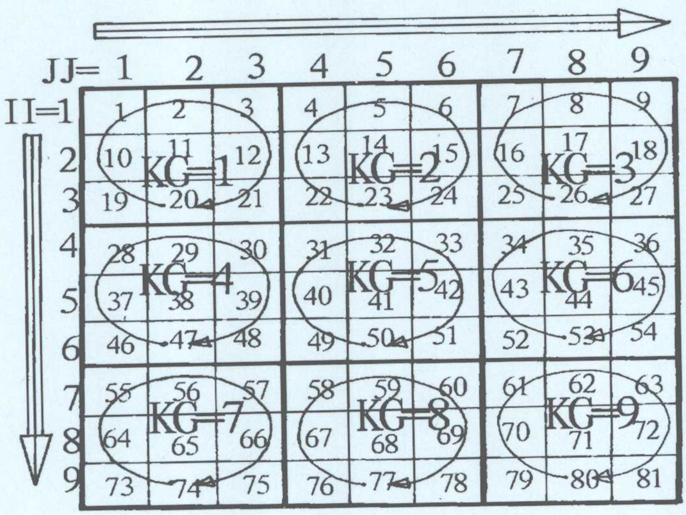
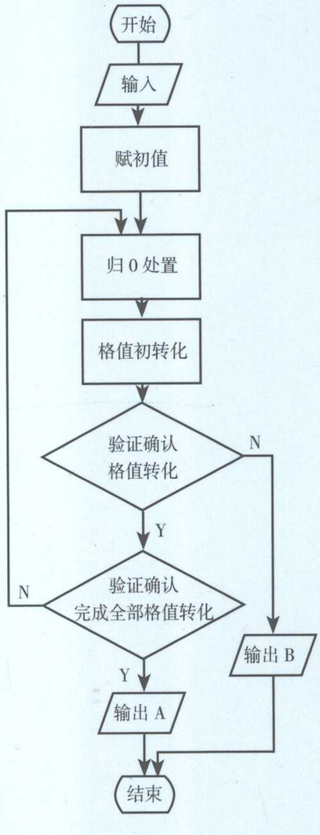
九宫格数独游戏的

数值分析解法

金建明 著





☆ 扩展

↓

○归 0 处置

↓

◎格值转化

★数值分析方法　▲手工图解法

◆程序简介　●出题方法　■2304 个题目

中国青年出版社

九宫格数独游戏的
数值分析解法

金建明 著

中国青年出版社

（京）新登字083号
图书在版编目（CIP）数据

九宫格数独游戏的数值分析解法/金建明著. —北京：中国青年出版社，
2012.12
ISBN 978-7-5153-1250-7
Ⅰ.①九… Ⅱ.①金… Ⅲ.①智力游戏—解法—研究 Ⅳ.①G898.2
中国版本图书馆CIP数据核字（2012）第270941号

责任编辑 梁文 刘萍
出版发行 中国青年出版社
社　　址 北京东四十二条21号
邮政编码 100708
网　　址 www.cyp.com.cn
门 市 部 010-57350370
编 辑 部 010-57350315
印　　刷 三河市君旺印装厂
经　　销 新华书店
规　　格 787×1092 1/16
印　　张 12.5
字　　数 290千字
版　　次 2012年12月北京第1版
印　　次 2012年12月河北第1次印刷
定　　价 39.80元

九宫格数独游戏的数值分析解法

序言

2010年上半年我住在北京女儿家，首次看到上小学二年级的七岁外孙女做六宫格数独游戏题目，并开始知道有相应的九宫格数独游戏。正好在由所住朝阳区平房乡不定期地赠送给住户的周刊小报上常有九宫格数独游戏题目及相应结果答案，有时购买的《法制晚报》与《中国青年报》上也都有数独游戏专栏，从此在清闲中我开始进行练习作业。从最初完成一个较简单的题目所花时间要一个多小时，逐渐到半小时内；但有时遇到较难的题目，还是大半天也完成不了。正是在做这些较难的题目的思考摸索过程中，想到了用数值分析解法。

2010年7月底，我回到四川，每天除了为生活三餐、身体锻练、看电视等必需外，约有2小时投入到《九宫格数独游戏的数值分析解法》的编写工作。到2010年9月底我理清了思路，2011年5月初完成了编写调试解决较简单的九宫格数独游戏题目相关的Fortran分析计算程序；2011年9月底完成了编写调试解决较难的九宫格数独游戏题目相关的Fortran分析计算程序；在2011年底完成本书前三章节编写的同时开始思考如何出题的问题，用了近5个月时间，完成了第4章及三个附录。

