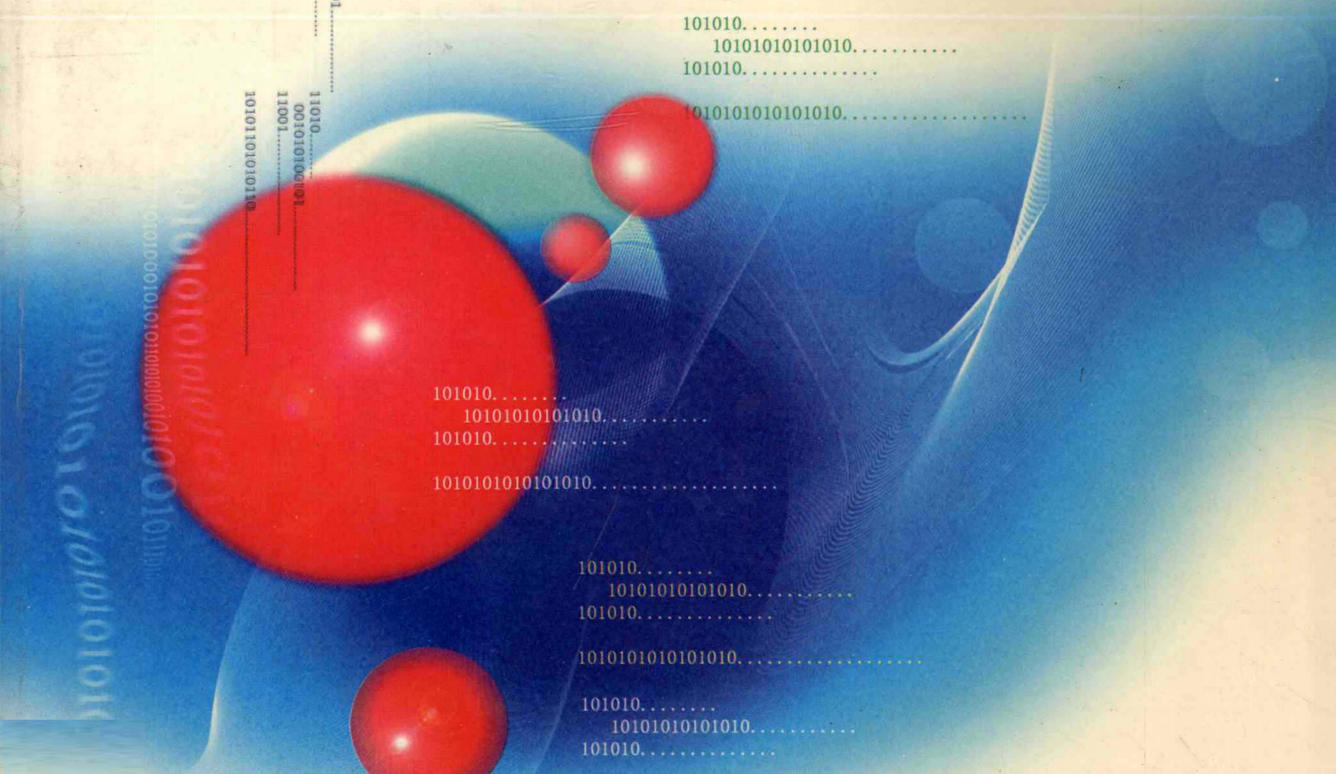
中小学学科奥林匹克编辑部组编

新课标·新教材

金牌奥赛每周测

高三年级超级试卷

数学



京华出版社

金牌奥赛每周测高三年级超级测试卷

（数　学）

主编：刘富森　司海举
编者：司海举　刘富森　王秋芳
张爱荣　李钊坡　张利光
丁恵睿

京华出版社

责任编辑:徐秀琴　王　建
封面设计:周春林　默　石

图书在版编目(CIP)数据

金牌奥赛每周测高三年级超级试卷.数学/北京阶梯素质教育研究所编.
-北京:京华出版社,2004.4
ISBN　7-80600-884-5

Ⅰ.金…　Ⅱ.北…　Ⅲ.数学-高中-习题　Ⅳ.G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 027035 号

