



高等教育“十二五”规划教材

程吉树 马祖强 田延芬 主 编

大学数学

(上册)

DAXUE SHUXUE



科学出版社

高等教育“十二五”规划教材

大 学 数 学

(上 册)

程吉树 马祖强 田延芬 主编

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

全书分为上、下两册. 本书是上册, 包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理及导数的应用、不定积分、定积分及其应用等. 每节末附有习题, 每章末附有复习题与自测题. 本书结构严谨, 图文并茂, 叙述清晰, 循序渐进, 通俗易懂.

本书可作为独立学院各专业的教学用书, 也可作为青年教师教学和全日制本科各专业学生的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

大学数学(上册)/程吉树等主编. —北京: 科学出版社, 2011

(高等教育“十二五”规划教材)

ISBN 978-7-03-031892-3

I. ①大… II. ①程… III. ①高等数学-高等学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 144354 号

责任编辑: 王 彦 张振华/责任校对: 刘玉靖

责任印制: 吕春珉/封面设计: 东方人华平面设计部

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

骏杰印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 9 月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

2011 年 9 月第一次印刷 印张: 12

印数: 1—3 000 字数: 228 000

定价: 21.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换<骏杰>)

销售电话 010-62134988 编辑部电话 010-62138978-8208

版权所有, 侵权必究

举报电话: 010-64030229; 010-64034315; 13501151303

前 言

大学数学是高等学校许多专业的一门重要基础课, 对于培养学生的综合素质有很重要的作用.

本书根据教育部工科数学课程教学指导委员会《本科数学基础教学基本要求》(修订稿)的精神和原则, 以及独立学院各专业学生培养目标和学习大学数学知识的需求, 参考部分省“2+2”考试大纲和全国硕士研究生入学考试高等数学考试大纲, 结合编者多年的教学经验, 主要面向独立学院各专业学生编写. 本书分为上、下两册. 上册包括函数与极限, 导数与微分, 微分中值定理及导数的应用, 不定积分与定积分及其应用等.

参加本书编写的教师多年来一直在教学第一线工作, 不断进行教学探索和改革, 积累了较丰富的教学经验. 本书得到浙江省新世纪高等教育教学改革课题(课题编号: ZC09091)资助. 编者深知学生在学习大学数学时的疑难与困惑, 因此采取低起点、循序渐进、归纳分类的方法组织内容, 力求达到学生能举一反三的目的; 为了使基础较差的学生能够学会并且学好大学数学, 为帮助部分学生克服在学习过程中的恐惧感和畏难情绪, 编者对传统的内容和方法进行有益的尝试和改革, 使得本书能较大幅度降低学习难度, 达到激发学生学习数学的兴趣和积极性的目的; 利用巧妙的计算方法、独特的解题技巧将复杂的计算和证明简单化, 并用通俗语言叙述或解释, 提供了丰富的例题和直观的图形, 使学生们能较好地理解大学数学的理论知识和学习方法, 例如调和级数敛散性的证明、定积分性质的证明等.

学好大学数学必须要经过严格的训练和大量的实践. 为此, 每一节后配备有难度适中的习题, 每章后配备有难度不同的两套复习题和一套自测题. 为了让学生能检验自己解题的正误, 在与本书配套的《大学数学学习辅导》一书中, 给出了习题的答案或提示, 以及复习题和自测题的提示和解答.

全书共 11 章, 其中上册 5 章, 下册 6 章. 程吉树负责全书的设计和统稿工作, 并编写第 5、11 章, 胡根良起草写作大纲和写作要求, 并编写第 7、9 章, 田延芬编写第 1、2 章, 彭勤文编写第 3、4 章, 袁宝兰编写第 6 章, 刘德朋编写第 8、10 章, 马祖强负责第 1、2、9、10 章的 TEX 文档及第 1~4、9~10 章的计算机绘图工作.

本书虽经反复校对, 但疏漏和不足在所难免, 恳请读者给予批评指正, 提出宝贵意见和建议, 可发至电子邮箱: jscheng@hud.edu.cn.

在本书的编写过程中, 杭州电子科技大学信息工程学院唐向宏院长给予了热情

的关怀、大力的支持和帮助,编者在此表示衷心的感谢!另外,特别感谢科学出版社的编辑和编排人员为本书所付出的辛勤劳动.