使我对九宫格数独游戏有这样的浓厚兴趣的主要原因出于参加工作到退休44年中从事的都是新课题开发研究，有经常动脑思考的兴趣，而退休后要动脑深入思考的事不多，通过做九宫格数独游戏题目及开展编写调试程序后感觉到这件事促进了自己的脑思维活动；也正是体会到这点，才有了出书奉献给读者的愿望。

本书主要内容包括“数值分析解法简述”、“手工图解法”、“进行作业分析的程序设计简介”、“有关九宫格数独游戏题目的研究”四章及三个附录——附录1：一个算例的分步详解、附录2：36个作业结果及用它们产生的作业题目、附录3：作业题目(1-2304)。

作者认为，在第1章中用方阵表示计算分析中的变量、三个约束、归0处置及格值转化相关的定理，并把九宫格数独游戏题目的数值分析方法本质与做法步骤归纳为“扩展”、“归0处置”与“格值转化”三步等，这些将是贯通全书入门九宫格数独游戏作业过程的重点。

在第2章中，通过相应表格的设计及一个相应样板算例的详细说明，向读者具体介绍了在手工图解法中是如何执行数值分析法相应的扩展、归0处置与格值转化三步的。由此，可以使读者从对数值分析法加深理解到初步掌握。

对于有计算机编程能力与兴趣的读者，第3章无疑地是很有必要下功夫深刻理解掌握的。建议对于不具计算机编程能力或对用计算机编此类程序无兴趣的读者，可以泛读第3章，这章内容对读者加深理解第2章的手工图解法及在下面第4章中的一些细节将是必须的。

第4章的内容是作者在编调计算分析程序过程中，将自己在入门阶段做报上刊登题目的作业过程中思考题目来源形成的思考加以总结发挥。读者通过深入学习本章可以自己掌握出题的方法，这也可以算是作者赠送给读者的一份礼物。

显得有些冗长的附录1，一个算例的分步详解，给出了一个具有26个格值NA(I) ≠ 0作业题目的一些阶段性计算结果。作者希望这个附录能够对想尝试进行相应程序设计的读者提供更为切实的具体帮助。

在编写本书中，作者为自己时常有创新的思想闪亮而感觉到充满无限活力与愉悦。作者向每个购买本书有空闲时间的读者建议，作为脑思维能力的运动，每天可以做1-2个九宫格数独游戏作业；由此出发，作者认为自己有向本书读者奉献很多题目的义务。在附录2中给出的用36 个作业结果产生的作业题目，是用变换方法产生附录3中2304个作业题目的根本。这2304个作业题目，可以分成64个组，每组各有36个题目——题目(1-36)为第1组，题目(37-72)为第2组，…题目(2233-2268)为第63组，题目(2269-2304)为第64组。对于掌握了第4章可以自己出题的读者，附录2与附录3是显得多余的。

作者自我评价：本书前三章思维清晰、逻辑严格，具有较高的学术性；第4章给出的出题方法内容本身是作者的创新，很实用且具有趣味性。作者认为，通过本书四章，在探求九宫格数独游戏研究中开创了一个新的方向，建立了一个新的体系。这个新的体系目前称不上完全，希望专家、读者多作评论；今后若有再版机会，作者会加较多的补充。

本书是作者对九宫格数独游戏经过深入思考发挥花近两年时间，几经修改、补充完成的。若能帮助读者入门是作者最大的欣慰。

目　录

第1章　数值分析解法简述

§1.1 格号、行号、列号与小宫号，单元与单元号

称一个有 9×9=81 格的方阵为九宫格，在九宫格中每九个横向格为一行，每九个竖向格为一列，由九宫格中的第 3 行下划横线、第 6 行下划横线、第 3 列的右划竖线与第 6 列的右划竖线，将九宫格的 81 格分成九个 3×3=9(格)的小方形，每个小方形中九个格子的集合称为小宫。

格号用单个字母 I 表示。

行单元与行号——九宫格中的每行九个格子的集合称为这九宫格的行单元；九宫格有 9 行，用双字符 II 表示行(单元)号；从上到下编号为 II=1、2、3、4、5、6、7、8、9。

列单元与列号——九宫格中每列九个格子的集合称为这九宫格的列单元；九宫格有 9 列，用双字符 JJ 表示列(单元)号；从左到右编号为 JJ=1、2、3、4、5、6、7、8、9。

小宫(单元)与小宫号——九宫格中每个小宫内九个格子的集合称为这九宫格的小宫单元，用字符 KG 表示小宫(单元)号。上面三行的 3 个小宫，从左到右编号为 KG=1、2、3；中间三行的 3 个小宫，从左到右编号为 KG=4、5、6；下面三行的 3 个小宫，从左到右编号为 KG=7,8,9。，