著　　者□	北京阶梯素质教育研究所
出版发行□	京华出版社
	(北京市朝阳区安华西里 1 区 13 号楼 2 层　100011)
印　　刷□	北京国防印刷厂印刷
开　　本□	16 开
字　　数□	180 千字
印　　张□	10
印　　数□	1-5000
出版日期□	2004 年 5 月第 1 版第 1 次印刷
书　　号□	ISBN 7-80600-884-5/G·494
定　　价□	11.50 元

前　言

随着社会的发展、科技的进步及国力的增强，我国的教育制度、教育理念和方法都有了很大的改变，我国中小学教科书也从一纲一本的单一模式演变为一纲多本的多元模式，呈现出一种百花齐放的欣欣向荣景象。同时学科奥林匹克类图书也一枝独秀，长久不衰地伴随着教科书的变化、发展，不断地散发出自己独特的魅力，21世纪的到来，又诞生了新课标及新课标体制下的新教材。

新课标、老教材与学科奥林匹克竞赛三者不是孤立的，三者是有机的统一体，相辅相成，你中有我，我中有你，三者缺一不可。基于以上的认识，结合多年的教学实践和探索，我们注重了对学生基础知识点、综合素质和能力的测试，同时又兼顾了有特殊才能的学生的需要，把最基础的知识点和技巧性、趣味性强的学科奥林匹克竞赛题融为一体，我们将三者中最新、最精髓、最本质的练习题按学科知识点分单元设置编纂出版了这套超级测试卷系列丛书，供使用不同版本教科书、不同地区的学生作单元或每周测试使用。

本系列丛书是我社系列奥林匹克竞赛图书中的又一力作，是我们京华出版社的精华之作。全书共44册，其中小学12册，初中15册，高中17册。

本系列丛书虽然从策划、编写，再到出版、设计，可谓尽心尽力，但疏漏之处在所难免。如果您有什么意见和建议，欢迎并感谢赐教，让我们共同努力，以使本系列丛书更好地服务于广大的中小学师生。

中小学学科奥林匹克编辑部

目　录

试卷/答案

伽利略（意大利）

测试卷一 随机变量的概率分布

学校__________ 班级__________ 姓名__________ 等级__________

一、选择题

1.如果 ξ 是一个离散型的随机变量，那么下列命题中的假命题是 （ ）

A.ξ 取每一个可能值的概率是非负实数

B.ξ 取所有可能值的概率之和为 1

C.ξ 取某两个可能值的概率等于分别取其中每个值的概率之和

D.ξ 在某一范围内取值的概率大于它取这个范围内各个值的概率之和

2.关于随机变量，以下说法正确的个数是 （ ）

①随机变量是用来表示随机现象的量；

②随机变量是将随机现象数量化，以便进一步研究它；

③随机变量和通常的变量不一样，通常的变量只要知道变量的取值范围就可以了，而随机变量不但要知道它们取哪些值，而且还要知道它们能以多大的概率取那些值；

④随机变量就是随机事件.

A.1 B.2 C.3 D.4

3.将一颗均匀骰子掷两次，随机变量为 （ ）

A.第一次出现的点数 B.第二次出现的点数

C.两次出现的点数之和 D.两次出现相同点数的种数

4.随机变量 ξ_1 是一个无线寻呼台 1 分钟内接到的寻呼次数；随机变量 ξ_2 是某加工厂加工的某种钢管的外径与规定的外径尺寸误差；随机变量 ξ_3 是测量一个学生身高所得数值（精确到 1cm）；随机变量 ξ_4 是一个沿数轴进行随机运动的质点的坐标.那么这四个随机变量中，离散型随机变量的个数是 （ ）

A.1 B.2 C.3 D.4

5.设随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi=i)=a\left(\frac{1}{3}\right)^{i}$，$i=1$、2、3，则 a 的值为 （ ）

