



全国中考数学 题型研究与实例分析

方 菁 邓永红 金 宝
肖芝麟 李生福

光明日报出版社

全国中考数学题型研究 与实例分析

方 菁 邓永红 李生福
金 宝 肖芝麟

江南大学图书馆



11121001

館 藏
育 学 院

光明日报出版社

全国中考数学题型研究与实例分析

方 菁 邓永红 李生福 编
金 宝 肖芝麟

光明日报出版社出版发行

(北京永安路 106 号)

新华书店北京发行所经销

北京印刷一厂印刷

787×1092毫米 32开本 9.5印张208千字

1990年12月第1版 1990年12月第一次印刷

1—32900册 定价：4.30元

ISBN 7-8014-967-6/G·347

出版说明

考试是一门科学。作为检测理解把握文化知识的一种重要手段，它正在日益引起人们的关注和重视。考试科学门类很多，中考是其中重要的门类之一。我们的中考有成功，也有不足。为克服考试问题上的盲目性，增强自觉性，以促进、推动我国教育事业的发展和腾飞，总结以往是十分必要的。这套《全国中考题型研究和实例分析》丛书，就是为这个目的编写的。

《全国中考题型研究和实例分析》丛书，全套六种。是按照中考必考的六门课程，即语文、数学、政治、物理、化学和外语，分科编写的，一门课一本书。在写作中，我们力图深入地解析初中语文、数学等科的重点和难点，并在这个基础上，通过对初中各科毕业、升学考试的不同题型的细致考察、研究、分析、介绍不同题型各自的特点和命题、解题的思路与方法。为了加深对中考题型研究和实例分析的认识与印象，本书还精选了全国二十几个省（区）市近年各科最新中考试题作为附录。这些试题，题型新颖多样，知识覆盖面广，具有一定的代表型、典型性和权威性。是本书关于中考“题型研究和实例分析”的必不可少的补充。

我们希望这套丛书不仅有利于中学教师围绕教学大纲，多侧面、多层次地引导学生牢固、准确、灵活、有效地学习掌握文化知识；而且，有利于中学生从这套书中，发现、获得自己所需要的简捷、便当、机动、实用的学习方法。并按

这方法认真地学习、熟悉、牢记、掌握各种题型的特点要领，举一反三地去理解、掌握、运用所学的知识，跨越题海，无论什么样的考试，你就可以从容对待，应付自如。如果这套书对于考试科研工作也有所裨益，更盼之不得呢。

我们水平有限，书中难免有疏漏、错误，恳请读者指正。

编 者

一九九〇年八月

目 录

题型研究

一、填空、判断、选择题	(1)
二、代数	(17)
1. 数式、方程	(17)
2. 函数	(26)
3. 解三角形	(32)
三、几何	(36)
1. 以三角形全等为核心的证明题	(39)
2. 以比例为核心的证明题	(41)
3. 其它证明题	(52)
四、综合题	(54)

附 录

北京市 1990 年初中毕业、升学统一考试数学试题	(80)
上海市 1990 年初中毕业、中等学校招生文化考试数学试题	(97)
天津市 1990 年初中毕业高中招生考试数学试题	(114)
南京市 1990 年初中毕业、升学统一考试数学试题	(124)
苏州市 1990 年初中毕业、升学考试数学试题	(137)
福建省 1990 年初中毕业会考数学试题	(147)
浙江省 1990 年初中中专(技校)招生统一考试数学试题	(159)
广东省 1990 年高(职)中、中师、中专招生考试数学试题	(170)
广西区辖五市 1990 年初中毕业、升学考试数学试题	(180)

四川省 1990 年初中毕业会考数学试题(成都)	(191)
湖南省 1990 年初中毕业会考数学试题	(202)
河南省 1990 年高级中等学校招生统一考试数学试题	(213)
石家庄市 1990 年初中毕业会考、升学考试数学试题	(221)
沈阳市 1990 年普高、职高、中专招生考试数学试题	(233)
黑龙江省 1990 年初中毕业考试数学试题	(242)
山西省 1990 年高中、中专招生统一考试数学试题	(253)
云南省 1990 年高中、中专招生考试数学试题	(263)
昆明市 1990 年高中招生考试数学试题	(273)
贵阳市 1990 年普高、中专、职高招生考试数学试题	(282)
兰州市 1990 年高(职)中招生考试数学试题	(289)

题 型 研 究

一、填空、判断、选择题

大部分的省市中考试题具备初中毕业、升学两种功能,在命题时,严格按照数学教学大纲要求,70%以上的试题是以课本上例题、练习、习题为原型着重考查学生基础知识、基本技能。特别是判断题、填空题、概念性强,覆盖面大,目的在于尽可能多地把学过的基础知识都检查到。