在本书中的格号、行号、列号与小宫号这四种号的编号见图 1-1。

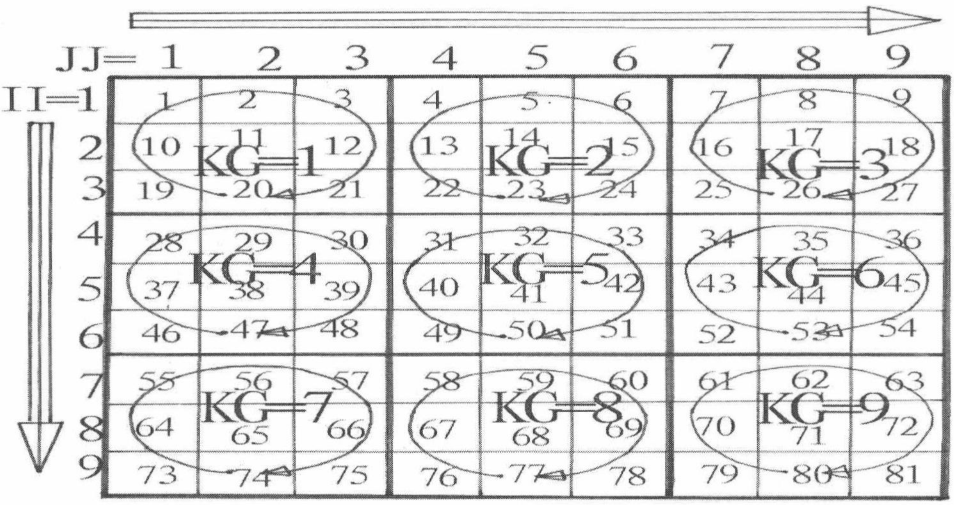


图 1-1 九宫格数独游戏的格号、行号、列号与小宫号

在程序分析中从格号到行号与列号的转换随量 IDT=I-9×INT(I/9)是否=0 的不同而不同,INT(I/9)为 Fortran 算法语言表示“(I÷9)取整”:

a1 当 IDT=0 时有 II=INT(I/9), JJ=9;

a2 当 IDT≠0 时有 II=IDT, JJ=INT(I/9)+1。

小宫号 KG 则可以根据行号与列号按下表得到确定:

	JJ=1—3	JJ=4—6	JJ=7—9
II=1—3	KG=1	KG=2	KG=3
II=4—6	KG=4	KG=5	KG=6
II=7—9	KG=7	KG=8	KG=9

§1.2 游戏规则

九宫格数独游戏是在九宫格内填充数字的脑力活动游戏——要求把 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九个数字分别填入到九宫格的每行中;在都填入了数字的九宫 81 格的每一行、每一列与每个小宫中都含有 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九个数字的全部。这种提法与一般有些不同;但它包含了被省略的“在每行、每列、每个小宫中没有数字的相重复”。作者认为这也是称它为“**数独**”的原因。

一般九宫格数独游戏不是在空白的九宫格上自由开始填入数字的;常见的九宫格数独游戏是在给定题目条件下在剩余空白格中作数字填充的;通常的给定题目是在九宫格的 22-30 个格内给定了数字,要求游戏参与者完成 50 多个剩余空白格中的数字填充。

在本书中,下面将九宫格数独游戏的给定题目简称**作业题目**,将完成九宫格数独游戏活动得到的结果简称为**作业结果**。所谓**作业题目**,是在 9×9=81 格的某些格(通常在 20—30 个格)上给出了格值的数表;而**作业结果**,则是在所有 9×9=81 格上都有满足游戏规则要求的格值。相应地,还有一个名词就是**作业过程**——代表从作业题目开始思考到得出作业结果整个历程。

§1.3 约束条件

作者在进行作业过程中将需要遵守的九宫格数独游戏规则称为“**约束条件**”。由此产生“**行约束条件**”、“**列约束条件**”与“**小宫约束条件**”三个名词。约束条件也是实施作业过程的依据。

a. 行约束条件

——在完成的九宫格作业结果中的每一行里不允许有相同的数字;

b. 列约束条件

——在完成的九宫格作业结果中的每一列里不允许有相同的数字;

c. 小宫约束条件

——在完成的九宫格作业结果中的每一小宫里不允许有相同的数字。

§1.4 用数组与方阵表示

1.4.1 用数组变量表示数值分析思考(程序设计)中涉及的各种量

在本书中,作者创造设计了 I、NA(I)、NAK(MNK, I)、KH(I)与 MMK(I) 五个常用的变量。下面对这些变量分别作较详细的解说。

a. 格号 I

——用变量 I 代表格号。

b. 格值 NA(I)