A.1 B.$\frac{9}{13}$ C.$\frac{11}{13}$ D.$\frac{27}{13}$

6.设离散型随机变量 ξ 的概率分布如下：

ξ	1	2	3	4
P_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	p

则 p 的值为 （ ）

A.$\frac{1}{2}$ B.$\frac{1}{6}$ C.$\frac{1}{3}$ D.$\frac{1}{4}$

7.已知随机变量 ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
p	0.7	0.1	0.1	0.1

摄尔西乌斯(瑞典)

则 $E(2\xi+5)$的值为 ( )

A.1.2 B.6.2 C.7.4 D.5.6

8.已知连续型随机变量 ξ 的概率密度函数为 $p(x)=\begin{cases}0, x<a\\ A,(a\leqslant x\leqslant b)\\ 0,(x>b)\end{cases}$,其中常数 $A>0$,则 A 的值为 ( )

A.1 B.b C.$\frac{1}{b-a}$ D.$b-a$

9.下面说法中正确的是 ( )

A.离散型随机变量 ξ 的期望 $E\xi$ 反映了 ξ 取值的概率的平均值

B.离散型随机变量 ξ 的期望 $E\xi$ 反映了 ξ 取值的平均水平

C.离散型随机变量 ξ 的方差 $D\xi$ 反映了 ξ 取值的概率的平均值

D.离散型随机变量 ξ 的方差 $D\xi$ 反映了 ξ 取值的平均水平

10.$E(\xi-E\xi)$的值为 ( )

A.0 B.$E\xi$ C.$2E\xi$ D.$2E^2\xi$

11.已知随机变量 ξ 服从二项分布,$\xi\sim B\left(6,\frac{1}{3}\right)$,则 $p(\xi=2)$等于 ( )

A.$\frac{3}{16}$ B.$\frac{4}{243}$ C.$\frac{13}{243}$ D.$\frac{80}{243}$

12.如果 $\xi\sim B(n,p)$,其中 $0<p<1$,那么使 $p(\xi=k)$取最大值的 k 值 ( )

A.有且只有 1 个 B.有且只有 2 个

C.不一定有 D.当$(n+1)p$ 为正整数时,有 2 个

二、填空题

1.设随机变量 ξ 满足:$p(\xi=1)=p$,$p(\xi=0)=1-p$,则 $E\xi=$__________.

2.抛掷三颗骰子,当至少有一个 1 点或 2 点出现时,就说这次试验成功.则在 54 次试验中成功次数 ξ 的期望值为__________.

3.甲、乙两人对同一目标各射击一次,甲命中的概率为$\frac{2}{3}$,乙命中的概率为$\frac{4}{5}$,若命中目标的人数为 ξ,则 $E\xi=$__________.

4.王菲从家乘车到学校,途中有 3 个交通岗,设在各个交通岗遇红灯的事件是相互独立的,并且概率都是$\frac{2}{5}$,则王菲上学路上遇红灯次数的方差是__________.

三、解答题

1.某射手每次射击击中目标的概率为 0.8,现在连续射击 4 次,求击中目标的次数 ξ 的概率分布列.

2.某篮球运动员投篮命中的概率 $p=0.6$.

(1)求一次投篮时命中次数 ξ_1 的期望和方差;

(2)求重复 5 次投篮时命中次数 ξ_2 的期望和方差;

(3)求从开始投篮到命中所需投篮次数 ξ_3 的概率分布.

3.某游戏射场规定,射手在一次射击中若命中可获得一元的奖励,若命不中,则需付 0.5元钱.观察某人的命中率为 0.4,则该人在 10 次射中获得钱数的概率分布列及其方差.

4.甲、乙两种水稻在相同条件下各种 100 亩,结果如下:

甲:

亩产	310	320	330	340
亩数	30	20	40	10

乙:

亩产	300	320	330	340
亩数	20	25	40	15

试问哪种水稻质量较好?