填空:

例 1

(1) -5 的绝对值是 5; (代*一册 p 9 例题)

(2) 49 的算术平方根是 7; (代三册 p 5 例 1)

(3) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 锐角 A 的对边是 4 , 邻边是 3 , 则

$\operatorname{tg} A = \frac{4}{3}$; (代四册 p 118)

(4) 如果梯形的两底长分别是 3 cm 和 7 cm , 那么它的

* 代数简写为代, 几何简写为几, 下同。

中位线长是 5 cm; (几一册 p 198 练习 4)

(5) 计算: $3^{-2} = \frac{1}{9}$, $4^{\frac{1}{2}} = 2$; (代三册 p 161 例 1, p

173 例 5)

(6) 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 中自变量 x 的取值范围是 $x \neq 1$;

(代四册 p 45 例 1)

(7) 如果正方形边长是 12 cm, 那么这个正方形的边心距是 6 cm; (几二册 p 136)

(8) 如果扇形的半径长是 3 cm, 圆心角是 120° , 那么它的面积是 3π cm²; (几二册, p 143)

(9) 不等式 $-2x+1 > 0$ 的解集是 $x < \frac{1}{2}$;

(代一册 p 174 练习 1)

(10) 已知点 $(a, 3)$ 在第一象限内两条坐标轴夹角的平分线上, 则 $a = \underline{3}$;

(代四册 p 41 第 4 题)

(11) 如果角 A 、角 B 互补, 且 $\cos A = 0.7051$, 那么 $\cos B = \underline{-0.7051}$;

(12) 底边是 BC 的等腰三角形的顶点 A 的轨迹是 线段 BC 的垂直平分线 (BC 中点除外) (几二册 p 158 习题二十八. 2)

(北京市 1989 年中考)

判断题

例 2 (请判断下列各题的正误, 正确的在题后括号内打“√”, 错误的在题后括号内打“×”)

(1) $\log_5 5 = 1$; ()

(代四册 p 5)

(2) $\log_2(8-2) = \log_2 8 - \log_2 2$; ()

(代四册 p 9)

(3) 函数 $y = -8x$ (其中 x 是自变量) 是正比例函数; ()

(代四册 p 56)

(4) 当 A 为锐角时, 有 $\sin(90^\circ - A) = \cos A$; ()

(代四册 p 118)

(5) 已知两点 $P_1(0, 6)$, $P_2(0, -2)$, 则两点间的距离 $P_1P_2 = 4$; ()

(代四册 p 40)

(6) 在半径不相等的 $\odot O$ 和 $\odot O'$ 中, $\widehat{AB}$ 和 $\widehat{A'B'}$ 所对的圆心角都是 60° , 则 $\widehat{AB} = \widehat{A'B'}$; ()

(几二册 p 82)

(7) 已知 $3y = 4x$, 则 $x:y = 4:3$; ()

(几二册 p 6)

(8) 已知: D, E, F 分别是 $\triangle ABC$ 的三边 BC, CA, AB 的中点, 则 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$; ()

(几二册 p 36)

(9) 平分一条弧的直径, 垂直平分这条弧所对的弦; ()

(几二册 p 79)

(10) 圆面积 s 和半径 R 之间有下面关系:

$s = 2\pi R^2$; ()

(几二册 p 143)

(武汉市 1990 年中考)

答案

题 号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
结 论	✓	×	✓	✓	×	×	×	✓	✓	×

选择题

中考试题除采用填空题、判断题外,还用选择题等能够客观评分的题型,客观性试题一般概念性强、立意新颖、构思巧妙,既能考查学生准确地掌握基础知识,又能从不同的角度以不同形式考查学生智力和能力。如:

下列各题后面所附的答案中,有且仅有一个是正确的,请将正确答案前面的字母符号填在题后的括号内。

例 3 下列各式中,为最简二次根式的是 ()

A $\sqrt{45}$ B $\sqrt{\frac{ab}{4}}$ C $\sqrt{\frac{b}{a}}$ D $\sqrt{14}$

(武汉市 1989 年中考) 应选(D)

例 4 $(3^m)^3 \cdot 3^n =$ ()

A. 3^{3mn} B. 3^{3m+n} C. 27^{m+n} D. 3^{m^3+n}

(广州市 1989 年中考) 应选(B)。

例 5 ① $\lg(x+y) = \lg x + \lg y$. ② $\lg(x-y) = \lg x - \lg y$

③ $\lg 2^3 = 3 \lg 2$

④ $\sqrt{\lg 2} = \frac{1}{2} \lg 2$

以上式子成立的个数是()。

(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

(南昌市 1988 年中考) 应选(A)