——在作业题目中给出的格值,完成作业任务在作业结果中的各个格值,在格号为 I 的格上的格值都用一维数组变量 NA(I)表示;NA(I)的可取值为 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 这 10 个数字中的一个;数字 0 表示格值未定。

c. 格值派生分量 NAK(MNK, I)

——用变量 NAK(MNK, I)表示每个格号 I 上可能将取值 NA(I)的集合, 称此变量 NAK(MNK, I)为格值 NA(I)的派生分量。NAK(MNK, I)中的 MNK 的最多可能取值有九个,即 MNK=1、2、3、4、5、6、7、8、9。

对于格号为 I 的格受相应单元约束不能取值 KNM 时,记相应分量 NAK(KNM, I)=0。当格 I 上的格值已确定有 NA(I)=MNK≠0 时有:

NAK(MNK, I)=NA(I)　〔对于 MNK=NA(I)〕,

NAK(MNK, I)=0　〔对于 MNK≠NA(I)〕。

d. 计录格值派生分量 NAK(MNK, I)可以取≠0 个数的 MMK(I)

——用一维数组变量 MMK(I)记录在作业过程中格号为 I 的格上仍有几个 NAK(MNK, I)≠0 可取值, MMK(I)可取值有: 1、2、3、4、5、6、7、8、9 共 9 个, 随 I=1、2、…80、81 变化,有 81 个 MMK(I)。显然,

对于 NA(I) ≠ 0 的格有 MMK(I)=1;相应反推也成立,对于 $MMK(I_0)=1$ 而 $NA(I_0)$ 仍为 0 的格 I_0,则应该及时作 $NA(I_0)=0 \to NA(I_0) \neq 0$ 的转化。

e. 记录格值 NA(I)生成顺序的 KH(I)

——用一维数组变量 KH(I)记录发生转变 NA(I)=0→NA(I) ≠ 0 的先后;题目给出的 NA(I) ≠ 0 的 KH(I)取值按约定俗成"从 1 开始,按照'从左到右、从上到下'顺序递增 1"。在作业过程中,KH(I)=0 表示格 I 的格值未定。得到格值转化为 NA(I) ≠ 0 的 KH(I)值按转化顺序递增。

1.4.2 用方阵展示数组

一维数组 NA(I),KH(I),MMK(I)及二维数组 NAK(MNK, I)在计算分析程序的各步骤上都可用方阵输出得到清晰明确的展示。

NA(I)、KH(I)与 MMK(I)三个一维数组变量各有一个含 9×9=81 个元素组成的方阵。

二维数组变量 NAK(MNK, I)有 9×(9×9)=9×81=729 个元素组成 9 个含 9×9=81 个元素组成的小方阵——一方面九宫格有 9×9=81 格,另一方面,与 NA(I)= 1、2、3、4、5、6、7、8、9 共九个可能取值相应,作为格值 NA(I)的派生分量 NAK(MNK, I)中的 MNK 将在 MNK=1、2、3、4、5、6、7、8、9 共九个值中取值。因此, NAK(MNK, I)将有 9×(9×9)=9×81=729 个元素,即 NAK(MNK, I)由 9 个各含 9×9=81 个元素构成的小方阵组成,每个小方阵中的九行表示相应单元中的九格,每行中的九个元素,表示相应格值 NA(I)的九个可能取值。对于受约束的 NAK(KNM, I)=0;因此显示 NAK(MNK, I)的 9×(9×9)=9×81=729 个元素在 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 共十个值中取值。在 $NA(I_A) \neq 0$ 的格 I_A 的 $NAK(MNK, I_A)$ 相应行中则应有 8 分量元素为 0,只有一个分量元素为 $NAK(NA(I_A), I_A)=NA(I_A) \neq 0$。

由于九宫格数独游戏作业中的变量都是正整数,作者在程序设计中所有变量取名中的第一个字母的选择满足 Fortran 程序设计要求"表示正整数变量的第一个字母取用在 I、J、K、L、M、N 中选取"的隐含取值法则规定。

§1.5 归 0 处置

作者从最初用手工解九宫格数独游戏题目的作业过程中产生了数值分析解法灵感。——用手工方法做了几十个解九宫格数

独游戏题目后发现，**九宫格数独游戏的作业过程，就是根据行约束、列约束与小宫约束三个约束条件，从题目给定的那些 NA(I)≠0 的格出发及时扩展，减少在同单元中 NA(I_0)=0 的格 I_0 上的派生分量 NAK(MNK, I) 中 MNK 可能取值的个数，在当 MMK(I_0)=1 时，即将 NA(I_0)=0 的格转化为 NA(I_0)=MNK，此 MNK 为最后唯一 NAK(MNK, I_0)≠0 中的 MNK——得到 NA(I_0)=NAK(MNK, I_0)=MNK。**