编 者

2011 年 5 月

目 录

第 1 章 函数与极限	1
1.1 函数	1
1.1.1 区间与邻域	1
1.1.2 函数	2
1.1.3 初等函数	8
习题 1.1	11
1.2 极限	12
1.2.1 数列的极限	12
1.2.2 函数的极限	14
1.2.3 极限的运算法则	16
1.2.4 极限的性质	18
习题 1.2	20
1.3 极限存在准则与两个重要极限	21
1.3.1 夹逼准则	21
1.3.2 单调有界收敛定理	24
习题 1.3	26
1.4 无穷小量与无穷大量	27
1.4.1 无穷小量	27
1.4.2 无穷大量	28
1.4.3 利用等价无穷小求极限	29
习题 1.4	31
1.5 函数的连续性与间断点	32
1.5.1 函数的连续性	32
1.5.2 函数的间断点	34
习题 1.5	36
1.6 初等函数的连续性	36
1.6.1 连续函数的运算	36
1.6.2 基本初等函数的连续性	37
1.6.3 初等函数的连续性	38
习题 1.6	39

1.7 闭区间上连续函数的性质	40
1.7.1 最值存在定理	40
1.7.2 零点存在定理	41
习题 1.7	44
复习题 1.1	44
复习题 1.2	46
自测题 1	48
第 2 章 导数与微分	50
2.1 导数的概念	50
2.1.1 两个实例	50
2.1.2 导数的定义	51
2.1.3 求导数举例	53
2.1.4 导数的几何意义	55
2.1.5 函数的可导性与连续性的关系	56
习题 2.1	57
2.2 函数的求导法则	58
2.2.1 函数的和、差、积、商的求导法则	58
2.2.2 反函数的导数	59
2.2.3 复合函数的导数	61
2.2.4 基本初等函数的导数公式与基本求导法则	62
习题 2.2	65
2.3 高阶导数	66
习题 2.3	68
2.4 参数方程所确定的函数的导数	69
2.4.1 参数方程所确定的函数的导数	69
2.4.2 相关变化率	71
习题 2.4	72
2.5 函数的微分及其应用	72
2.5.1 微分的概念	72
2.5.2 微分与导数之间的关系	74
2.5.3 微分的运算	76
2.5.4 微分在近似计算中的应用	77
习题 2.5	78
复习题 2.1	78
复习题 2.2	80
自测题 2	81

第 3 章 微分中值定理及导数的应用	84
3.1 微分中值定理	84
3.1.1 罗尔定理	84
3.1.2 拉格朗日中值定理	85
3.1.3 柯西中值定理	89
3.1.4 泰勒中值定理	90
习题 3.1	92
3.2 洛必达法则	92
习题 3.2	95
3.3 函数的单调性、曲线的凹凸性	96
3.3.1 函数的单调性	96
3.3.2 曲线的凹凸性	98
习题 3.3	102
3.4 函数极值、最值的判定与求法	102
3.4.1 函数的极值	103
3.4.2 函数的最大值与最小值	106
3.4.3 函数图形的描绘	107
3.4.4 曲线渐近线的求法	107
习题 3.4	108
*3.5 曲线的曲率	108
3.5.1 曲线的曲率	108
3.5.2 曲率半径与曲率圆	110
复习题 3.1	111
复习题 3.2	112
自测题 3	113
第 4 章 不定积分	115
4.1 不定积分的概念和性质	115
4.1.1 原函数与不定积分的概念	115
4.1.2 基本积分公式	117
习题 4.1	120
4.2 换元积分法	120
4.2.1 凑微分法	120
4.2.2 去根式法	125
习题 4.2	128
4.3 分部积分法	128
习题 4.3	132