说明: 以上三例主要考查最简二次根式、指数、对数运算法则, 在答案中提供几个学生易错的答案与正确答案混在一起, 有一定的迷惑性。

由于同学们在解题时容易忽视题目中的隐含条件, 所以在中考命题时常常把易出现的错误答案与正确答案混在一起编成选择题, 考查学生观察题目中隐含条件的能力。

例 6 如果分式 $\frac{(x+3)(x-3)}{3-x}$ 的值为零, 那么 x 的值是()。

(A) -3 (B) 3 (C) ± 3 (D) 以上结论都不对

(黑龙江省 1989 年中考) 应选(A)

此题若忽视“分母 $\neq 0$ ”的隐含条件, 得 $x = \pm 3$, 会错选(C)。

例 7 化简 $\sqrt{-a} \cdot \sqrt[3]{a}$ 的结果是()。

(A) $\sqrt[5]{-a^2}$ (B) $\sqrt[6]{-a^5}$ (C) $-\sqrt[6]{-a^5}$ (D) $-\sqrt[6]{a^5}$

(浙江省 1989 年中考) 应选(C)

此题应注意“偶次根式被开方式大于等于零”的隐含条件, 即隐含“ $a \leq 0$ ”条件, 所以原式中偶次根号外部是负值, 偶次根号内部是正值, ($a=0$ 时, 四个答案都对) 而符合这个符号特点的答案只有(C), 故选(C)。

例 8 若 $(\lg \pi)^x = 0$, 则 x 的取值范围是()

(A) 全体实数 (B) 所有非负实数

(C) 所有正实数 (D) 全体有理数

(沈阳市 1989 年中考) 应选(C)。

说明:因为 $\lg \pi^0 = \lg 1 = 0$, 所以求指数 x 的取值范围时, 要注意底不为零的条件。

例 9 如果 $\log_{(x-2)} 100$ 有意义, 那么 x 的取值范围是 ()。

- (A) $x=2$ (B) $x<2$
(C) $x>2$ (D) $x>2$ 且 $x\neq 3$

(沈阳市 1989 年中考) 应选(D)

根据对数的定义知“底大于零, 且底不等于1”, 应选(D), 若不注意“底不等于1”的隐含条件, 会错选(C)。

例 10 若 $y=(m+2)x^{m^2-3}$ 是正比例函数, 则 m 的值为_____。

(兰州市 1989 年中考)

此题可以改编为选择题, 此题由正比例函数定义, 应注意“ $k\neq 0$ ”的隐含条件, 不然易错答为“ $m=\pm 2$ ”。正确答案应为“ $m=2$ ”。

例 11 若 $\triangle ABC$ 的面积 $s=6\text{ cm}^2$, $BC=4\text{ cm}$, $AC=3\sqrt{2}\text{ cm}$, 则角 C 等于()。

- (A) 45° (B) 135° (C) 45° 或 135° (D) 60°

(沈阳市 1989 年中考)

解: $\because s = \frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin C$,

$$\therefore 6 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{2} \times \sin C$$

$$\therefore \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$\because C$ 是三角形 ABC 的内角。

$$\therefore \angle C = 45^\circ \text{ 或 } 135^\circ.$$

故选(C)

说明：在解题过程中，遇到 $\sin \alpha = a (0 < a < 1)$ 时，应注意 α 有两种可能，若 α 为三角形内角，而没有其他条件的约束， α 应有两解，相类似也可以出成填空题。

如：如果 $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ，且 $\sin \alpha = \sin 150^\circ$ ，那么 $\alpha =$ _____。 答： $\alpha = 30^\circ$ 或 150° 。

(上海市 1989 年中考)

例 12 已知方程组 $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 6 \\ mx + y = 3 \end{cases}$ 有两个相等的实数解，
则 m 为()。

(A) -1 (B) 1 (C) ± 1 (D) $\frac{1}{2}$

(安徽省 1989 年中考)

解一：把 $y = 3 - mx$ 代入另一方程，得

$$x^2 + 2(3 - mx)^2 = 6,$$

$\therefore (2m^2 + 1)x^2 - 12mx + 12 = 0$ 有两个相等的实数解。

$$\begin{aligned} \therefore \Delta &= (-12m)^2 - 4 \times 12 \times (2m^2 + 1) \\ &= 48m^2 - 48 = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore m = \pm 1.$$

故选(C)。

解二：从结论入手，猜想答案是与 ± 1 有关。

把 ± 1 代入第二个方程，得

$$y = 3 \mp x$$

代入第一个方程 $x^2 + 2(3 \mp x)^2 = 6$

整理得 $x^2 \mp 4x + 4 = 0$

$$\therefore \begin{cases} x_1 = x_2 = \pm 2; \\ y_1 = y_2 = 1 \end{cases} \quad \text{故选(C)}$$