作者在做了较多作业练习后，尤其在构想程序设计的思考中，将上述过程，简称为一个术语叫“**归 0 处置**”。

根据约束条件，若能确定在单元中有格 I 上的元素 NA(I)=MNK≠0，则就不再允许同单元上其它 NA(I_0)=0 的格 I_0 也取 NA(I_0)=MNK。据此可以把它转化出“归 0 处置”。

——**所谓“归 0 处置”的基本含义是指：可以用格值 NA(I)≠0 的格 I 对同单元中 NA(I_0)=0 的格 I_0 的派生分量 NAK(MNK, I_0) 施加约束影响，迫使取 MNK=NA(I) 的相应分量 NAK(NA(I), I_0)=0。**

作者认为，**归 0 处置是完成九宫格数独游戏作业过程中的一个基本方法，也是个强力手段**。在任何一种单元的任何一个单元内，那些 NA(I_0)=0 的格 I_0 的格值派生分量 NAK(MNK, I_0) 原先有九个≠0 的可取值，经过归 0 处置后，相应≠0 的 NAK(MNK, I_0) 个数逐渐被减少，这个过程也就是这些格逐渐走向可以转化产生新格值≠0 的过程。记录了整个过程中 NAK(MNK, I_0) 分量个数的 MMK(I_0) 反映 NAK(MNK, I_0) 有几个分量已被归 0，还有几个分量尚未被归 0，十分清楚，一目瞭然。

§1.6 用于归 0 处置及格值转化的定理

1.6.1 用于归 0 处置的定理：

——**定理 1.** 在一个单元中，若格 I_A 的值已经确定取值 NA(I_A)=KNM≠0（KNM 为整数 1、2、3、4、5、6、7、8、9 中的一个），则在此单元中其它格 I_B 的格值派生分量有 NAK(NA(I_A), I_B)=0；且对于格 I_A 有 NAK(NA(I_A), I_A)=NA(I_A), NAK(MNK, I_A)=0 〔当 MNK≠NA(I_A)〕。

1.6.2 用于实现由 NA(I_0)=0→NA(I_0)≠0 转化的三个定理：

——**定理 2.** 若任一 NA(I_0)=0 的格 I_0 的九个派生分量 NAK(MNK, I_0) 中的其它八个分量已被归 0〔即有 MMK(I_0)=1〕则这格 I_0 可以实现

转化，取 $NA(I_0)=MNK$，其中 MNK 值即是九个派生分量 $NAK(MNK, I_0)$ 中那个仅有未被归 0 的值。

对于 $NA(I_0)=0$ 的格 I_0，当 $MMK(I_0)=1$ 时，$NAK(MAK, I_0)$ 应该有唯一 $\neq 0$ 的 MNK: $NAK(MNK, I_0)=MNK\neq 0$。据定理 2，可以产生格值转化 $NA(I_0)=0\rightarrow NA(I_0)=NAK(MAK, I_0)=MNK\neq 0$；也可以作反方向的应用——对于 $NA(I)\neq 0$ 的格 I，必有 $NAK(NA(I), I)=NA(I)$。

——**定理 3.** 在任一个单元的九格中，若 $NA(I_0)=0$ 的格 I_0 的九个派生分量 $NAK(MNK, I_0)$ 中的 $MNK=KNM\neq 0$，而同单元中的其它八格 I_B 中相应同值 MNK=KNM 的分量 $NAK(KNM, I_B)$ 都已被归 0(即有八个 $NAK(KNM, I_B)=0$)，则仅剩那个 $NAK(KNM, I_0)=KNM$ 的格 I_0 可以实现转化，取 $NA(KNM, I_0)=KNM$。

——**定理 4.** 在任一个单元中，当九格中有八个格 I 的格值都已有 $NA(I)\neq 0$ 的不同取值，则仅剩那个 $NA(I_0)=0$ 的格 I_0 可以实现转化取 $NA(I_0)=MNK$，其中 MNK 值即是 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九个数字中未被 $NA(I)\neq 0$ 的八格取用而剩下的那个数字。

1.6.3 简略证明

可以用如下叙述作为用于归 0 处置定理的证明：“格 I_B 上的格值派生分量 $NAK(MNK, I_B)$ (其中 MNK=1、2、3、4、5、6、7、8、9 中的一个)本身表示格 I_B 在作业过程中格值 $NA(I_B)$ 的可能取值。因此，在格 I_A 有 $NA(I_A)=KNM$ 条件下，根据约束规则，对于与格 I_A 同单元的格 I_B 就不可能再取 $NA(I_B)=KNM$，因此相应地必需有 $NAK(KNM, I_B)=0$”。