4.4 杂例和有理函数的不定积分	132
习题 4.4	137
复习题 4.1	138
复习题 4.2	139
自测题 4	141
第 5 章 定积分及其应用	143
5.1 定积分的定义与性质	143
5.1.1 定积分的定义	143
5.1.2 定积分的性质	148
习题 5.1	151
5.2 定积分的积分方法	151
5.2.1 直接用牛顿-莱布尼兹公式	151
5.2.2 定积分的换元法	152
5.2.3 定积分的分部积分法	153
5.2.4 积分上限函数的求导法则	154
习题 5.2	155
5.3 广义积分	156
5.3.1 无限区间上的广义积分	156
5.3.2 无界函数的广义积分	158
5.3.3 Γ -函数	159
习题 5.3	160
5.4 定积分的应用	160
5.4.1 微元法	160
5.4.2 平面图形的面积	161
5.4.3 体积	165
5.4.4 定积分在物理中的应用举例	171
习题 5.4	173
复习题 5.1	173
复习题 5.2	175
自测题 5	178
参考文献	181

第 1 章 函数与极限

大学数学以微积分学为核心,微积分研究的对象是函数,微积分研究问题的工具是极限.可以说,整个微积分学是建立在极限理论的基础之上的.所以,准确理解极限概念,熟练掌握极限运算方法,对于学好大学数学是十分重要的.本章将介绍函数、极限以及函数的连续性等基本内容.

1.1 函 数

1.1.1 区间与邻域

1. 区间

区间是用得较多的一类实数集. 设 a 和 b 都是实数, 且 $a < b$, 则 $\{x \mid a < x < b\}$ 称为开区间, 记作 (a, b) , 即

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}.$$

其中, a 和 b 称为区间的端点, 它们均不属于 (a, b) . 类似地, 还可定义以 a 、 b 为端点的闭区间、半开半闭区间. 它们的定义及记号分别为

$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\};$$

$$[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}, (a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}.$$

以上这些区间都称为有限区间, $b - a$ 为它们的区间长度. 此外还有所谓无限区间, 其定义及记号为

$$[a, +\infty) = \{x \mid x \geq a\},$$

$$(-\infty, b] = \{x \mid x \leq b\},$$

$$(a, +\infty) = \{x \mid x > a\},$$

$$(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}.$$

在数轴上表示上述各种区间如图 1-1 所示.

注: $-\infty, +\infty$ 是两个符号而不是数, $+\infty$ 表示所有的数都比它小的一个符号, $-\infty$ 表示所有的数都比它大的一个符号.

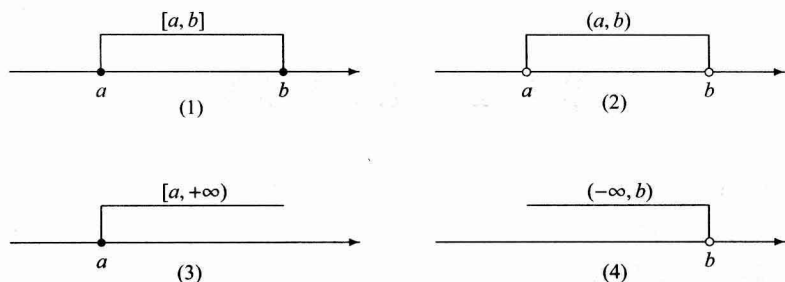


图 1-1

2. 邻域

邻域是又一个经常用到的概念. 设 $\delta > 0$, 则开区间 $(a - \delta, a + \delta)$ 称为点 a 的 δ 邻域, 记作 $U(a, \delta)$, 即

$$U(a, \delta) = \{x \mid a - \delta < x < a + \delta\} = \{x \mid |x - a| < \delta\}.$$

其中, 点 a 称为这个邻域的**中心**; 数 δ 称为这个邻域的**半径**.

有时用到的邻域需要把邻域的中心去掉, 称为点 a 的**去心 δ 邻域**, 记作 $\dot{U}(a, \delta)$, 即

$$\dot{U}(a, \delta) = \{x \mid a - \delta < x < a + \delta, x \neq a\} = \{x \mid 0 < |x - a| < \delta\}.$$

把开区间 $(a - \delta, a)$ 称为点 a 的 δ **左邻域**, 开区间 $(a, a + \delta)$ 称为点 a 的 δ **右邻域**. 在数轴上表示上述各种邻域如图 1-2 所示.