5.已知连续型随机变量 ξ 的概率密度函数为:

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x<1),\\ x-a & (1\leqslant x<2),\\ 0 & (x\geqslant 2).\end{cases}$$

(1)求常数 a 的值,并画出 ξ 的概率密度曲线;

(2)求 $P\left(1<\xi<\dfrac{3}{2}\right)$.

6.袋中有一个白球和四个黑球,每次从其中任取一个球,直到取到白球为止,求取球次数的概率分布.假定:

(1)每次取出的黑球不再放回去;

(2)每次取出的黑球仍放回去.

测试卷二　统　计

学校＿＿＿＿＿＿班级＿＿＿＿＿＿姓名＿＿＿＿＿＿等级＿＿＿＿＿＿

一、选择题

1.对于样本频率分布直方图与总体密度曲线的关系,下列说法中正确的是　(　　)

A.频率分布直方图与总体密度曲线无关

B.频率分布直方图就是总体密度曲线

C.样本容量无限增大,分组的组距无限减小,那么频分布直方图就会无限接近于总体密度曲线

D.样本容量很大的频率分布直方图就是密度曲线

2.已知 n 个数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$,那么

$$\frac{1}{n-1}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$$是　(　　)

A.S^2　　B.S　　C.S^*　　D.S^{*2}

3.已知一个总体含有 N 个个体,要用简单随机抽样方法从中抽取一个个体,则在抽样过程中,每个个体被抽取的概率　(　　)

A.变小　　B.变大　　C.相等　　D.无法确定

4.研究统计问题的思想方法是　(　　)

A.随机抽样

B.使用先进的科学计算器计算样本的方差等

C.用正态总体中的小概率事件理论控制生产过程

D.用样本估计总体

5.在用样本频率估计总体分布的过程中,下列说法正确的是　(　　)

A.总体容量越大,估计越精确　　B.总体容量越小,估计越精确

C.样本容量越大,估计越精确　　D.样本容量越小,估计越精确

6.为了了解某高校参加英语四级测试的 2000 名学生的成绩,从中抽取了 200 名学生的成绩进行统计分析,在这个问题中,2000 名学生成绩的全体是　(　　)

A.总体　　B.个体　　C.样本　　D.样本的容量

7.某单位有老年人 28 人,中年人 54 人,青年人 81 人,为了调查他们的身体健康状况,需从他们中抽取一个容量为 36 的样本,适合抽取样本的方法是　(　　)

A.简单随机抽样　　B.分层抽样

C.系统抽样　　D.先从老年人中剔去一人,然后分层抽样

8.正态总体的密度函数为:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},x\in R.$$则总体的方差为　(　　)

注意事项
一、学生要写清校名、班级、姓名
二、仔细审题,认真解答。
三、字迹清楚,卷面整洁。

哥白尼(波兰)

A. σ　　B. σ^2　　C. μ　　D. μ^2

9. 已知随机变量 ξ 服从二项分布：$\xi \sim B(n,p)$，且 $E\xi=7$，$D\xi=6$，则 $p=$　(　　)

A. $\frac{1}{7}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

10. 将容量为 100 的样本数据，按从小到大的顺序分为 8 个组，如下表：

组号	1	2	3	4	5	6	7	8
频数	10	13	14	14	15	13	12	9

第 3 组的频率和累积频率分别是　(　　)

A. 0.14 和 0.37　　B. $\frac{1}{14}$ 和 $\frac{1}{37}$　　C. 0.03 和 0.06　　D. $\frac{3}{14}$ 和 $\frac{6}{37}$

11. 一个容量为 20 的样本数据，分组后，组距与频数如下：$(10,20]$，2；$(20,30]$，3；$(30,40]$，4；$(40,50]$，5；$(50,60]$，4；$(60,70]$，2；则样本在区间 $(-\infty,50]$ 上的频率为　(　　)

A. 5%　　B. 25%　　C. 50%　　D. 70%

12. 为保证分层抽样时每个个体等可能地被抽取，必须要求　(　　)

A. 不同的层以不同的抽样比抽取

B. 每层等可能地抽样

C. 每层等可能地抽取一样多个样本，即若有 k 层，每层抽样 n_0 个

D. 每层等可能抽取不一样多个样本，样本容量为 $n_i = n\frac{N_i}{N}(i=1,2,\cdots,k)$，即按比例分配样本容量，其中 N 是总体的总数，N_i 是第 i 层的个数，n 是样本总量

二、填空题

1. 光明中学高一年级有 400 人，高二年级有 320 人，高三年级有 280 人. 以每人被抽取的概率为 0.2，向该中学抽取一个容量为 n 的样本，则 $n=$________.