用于实现由 $NA(I_0)=0\rightarrow NA(I_0)\neq 0$ 转化的三个定理，可以用如下相同的叙述作为证明：“用这三个定理实现格 I_0 上转化得到的 $NA(I_0)$ 都是满足三个约束条件的；而且在满足定理条件下，定理中给出的转化值是唯一正确的值”。

1.6.4 自格转化与单元格转化

定理 2 根据格 I_0 上的 8 个 $NAK(MNK, I_0)$ 分量已被归 0 得到本格 $NA(I_0)=0\rightarrow NA(I_0)\neq 0$ 的转化，因此作者把它简称为“**自格转化定理**”。由此可以推出：**已知 $NA(I)\neq 0$，则必有：**

$$\mathbf{NAK(NA(I), I)=NA(I)} \quad [\text{当 } MNK=NA(I)],$$

$$\text{及}\quad \mathbf{NAK(MNK, I)=0} \quad [\text{对于 } MNK\neq NA(I)]。$$

定理 3 根据单元中八个格中相应同一个 MNK 值的八个

NAK(MNK, I)分量都已被归 0，得到本单元中剩下的第 9 格 I_0 实现 $NA(I_0)=0 \rightarrow NA(I_0)=MNK \neq 0$ 的转化，因此作者把它简**称为"单元格转化定理"**。

1.6.5 应用概况

应用定理 3，有可能在作业过程的初期就可以实现一些格从 $NA(I_0)=0$ 到 $NA(I_0) \neq 0$ 的转化。

在解九宫格数独游戏题目作业的中、后期会有较多的格，可以根据定理 2 实现从 $NA(I_0)=0$ 到 $NA(I_0) \neq 0$ 的转化。

在作业过程的的后期，应用定理 4，可以省略相应单元中 $NA(I) \neq 0$ 的八个格对此单元中最后唯一剩下的 $NA(I0)=0$ 的格要作相应的归 0 处置，实现从 $NA(I_0)=0$ 到 $NA(I_0) \neq 0$ 的直接转化。

§1.7 小结

综上，由作者提出的**九宫格数独游戏数值分析方法的本质与具体做法步骤可以归纳为"扩展"、"归 0 处置"与"格值转化"三步：**

——第 1 步**"扩展"**，先按照 9×9 个格元素（每格上的数字）在无约束条件下每个格都将可取 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九个数字中的任一个，对每个格值 $NA(I_0)=0$ 的格 I_0 进行扩展（在手工图解法中扩展的具体做法是给每个格派生 9 个小格；在计算机程序设计中的具体做法是设置用二维数组表示的格值可能取值派生分量（简称为格值 I_0 的派生分量）$NAK(MNK, I_0)$。

——第 2 步**"归 0 处置"**， 一方面，对于格值 $NA(I) \neq 0$ 的格 I 作归 0 处置：保留 $NAK(NA(I), I)=NA(I)$，对于其它八个 $NAK(MNK, I)$ 分量都取 0，即取 $NAK(MNK, I)=0$〔对于 $MNK \neq NA(I)$〕；另一方面，根据约束条件，用单元中 $NA(I) \neq 0$ 的格值对同单元中 $NA(I_0)=0$ 的格 I_0 的派生分量——$NAK(NA(I), I_0)$（即 $NA(I_0)$ 的可能取值）作相应的归 0 处置——取 $NAK(NA(I), I_0)=0$。

——第 3 步**"格值转化"**，当通过归 0 处置，原本 $NA(I_0)=0$ 的格 I_0 的九个派生分量 $NAK(MNK, I_0)$ 中只剩下一个为 $MNK=KNM \neq 0$（即有 $MMK(I, I_0)=1$）时，根据自格转化定理实现将此格作格值转化 $NA(I_0)=0 \rightarrow NA(I_0)=KNM$。若在原本 $NA(I_0)=0$ 的格 I_0 中派生的

NA(I0) 某个可能取值 NAK(MNK, I0)=KNM 成为同单元中剩下的唯一一个(即其它各格相应此值的派生分量都已被归 0),则可以使用单元格转化定理,将此格实现转化 NA(I0)=0→NA(I0)=KNM——即使 NAK(MNK, I0)仍有多个分量≠0,也可以作此转化。

显然,**进行作业过程中的大量工作是在第二步“归 0 处置”**。

第 2 章 使用手工图解作业的数值分析解法

§2.1 手工数值分析解法对九宫格的衍生扩展

在手工解九宫格数独游戏题目的图解方法中,带有九个 NAK 分量的可能取值而得到扩展的任一格见图 2-1。当此格 I 相应的 NA(I)=0 转化为 NA(I)≠0 时,将 NA(I)值填入图 2-1 的中央小格 A 内,将记录此格由 NA(I)=0 转化为 NA(I)≠0 的转变发生顺序编号参数 KH(I)记录在空格 B 内。构成如下一张带扩展π形九个小格的作业用纸。