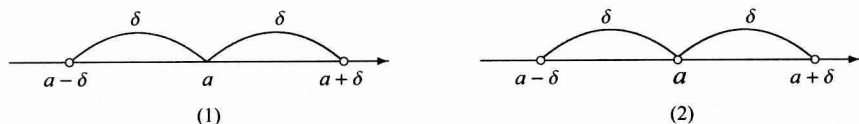


图 1-2

在不需要指明邻域半径的场合, 简称为**邻域**或**去心邻域**, 记作 $U(a)$ 或 $\dot{U}(a)$.

1.1.2 函数

1. 函数的概念及其表示方法

函数是反映变量间的相互依赖关系.

定义 1.1.1 设 D, B 是两个非空实数集, 如果存在一个对应法则 f , 使得对 D 中任何一个实数 x , 在 B 中都有唯一确定的实数 y 与之相对应, 则称对应法则 f

是 D 上的函数, 记作

$$f: x \rightarrow y \quad \text{或} \quad f: D \rightarrow B.$$

y 称为 x 对应的函数值, 记为

$$y = f(x), \quad x \in D.$$

其中, x 叫做自变量, y 叫做因变量.

D 称为函数 f 的定义域, 有时为了强调是函数 f 的定义域, 也记为 $D(f)$. 称 $\{f(x) \mid x \in D\}$ 为函数 f 的值域, 记作 $R(f)$. 在平面坐标系 xOy 下, 集合 $\{(x, y) \mid y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 $y = f(x)$ 的图形或图像.

从函数的定义中不难看出, 定义域和对应法则是构成函数的两个基本要素. 如果两个函数的定义域和对应法则都分别相同, 则称这两个函数相同.

函数的表示法主要有三种: 解析法、表格法和图像法. 其中解析法即用一个式子表示的方法用得最多. 当函数用一个式子表示时, 其定义域一般是指该表达式有意义的点的集合.

例 1.1.1 求下列函数的定义域.

$$(1) \quad y = \ln(4 - x^2); \quad (2) \quad y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x| - x}.$$

解 (1) 由 $4 - x^2 > 0$ 得 $-2 < x < 2$, 于是所求的函数定义域为 $(-2, 2)$.

(2) 由 $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ |x| - x \neq 0 \end{cases}$ 得 $-2 \leq x < 0$, 所求的定义域为 $[-2, 0)$.

例 1.1.2 判断下列每组的两个函数是否相同:

$$(1) \quad y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}, \quad y = x + 1; \quad (2) \quad y = \ln x^2, \quad S = 2 \ln |t|.$$

解 (1) 函数 $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 的定义域是 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$, 而函数 $y = x + 1$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 即两个函数的定义域不同, 所以它们表示的不是同一个函数.

(2) 两个函数的定义域都是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 且 $S = 2 \ln |t| = \ln |t|^2 = \ln t^2$, 即对应法则也相同, 所以它们表示相同的函数. 只是自变量、因变量所用的符号不同而已.

有的函数在其定义域的不同部分需用不同的表达式表示, 这样的函数称为分段函数. 但要注意分段函数不是由几个函数组成, 而是一个函数.

例 1.1.3 函数 $y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ 的定义域 $D(f) = (-\infty, +\infty)$, 值域 $R(f) =$

$[0, +\infty)$, 它的图形如图 1-3 所示. 这个函数称为绝对值函数.

例1.1.4 函数 $y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ 称为符号函数. 它的定义域为 $D(f) = (-\infty, +\infty)$, 值域为 $R(f) = \{-1, 0, 1\}$, 它的图形如图 1-4 所示.

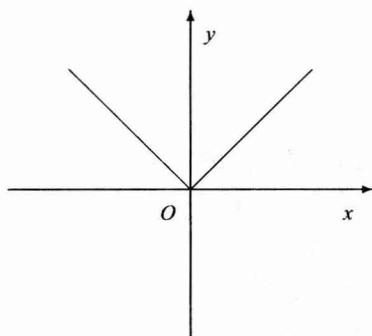


图 1-3

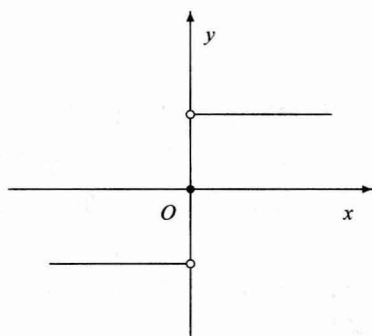


图 1-4

例1.1.5 函数 $y = [x]$ 称为取整函数, 它表示不超过 x 的最大整数. 其定义域 $D(f) = (-\infty, +\infty)$, 值域 $R(f) = \mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$, 它的图形如图 1-5 所示.