2. 一个单位有职工 160 人，其中业务员 104 人，管理员 32 人，后勤服务人员 24 人，要从中选取一个容量为 20 的样本，应用分层抽样法，则 20 个样本中抽取业务员有________人.

3. 设随机变量 ξ 的期望为 μ，均方差为 $\sigma>0$，若使 $E(a+b\xi)=0$，$D(a+b\xi)=1$，则需要同时有 a 等于________，b 等于________.

4. 灯泡厂从某日生产的一批灯泡中抽取 10 个进行寿命测试，得灯泡寿命数据(天)如下：30，35，25，25，30，34，26，25，29，21，则该灯泡的平均寿命估计 $\bar{x}=$________，方差 $S^2=$________.

三、解答题

1. 已知 100 件产品中有 10 件次品，求从中任意取出的 3 件产品中次品数的期望、方差和均方差.

2. 精制食盐每袋的质量是随机变量，期望值为 500g，标准差为 5g，求装有 50 袋这种食盐的一箱总质量(不含箱子的质量)的数学期望与标准差.

3. 采用系统抽样法，从 121 人中抽取一个容量为 12 人的样本，求每人被抽取的概率.

4.用手枪对100个靶各打5发子弹,只记录命中与不命中,射击结果为:

命中数	0	1	2	3	4	5
频　数	3	18	29	31	14	5

(1)列出频率分布表(包括命中数,频数、频率、累积频率);

(2)画出条形频率分布图;

(3)计算命中不超过4发的概率.

5.某校高中三个年级共有2000人,且三个年级的学生人数之比为5:3:2,现要用分层抽样方法从所有学生中抽取一个容量为20的样本,问这三个年级分别应抽取多少人?

6.据统计,一年中,一个家庭万元以上财产被窃的概率为0.01,保险公司开办一年期万元以上家庭财产保险,参加者需交保险费100元,若在一年之内,万元以上财产被窃,保险公司赔偿 a 元($a>100$),问 a 值如何确定,可使保险公司期望获益?

测试卷三　数学归纳法与数列极限

注意事项　一、学生要写清校名、班级、姓名　二、仔细审题，认真解答。　三、字迹清楚，卷面整洁。

学校＿＿＿＿＿＿　班级＿＿＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿＿＿　等级＿＿＿＿＿＿

一、选择题

1.用数学归纳法证明“$1+2+\cdots+n+\cdots+2+1=n^2(n\in N^*)$”时，从 k 到 $k+1$ 等式左边添加的代数式是　(　　)

A.$k+1$　B.$k+2$　C.$k+1+k$　D.$2(k+2)$

2.用数学归纳法证明命题“当 n 为正奇数时，x^n+y^n 能被 $x+y$ 整除”，在验证 $n=1$ 正确后，归纳假设应写成　(　　)

A.假设 $n=k(k\in N^*)$时命题成立　B.假设 $n\leqslant k(k\in N^*)$时命题成立

C.假设 $n=2k+1(k\in N^*)$时命题成立　D.假设 $n=2k-1(k\in N^*)$时命题成立

3.用数学归纳法证明 $1+a+a^2+\cdots+a^{n+1}=\frac{1-a^{n+2}}{1-a}(n\in N^*,a\neq1)$，在验证 $n=1$ 成立时，左边所得的项为　(　　)

A.$1+a+a^2+a^3$　B.$1+a+a^2$　C.$1+a$　D.1

4.设凸 n 边形对角线条数为 $f(n)$，则 $f(n)$ 等于　(　　)

A.$n-2$　B.$n-3$　C.$\frac{1}{2}n(n-3)$　D.$n(n-3)$

5.下列数列中有极限的是　(　　)

①$1,2,3,\cdots,n,\cdots$;　②$1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\cdots,\frac{1}{n},\cdots$;

③$1,2\frac{1}{2},1\frac{2}{3},2\frac{1}{4},\cdots,2+(-1)^n\frac{1}{n},\cdots$;　④$a,-a,a,-a,\cdots$($a$ 为常数).