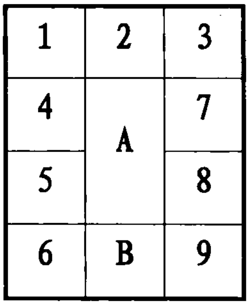


图 2-1 格的扩展

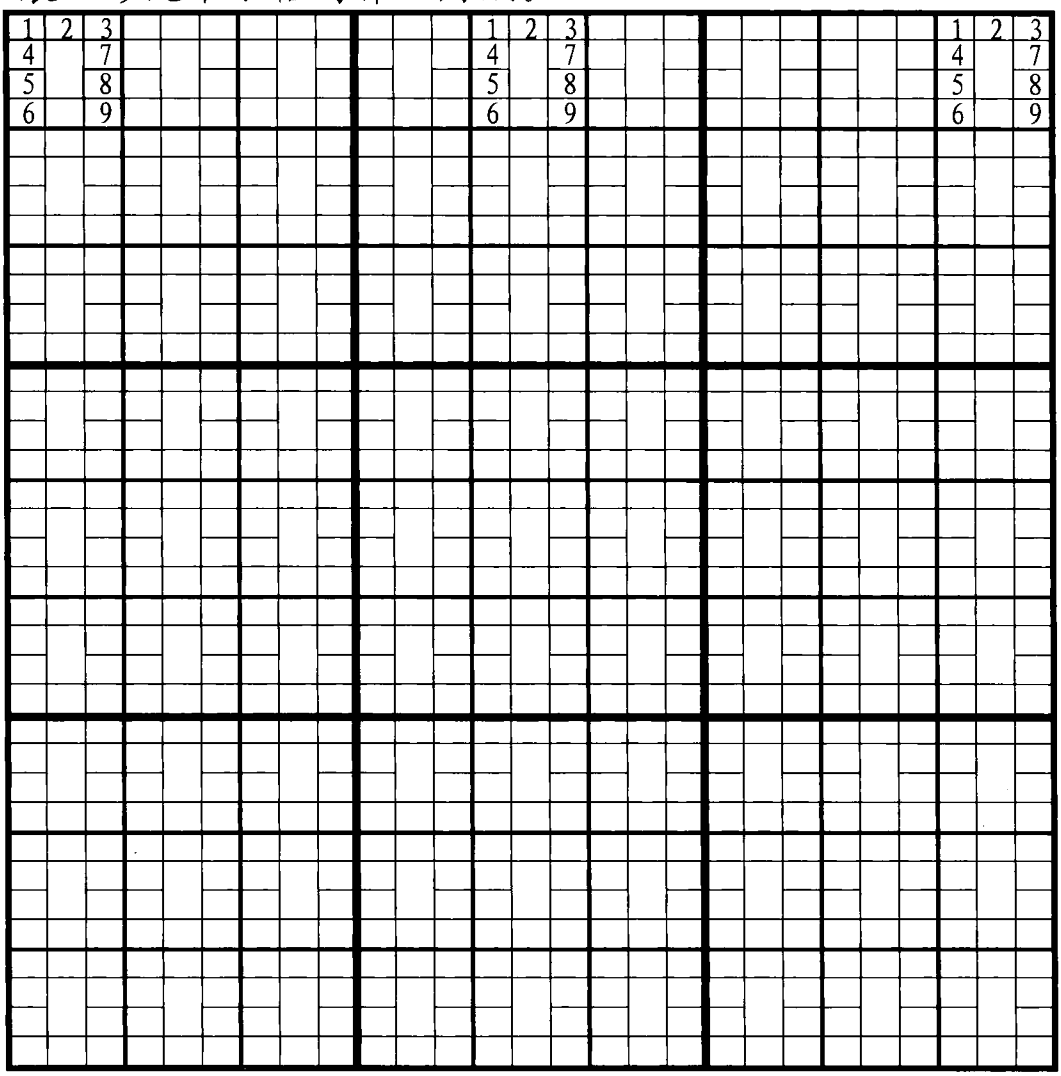


图 2-2 一张带有九个 NAK 分量可能取值而得到扩展的九宫格作业用纸

各个小格中的九个数字 1、2、…8、9 相当于 NAK(MNK, I) 中的MNK，这九个数字中的 8 个将受约束而在归 0 处置中转化为 0。作者在作业过程中，曾使用下述符号记录对这些小格相应 NAK(MNK, I) 的分量值 MNK 所实施归 0 处置可追溯的依据:

