【例 19】(河北事业单位 2011-18)饭店购进了三种蔬菜,其中白菜的重量占 $\frac{2}{7}$,黄瓜的重量和其他两种蔬菜重量之和的比是 2:3,黄瓜比白菜多 12 千克。共购进蔬菜()千克。

A. 35

B. 75

C. 105

D. 150

[答案] C

【解析】白菜占总重的 $\frac{2}{7}$,说明总重是 7 的倍数;黄瓜:其他=2:3,说明总重是 5 的倍数。于是我们假设总重为 35 份,那么白菜占 10 份,黄瓜占 $\frac{2}{5}$ 即 14 份,黄瓜比白菜多 4 份,而实际上黄瓜比白菜多 12 千克,说明 1 份是 3 千克。所以蔬菜总共有 $3 \times 35 = 105$ (千克)。

【点睛】实际上,本题使用的是“比例假设法”,我们将在下一章中学到这种方法。

【例 20】(江苏 2010C-33)某城市有 A、B、C、D 四个区,B、C、D 三区的面积之和是 A 的 14 倍,A、C、D 三区的面积之和是 B 的 9 倍,A、B、D 三区的面积之和是 C 区的 2 倍,则 A、B、C 三区的面积之和是 D 区的()。

A. 1 倍

B. 1.5 倍

C. 2 倍

D. 3 倍

[答案] A

【解析】如果 A 占 1 份,那么 B、C、D 占 14 份,说明 A 占全城的 $\frac{1}{15}$;如果 B 占 1 份,那么 A、C、D 占 9 份,说明 B 占全城的 $\frac{1}{10}$;如果 C 占 1 份,那么 A、B、D 占 2 份,说明 C 占全城的 $\frac{1}{3}$ 。综上,D 占全城的 $1 - \frac{1}{15} - \frac{1}{10} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$,说明 A、B、C 面积之和是 D 的 1 倍。

【例 21】(国家 2009-117)甲、乙、丙、丁四个队共同植树造林,甲队造林的亩数是另外三个队造林总亩数的 $\frac{1}{4}$,乙队造林的亩数是另外三个队造林总亩数的 $\frac{1}{3}$,丙队造林的亩数是另外三个队造林总亩数的一半。已知丁队共造林 3900 亩,问甲队共造林多少亩?()

A. 9000

B. 3600

C. 6000

D. 4500

[答案] B

【解析】根据比例关系,甲、乙、丙分别占总数的 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{3}$,如果假定总数为 60 份,甲、乙、丙分别为 12、15、20 份,丁还剩 13 份(3900 亩),每份 $3900 \div 13 = 300$ (亩),那么甲有 $12 \times 300 = 3600$ (亩)。

【点睛】当算得丁为 13 份时,可以判断甲 12 份比丁要少,即少于 3900 亩,直接选 B。

四、强化练习

【习题 01】(湖北村官 2010-108)A、B、C 三个桶中各装了一些水,现将 A 桶的 $\frac{1}{3}$ 的水倒入 B 桶,再



将 B 桶的 $\frac{1}{5}$ 倒入 C 桶,最后将 C 桶现有的 $\frac{1}{7}$ 倒入 A 桶,这时,三个桶中的水都是 12 升。问这三个桶中原有水各多少升? ()

- A. 10,15,11 B. 15,10,11 C. 10,12,14 D. 12,10,14

[习题 02] (国家 2009-109) 甲、乙两人共有 260 本书,其中甲的书有 13% 是专业书,乙的书有 12.5% 是专业书,问甲有多少本非专业书? ()

- A. 75 B. 87 C. 174 D. 67

[习题 03] (深圳教育 2010A-59) 奥运期间,浙江某公交集团甲公司调用其公司 60 辆车的 $\frac{1}{6}$ 给北京某公交集团乙公司支持奥运,此时甲公司现有车辆仍比乙公司现有车辆的 $\frac{7}{8}$ 还多 8 辆,则乙公司原有 () 辆车。

- A. 38 B. 42 C. 48 D. 52

[习题 04] (黑龙江政法 2009B-14) 某车间加工一批零件,原计划每天加工 100 个,刚好如期完成。后改进技术,每天多加工 10 个,结果提前 2 天完成。这批零件有 ()。

- A. 1800 个 B. 2000 个 C. 2200 个 D. 2600 个

[习题 05] (江苏 2009-76) 甲乙两家商店购进同种商品,甲店进价比乙店便宜 10%。甲店按 20% 的利润定价,乙店按 15% 的利润定价,乙店定价比甲店高 28 元,则甲店进价是 ()。

- A. 320 元 B. 360 元 C. 370 元 D. 400 元

[习题 06] (河南选调 2010-44) 一块长方形菜地长与宽的比是 5:3,如果长增加 2 米,宽减少 1 米,则面积增加 1 平方米,那么这块长方形菜地原来的面积是多少平方米? ()

- A. 100 B. 135 C. 160 D. 175

[习题 07] (天津 2008-15) 四个相邻质数之积为 17017,它们的和为 ()。

- A. 48 B. 52 C. 61 D. 72

[习题 08] (河南选调 2010-41) 在一次测验中,甲答对 4 道题,乙答错题目占总数的 $\frac{1}{6}$,两人都答对的题目是总数的 $\frac{1}{4}$ 。那么乙答对了多少题? ()

- A. 10 B. 8 C. 20 D. 16

[习题 09] (安徽政法 2009-10) 2005 年父亲的岁数是儿子的岁数的 6 倍,2009 年父亲的岁数是儿子的岁数的 4 倍,则 2009 年父亲和儿子的岁数和是 ()。

- A. 28 B. 36 C. 46 D. 50

[习题 10] (江苏 2008A-20) 五个一位正整数之和为 30,其中两个数为 1 和 8,而这五个数和乘积为 2520,则其余三个数为 ()。

- A. 6,6,9 B. 4,6,9 C. 5,7,9 D. 5,8,8

[习题 11] (山东 2008-37) 甲、乙、丙、丁四人为地震灾区捐款,甲捐款数是另外三人捐款总数的一半,乙捐款数是另外三人捐款总数的 $\frac{1}{3}$,丙捐款数是另外三人捐款总数的 $\frac{1}{4}$,丁捐款 169 元。问四人一共捐了多少钱? ()

- A. 780 元 B. 890 元 C. 1183 元 D. 2083 元

五、习题简析

[习题 01] B [简析] A 桶一开始应该是 3 的倍数,排除 A、C; A 桶中的 $\frac{1}{3}$ 倒入 B 桶后, B 桶应该是