A.①②　B.②③　C.②④　D.②③④

6.若 $\lim\limits_{n\to\infty}(3a_n+4b_n)=8$，$\lim\limits_{n\to\infty}(6a_n-b_n)=1$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}(3a_n+b_n)$ 等于　(　　)

A.1　B.2　C.3　D.7

7.已知数列$\{a_n\}$的通项公式 $a_n=\frac{1}{n^2+3n+2}$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$　(　　)

A.1　B.$\frac{1}{2}$　C.$\frac{2}{3}$　D.$\frac{5}{6}$

8.一个无穷等比数列的公比为 q，且 $|q|<1$，若其每一项都等于它后面所有项的和的 k 倍，则 k 的取值范围为　(　　)

A.$k\geqslant0$　B.$k\leqslant-2$　C.$k>0$ 或 $k<-2$　D.$-2<k<0$

9.若 $\lim\limits_{n\to\infty}\left[1-\left(\frac{r}{r+1}\right)^n\right]=1$，则 r 的取值范围是　(　　)

A. $r<-1$　　B. $r>-1$　　C. $r>0$　　D. $r>-\dfrac{1}{2}$

10. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3}{2n^2+1}-\dfrac{2n^2}{4n-1}\right)$等于　　(　　)

A. $-\dfrac{1}{8}$　　B. 0　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 不存在

11. 已知$\{a_n\}$与$\{b_n\}$都是公差不为零的等差数列，且$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}=2$，则$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{b_1+b_2+\cdots+b_n}{na_{3n}}$等于　　(　　)

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

12. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=2^n+1$. 则$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{a_1a_2}+\dfrac{1}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_na_{n+1}}\right)$等于　　(　　)

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{5}{12}$　　C. $\dfrac{5}{6}$　　D. $\dfrac{3}{2}$

二、填空题

1. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差 $d>0$，首项 $a_1>0$，$S_n=\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{a_ia_{i+1}}$，则$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$________.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)\right]=$________.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{1}{2!}+\dfrac{2}{3!}+\cdots+\dfrac{n}{(n+1)!}\right]=$________.

4. 等比数列$\{a_n\}$的首项 $a_1=-1$，前 n 项和为 S_n，若$\dfrac{S_{10}}{S_5}=\dfrac{31}{32}$，则$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$________.

三、解答题

1. 计算下列极限：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1})$；

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n(2n-1)(n+2)}{6n^3+2n^2}$；

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\cos^n\theta-\sin^n\theta}{\cos^n\theta+\sin^n\theta}\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$；

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^4}\right)\cdots\left(1+\dfrac{1}{2^{2n}}\right)$.

2. 已知数列$\{a_n\}$，$a_n=\dfrac{2n+1}{n}$.

(1) 这个数列的第几项以后的所有项都满足$|a_n-2|<\dfrac{1}{1000}$？第几项以后的所有项都满足$|a_n-2|<\dfrac{1}{10^k}$？

(2)写出这个数列的极限.

3.某无穷等比数列各项的和为4,各项的平方和为6.求各项的立方和.

4.证明不等式:

$$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}\left(n\in N^{*}\right).$$

5.是否存在常数 a、b、c,使得等式 $1\times 2^{2}+2\times 3^{2}+\cdots+n(n+1)^{2}=\frac{n(n+1)}{12}\cdot(an^{2}+bn+c)$对于一切自然数 n 都成立?并证明你的结论.