Ik——表示本分量受同一单元行中第 k 格 NA(k) ≠0 的约束得到归 0 处置;

Jm——表示本分量受同一单元列中第 m 格 NA(m) ≠0 的约束得到归 0 处置;

Gn——表示本分量受同一单元小宫中第 n 格 NA(n) ≠0 的约束得到归 0 处置。

由 81 个图 2-1 所示扩展了的 81 格构成见图 2-2，此图是作者专为本书读者入门数值分析图解方法而创造设计的。对图 2-1 与图 2-2 作两点说明:

a. 在图 2-1 中，构成π形九个小格内数字的具体位置设置可以由作业者自己设定;

b. 在图 2-2 中，仅在 I=1, 5, 9 三个格子中扩展的相关九个小格内分别打印有数字 1、2、3、4、5、6、7、8、9。对于已经熟悉在扩展的九个不同小格内相关数字安排的作业者可以使用不带数字的表格更清晰方便。

§2.2 手工图解方法的归 0 处置及格值转化

在这节中将通过作者在入门初期做过报上刊登的一个具体作业题，对于在作业过程中的某些归 0 处置及格值转化作较详细的展开说明。

在作为举例的作业题目中，有 24 个格的格值已经给出。用图解方法手工解这道九宫格数独游戏题目的方法过程见表 2.2-A 与表 2.2-B。

下面对在表 2.2-A 与表 2.2-B 一些格中给出的符号作些说明。在这两个表中，带括号的数字是题目给出的 24 个格值，从这 24 个题给格值出发，对其它 57 个格所开展的初步归 0 处置及对少数几个原是无格值的格在经过初步归 0 处置就可以在初始阶段实现格值转化的过程记录，见表 2.2-A；完成全部作业中的归 0 处置及

格值转化过程记录见表 2.2-B。

在表 2.2-A 内 $I_A=1$ 的格中，⊙G 表示在包含格号 $I_A=1$ 的小宫单元中，除 $I_A=1$ 的格外，其它 $I_B=2,3,10,11,12,19,20,21$ 的八格中相应⊙G 位的 NAK 分量 (MNK=8) 都已被归 0 处置；唯其在 I=1 的格中未被归 0 处置，因此，根据定理 3，此格可以实现从 NA(1)=0 到 NA(1)=8 的自格转化；※号表示在这个格 I_A 的格值作了转化为 $NA(I_A)\neq 0$ 后，这个格的格值派生分量 $NAK(MNK, I_A)$ 将只有一个 $NAK(NA(I_A), I_A)\neq 0$，相应于 $\neq NA(I_A)$ 的其余八个 MNK 都将取 $NAK(MNK, I_A)=0$。显然，这类归 0 处置对本格 I_A 已没有什么影响，但会对与它同单元中的其它格 I_B 将有影响。

在表 2.2-B 内 I=9 的格中，⊙G 表示在包含格号 I=9 的小宫 (KG=3) 的单元中，除 I=9 的格外，其它 I=7,8,16,17,18,25,26,27 的八格中相应⊙G 位的 NAK 分量 (MNK=7) 都已被归 0 处置；唯其在 I=9 的格中未被归 0 处置，因此，根据定理 3，此格可以实现从 NA(9)=0 到 NA(9)=7 的转化。

在表 2.2-B 内 I=3 的格中，J39 表示格号 I=3 的格中相应的 NAK 分量 (MNK=1) 被包含格号 3 的列单元（即 JJ=3 的列单元）中格号 I=39 的格 NA(39)=1 作了相应的归 0 处置；I7 表示格号 I=3 的格中相应的 NAK 分量 (MNK=3) 被包含格号 3 的行单元（即 II=1 的行单元）中格号 I=7 的格作了相应的归 0 处置；第 3 格中⊙，表示在 $I_0=3$ 的格中，其它 8 个 NAK 分量已被作归 0 处置，唯有此小格相应的 MNK=6（≠0）。因此，根据定理 2 此格可以实现从 NA(3)=0→NA(3)=6 的自格转化。

在 I=2 的格中，G12 表示格号 I=2 的格中相应的 NAK 分量 (MNK=4) 被包含格号 2 的小宫单元（即 KG=1 的小宫单元）中格号 I=12 的格 NA(12)=4 作了相应的归 0 处置；⊙I 表示在包含格号 I=2 的 II=1 行单元中，除 I=2 的格外，其它 I=1,3,4,5,6,7,8,9 的八格中相应⊙I 位的 NAK 分量 (MNK=5) 都已被归 0 处置；只有在 I=2 的格中还未被归 0 处置，因此，根据定理 3，此格可以实现从 NA(2)=0→NA(2)=5 的异格转化。