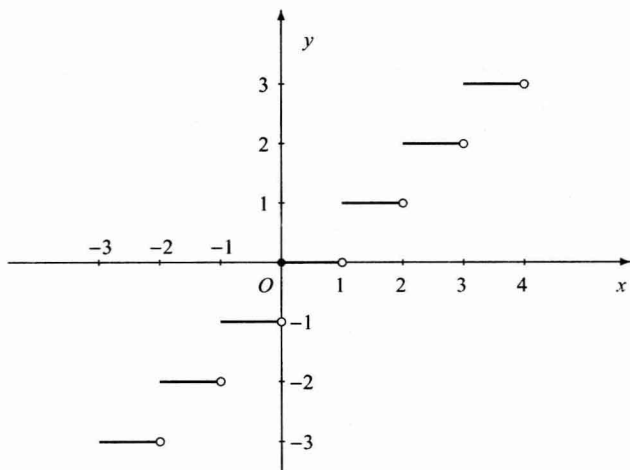


图 1-5

2. 函数的几种特性

(1) 函数的单调性.

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 区间 $I \subset D$. 如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2 ,

当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有

$$f(x_1) < f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加的 (图1-6); 如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有

$$f(x_1) > f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调减少的 (图 1-7). 单调增加和单调减少的函数统称为单调函数.

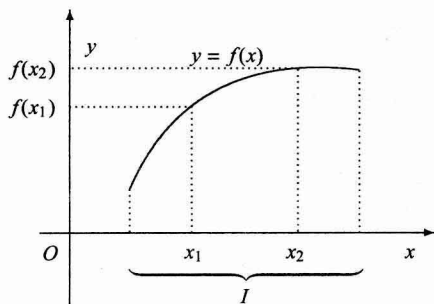


图 1-6

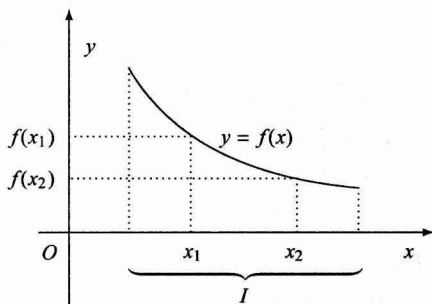


图 1-7

描述函数的单调性时, 必须指明在哪个区间上是单调的才有意义. 例如, 函数 $y = x^2$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上是单调增加的, 在区间 $(-\infty, 0]$ 上是单调减少的, 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内不是单调的 (图 1-8). 又例如, 函数 $y = x^3$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是单调增加的 (图1-9).

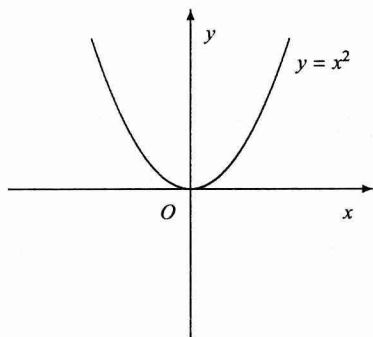


图 1-8

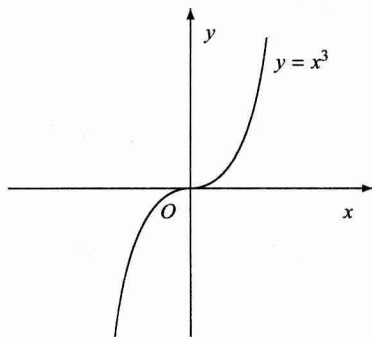


图 1-9

(2) 函数的奇偶性.

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D 关于原点对称的数集, 如果对于任一 $x \in D$,

$$f(-x) = f(x)$$

恒成立, 则称 $f(x)$ 为偶函数. 如果对于任一 $x \in D$,

$$f(-x) = -f(x)$$

恒成立, 则称 $f(x)$ 为奇函数.