6.已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$,其中 $a_1=p$, $a_n=pa_{n-1}$, $b_1=q$, $b_n=qa_{n-1}+rb_{n-1}$ $(n\geqslant 2)$.(p,q,r 是已知常数,且 $q\neq 0$, $p>r>0$).

(1)试用 p,q,r,n 表示 b_n,并用数学归纳法加以证明.

(2)求 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}$.

阿格兰德(德国)

测试卷四　函数极限及连续性

学校__________ 班级__________ 姓名__________ 等级__________

一、选择题

1. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x}+2}{\sqrt{1-x}-3}$的值为　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　B. $-\frac{1}{2}$　C. 0　D. 不存在

2. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{2x^2-x-15}{5x^2-7x-24}$等于　(　　)

A. 0　B. $-\frac{1}{2}$　C. $\frac{11}{23}$　D. $-\frac{11}{23}$

3. 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x} & (x\neq0)\\ 0 & (x=0)\end{cases}$. 在 $x=0$ 处不连续是因为　(　　)

A. $f(x)$在 $x=0$ 处无意义　B. $\lim\limits_{x\to0}f(x)$不存在

C. $x=0$ 时，$\dfrac{\sin x}{x}$无意义　D. $\lim\limits_{x\to0}f(x)\neq f(0)$

4. 下列计算正确的是　(　　)

A. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$　B. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$　C. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=1$　D. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=0$

5. 函数 $f(x)$在 $x=x_0$ 处连续的充要条件是　(　　)

A. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$　B. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$

C. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0)$　D. $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=f(x_0)$

6. 假设函数 $f(x)=\begin{cases}2 & (x<0)\\ x+a & (x\geqslant0)\end{cases}$在 R 上处处连续，则常数 a 为　(　　)

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

7. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x & (|x|\leqslant1)\\ 1 & (|x|>1)\end{cases}$，且有如下结论：

①$f(x)$在点 $x=1$ 处连续；　②$f(x)$在点 $x=-1$ 处连续；

③$f(x)$在点 $x=1$ 处的极限不存在；　④$f(x)$在点 $x=-1$ 处的极限不存在.

其中正确的是　(　　)

A. ①和③　B. ①和④　C. ②和④　D. ②和③

注意事项
一、学生要写清校名、班级、姓名
二、仔细审题，认真解答。
三、字迹清楚，卷面整洁。

8．下列结论正确的是　（　　）

A．若 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ 均存在，则 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ 存在

B．若 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$，则 $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处连续

C．若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处连续，则 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$

D．若当 $x\to a$ 时，$f(x)$、$g(x)$ 均无极限，则当 $x\to a$ 时，$f(x)+g(x)$ 也一定无极限

9．当 m、$n\in N^*$ 时，$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin nx}{\sin mx}$ 的值为　（　　）

A．$\dfrac{n}{m}$　　B．$\dfrac{m}{n}$　　C．$(-1)^{m-n}\dfrac{m}{n}$　　D．$(-1)^{n-m}\cdot\dfrac{n}{m}$

10．下列计算不正确的是　（　　）

A．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=e$　　B．$\lim\limits_{x\to0}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}=e$

C．$\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$　　D．$\lim\limits_{x\to0}(1-x)^{-\frac{1}{x}}=e$

11．$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sin(1-x)}{1-x^3}$ 等于　（　　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．1

12．函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有定义是它在点 x_0 处连续的　（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必要条件

二、填空题

1．$\lim\limits_{x\to0}(x\cot x)=$ __________．

2．$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3+x^2-5x-2}{x^2-4}=$ __________．

3．若 $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2+ax-3}{x+1}=b$，则 $a=$ __________，$b=$ __________．

4．$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(1+mx)^n-(1+nx)^m}{x^2}$ $(m,n\geqslant2,m,n\in N^*)$ 的值是 __________．

三、解答题

1．求下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{2\sin^2x+\sin x-1}{2\sin^2x-3\sin x+1}$；

(2) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^2 3x}{x\sin 2x}$；

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x$．

2．求下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$；