例 13 若一个一元二次方程的两根为 2, -3, 则这个方程是()。

(A) $x^2 - x - 6 = 0$ (B) $x^2 + x - 6 = 0$

(C) $x^2 - x + 6 = 0$ (D) $x^2 + x + 6 = 0$

(福建省 1989 年中考)

解: 由根与系数关系知 $x_1 + x_2 = -1, x_1 x_2 = -6$

故选(B)

例 14 如果 α, β 是方程 $2x^2 + 3x = 4$ 的两个根, 则 $\alpha^2 + \beta^2$ 的值为()。

(A) 1 (B) 17 (C) $6\frac{1}{4}$ (D) $-1\frac{1}{4}$

(广州市 1989 年中考)

解: 由一元二次方程根与系数关系知

$$\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = -2,$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times (-2) \\ &= \frac{9}{4} + 4 \\ &= 6\frac{1}{4}\end{aligned}$$

故选(C)。

例 15 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $(m, 1)$ 和点 $(-1, m)$, 其中 $m > 1$, 则 k, b 应满足的条件是()

A. $k > 0$ 且 $b > 0$ B. $k < 0$ 且 $b > 0$

C. $k > 0$ 且 $b < 0$ D. $k < 0$ 且 $b < 0$

(北京市 1987 年中考) 应选(B)

说明:此例是一种新的题型,不少学生感到生疏,不善于转化成熟题型,过去这类问题一般是给出一次函数的图象经过某几个象限、确定 k 、 b 的范围,或给出 k 、 b 的范围,确定一次函数的图象经过某几个象限。而此例却给出一次函数经过两个点,而这两个点的坐标中都有一个是用 m 表示的,这样有的学生就不知从何入手了。其实只要在 $m > 1$ 中任给 m 一个确定的值,如 $m = 2$,便可以通过画图确定出直线的方向, k 、 b 的范围便可以确定了。

例 16 函数 $y_1 = ax$, $y_2 = ax + b$ 在同一坐标系内的图象,大致是()。

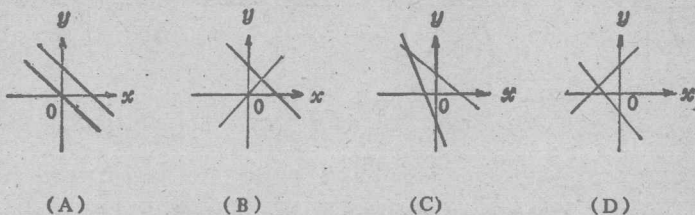


图 1

(西安市 1989 年中考) 应选(A)

例 17 如图 2 当 $k \neq 0$ 时, $y = kx + k$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 的图象为()。

(兰州市 1989 年中考) 应选(A)

例 18 如图 3,在同一直角坐标系中,作出函数 $y = kx^2$ 和 $y = kx - 2 (k \neq 0)$ 的图象,只可能是()。

(广西区辖五市 1989 年中考) 应选(B)

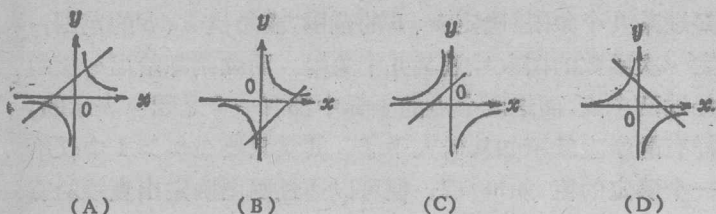


图 2

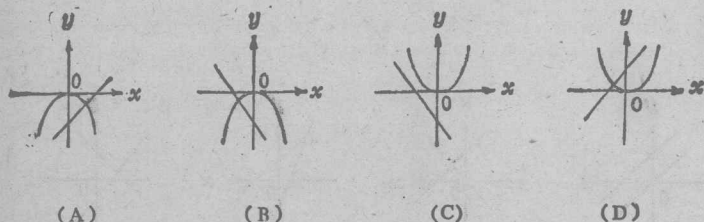


图 3

上述三道例题主要考查学生数形结合的能力。例 16 中，由 $y_1 = ax$, $y_2 = ax + b$ 中 x 的系数都是 a ，则它们的图象应该平行，故应选(A)。

例 17 中，由于解析式中的 $k \neq 0$ ，所以可以分两种情况讨论； $k > 0$ 时，两个函数的图象都应经过第 1、3 象限，一次函数与 y 轴的交点应在 x 轴上方，观察图形，应选择(B)。假若 $k < 0$ 时，没有符合条件的图形，可再设 $k < 0$ ，用同样的方法选择正确图形。

例 18 中，可以从图形出发判断出 k 的符号，由于两个解析式中的 k 的符号必须相同，观察图形把符合题意的正确答