显然, 偶函数的图像关于 y 轴对称, 奇函数的图像关于原点对称.

注: 函数具有奇偶性时, 其定义域必须关于原点对称.

(3) 函数的周期性.

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 如果存在一个正数 l , 使得对于任意 $x \in D$ 有

$$f(x+l) = f(x)$$

恒成立, 则称 $f(x)$ 为周期函数, l 称为 $f(x)$ 的周期, 通常我们说周期函数的周期是指最小正周期.

例如, 函数 $\sin x$, $\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数; 函数 $\tan x$, $\cot x$ 是以 π 为周期的周期函数.

例 1.1.6 若函数 $f(x)$ 是以 T ($T > 0$) 为周期的周期函数, 则 $f(ax)$ ($a > 0$) 是以 $\frac{T}{a}$ 为周期的周期函数.

证 因为 $f(x)$ 是以 T 为周期的周期函数, 所以

$$f\left[a\left(x + \frac{T}{a}\right)\right] = f(ax + T) = f(ax),$$

即 $f(ax)$ 是以 $\frac{T}{a}$ 为周期的周期函数.

(4) 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 数集 $X \subset D$, 如果存在数 K_1 , 使得

$$f(x) \leq K_1$$

对任一 $x \in X$ 都成立, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上有上界 K_1 ; 如果存在数 K_2 , 使得

$$f(x) \geq K_2$$

对任一 $x \in X$ 都成立, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上有下界 K_2 . 如果存在正数 M , 使得

$$|f(x)| \leq M$$

对任一 $x \in X$ 都成立, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上有界, 否则称函数 $f(x)$ 在 X 上无界.

从图像上看, 函数 $f(x)$ 在 X 上有上界 K_1 , 是指 $f(x)$ 的曲线在直线 $y = K_1$ 的下方; 函数 $f(x)$ 在 X 上有下界 K_2 , 是指 $f(x)$ 的曲线在直线 $y = K_2$ 的上方; 函数 $f(x)$ 在 X 上有界, 是指 $f(x)$ 的曲线介于两条平行线 $y = M$ 与 $y = -M$ 之间.

依定义, 函数 $f(x)$ 在 X 上有界的充分必要条件是 $f(x)$ 在 X 上既有上界又有下界.

例如, $y = \sin x$ 与 $y = \cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有界. $y = \frac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 内没有上界, 但有下界 (1 就是它的一个下界). 同样, 函数 $y = \frac{1}{x}$ 在 $(1, +\infty)$ 内有界, 因为这时 $0 < \frac{1}{x} < 1$.

在描述函数的有界性时, 必须指明它是在哪个区间上才有意义.

3. 反函数

定义 1.1.2 设函数 $y = f(x)$ 是定义在 $D(f)$ 上的一个函数, 值域为 $R(f)$. 如果对任意一个 $y \in R(f)$ 都有确定的一个 $x \in D(f)$ 且满足 $y = f(x)$ 与之对应, 则这个定义在 $R(f)$ 上的函数 $x = \varphi(y)$ 称为 $y = f(x)$ 的反函数. 相对于反函数 $x = \varphi(y)$ 来说, 原来的函数 $y = f(x)$ 称为直接函数.

习惯上, 自变量用 x 表示, 因变量用 y 表示, 反函数用 f^{-1} 表示, 因此 $y = f(x)$ 的反函数为 $y = f^{-1}(x)$, 显然它们互为反函数. 且反函数的定义域和值域分别为直接函数的值域和定义域.

注: 函数 $y = f(x)$ 与 $x = f^{-1}(y)$ (x 与 y 的位置没交换) 的图像是同一条曲线 (即重合), 而 $y = f(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ (x 与 y 的位置交换) 的图像关于直线 $y = x$ 对称.

需要指出的是, 并非所有的函数都存在反函数. 例如函数 $y = x^2$ 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内就没有反函数. 只有一一对应的函数, 才存在反函数. 因为单调函数是一一对应的, 所以必存在反函数.

例 1.1.7 求函数 $y = -\sqrt{x-1}$ 的反函数.

解 $y = -\sqrt{x-1}$ 定义域为 $[1, +\infty)$, 值域为 $(-\infty, 0]$, 且是单调减函数, 所以存在反函数. 由 $y = -\sqrt{x-1}$ 解出 $x = y^2 + 1$, 故它的反函数为

$$y = x^2 + 1, x \leq 0.$$

4. 复合函数

定义 1.1.3 设 y 是 u 的函数, 即 $y = f(u)$, 而 u 又是 x 的函数, 即 $u = \varphi(x)$. 如果 $y = f(u)$ 的定义域与 $u = \varphi(x)$ 的值域的交集非空, 则称 $y = f[\varphi(x)]$ 是 x 的复合函数, 其中, x 称为自变量, y 称为因变量, u 是中间变量.

注: (1) 并非任何两个函数都可复合成一个函数. 例如, 由 $y = \ln u$ 与 $u = -x^2$ 就不能构成复合函数, 这是因为 $y = \ln u$ 的定义域 $(0, +\infty)$ 与 $u = -x^2$ 的值域 $(-\infty, 0]$ 的交集是空集.

(2) 即使 $y = f(u)$ 与 $u = \varphi(x)$ 能复合而成复合函数 $y = f[\varphi(x)]$, 定义域也可能变小了. 如 $y = \sqrt{u}$, $u \in [0, +\infty)$ 与 $u = 1 - x^2$, $x \in (-\infty, +\infty)$ 复合而成 $y = \sqrt{1 - x^2}$, 其定义域是 $x \in [-1, 1]$, 而不是 $u = 1 - x^2$ 的定义域 $(-\infty, +\infty)$ 了.

有时中间变量的个数多于一个, 即可以由两个以上的函数经过复合构成一个函数, 只要它们顺次满足构成复合函数的条件即可. 例如, 函数 $y = \sqrt{u}$, $u = \sin v$, $v = \frac{x}{2}$ 可构成复合函数 $y = \sqrt{\sin \frac{x}{2}}$, 这里 u, v 都是中间变量.

1.1.3 初等函数

1. 基本初等函数

幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数及常值函数统称为基本初等函数. 现分别介绍如下:

(1) 幂函数.

$y = x^\mu$, μ 为任意常数, 其定义域随 μ 的不同而不同. 例如, 当 $\mu = 3$ 时, $y = x^3$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$; 当 $\mu = \frac{1}{2}$ 时, $y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ 的定义域是 $[0, +\infty)$; 当 $\mu = -\frac{1}{2}$ 时, $y = x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 的定义域是 $(0, +\infty)$. 但无论 μ 取什么值, 幂函数在 $(0, +\infty)$ 内总有定义 (图 1-10).

(2) 指数函数.

$y = a^x$, $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 其定义域为 $(-\infty, +\infty)$. 当 $0 < a < 1$ 时, $y = a^x$ 为单调减函数; 当 $a > 1$ 时, $y = a^x$ 为单调增函数, 如图 1-11 所示.

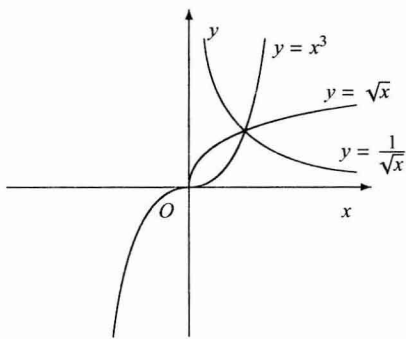


图 1-10

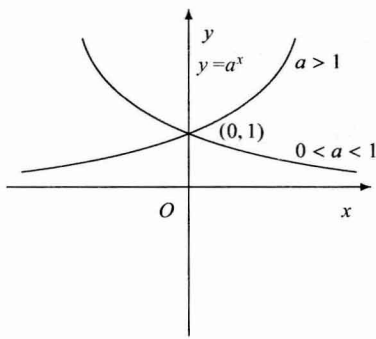


图 1-11

在实际应用中, 常出现以 e 为底的指数函数 $y = e^x$, 其中 $e = 2.718\ 28\cdots$, 是一个无理数.

(3) 对数函数.

$y = \log_a x$, 它是指数函数的反函数, 其定义域为 $(0, +\infty)$, 如图 1-12 所示.