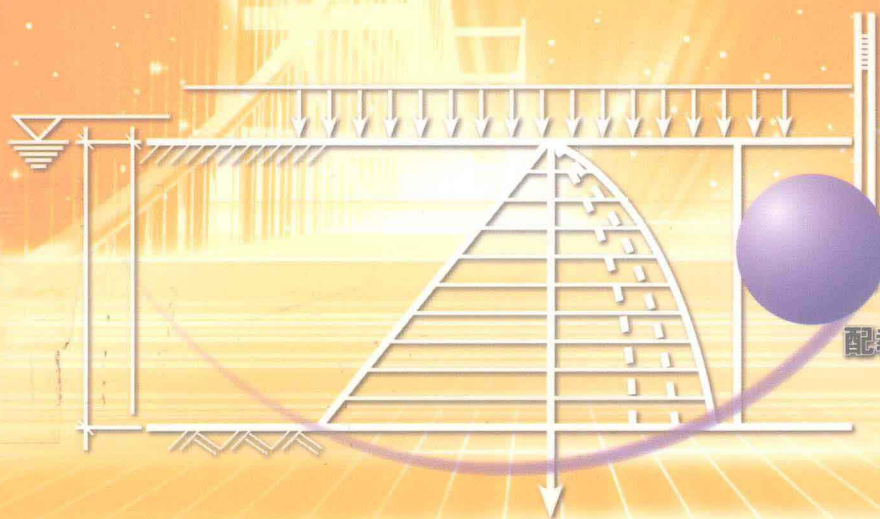




中等职业教育课程改革规划新教材

土木工程力学基础

宋小壮 编著



配教学资源·双色印刷

中等职业教育课程改革规划新教材

土木工程力学基础

宋小壮 编著

徐道远 主审



机械工业出版社

本书是根据教育部关于中等职业教育人才培养目标及教材建设总体要求编写的。编写中降低了对学习者知识储备的要求,突出土木工程力学思想,注重理论联系实际、循序渐进、深入浅出和简明扼要,扩大工程知识的广度,突出实用。同时,也照顾到学习者进一步的学习,突出了知识基础性的连贯性,涵盖了中职升高职对口招生考试和土木工程各行业基层技术与管理人员所需的力学内容。本书对知识体系作了必要、有效的调整,使多门与土木工程有关的力学内容融为一体,有效地提高了教学效率,减少了学习时数,且便于自学。

全书共六章,主要内容包括静力学分析基础、平面力系的平衡、内力分析基础、构件失效分析基础、常见构件承载能力分析和工程结构的组成规律。每章后附有小结、想一想、动手和习题,以提高理性的思维方式和工程力学素质。

本书适用于各类中等职业教育工民建、道桥、水利、市政等结构类专业,也可作为给排水、装修等非结构类专业“土木工程力学”、“建筑力学”课程的教材,还可供相关工程管理和技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

土木工程力学基础/宋小壮编著. —北京:机械工业出版社, 2011.2
中等职业教育课程改革规划新教材
ISBN 978-7-111-32934-3

I. ①土… II. ①宋… III. ①土木工程—工程力学 IV. ①TU311

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第021689号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)
策划编辑:曹新宇 责任编辑:曹新宇 版式设计:霍永明
责任校对:刘怡丹 封面设计:姚毅 责任印制:乔宇
北京机工印刷厂印刷(三河市南杨庄国丰装订厂装订)
2011年4月第1版第1次印刷
184mm×260mm·9.25印张·225千字
0 001—3 000册
标准书号:ISBN 978-7-111-32934-3
定价:21.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010) 68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010) 88379649

读者服务部:(010) 68993821

封面无防伪标均为盗版

前言

本书是根据教育部关于中等职业教育人才培养目标及教材建设总体要求编写的,适合于中等职业教育土木类各专业“土木工程力学”、“建筑力学”课程的教学使用,书中标注*的内容供多学时专业使用,少学时可根据实际情况选用。

本书作者长期在中等职业技术教育教学第一线工作,积累了丰富的教学经验,曾编写了多本力学教材,不仅具有良好的专业功底,同时了解这一层面学习者的认知规律。在本书的编写中,作者在新教学大纲的框架下,大胆地调整了知识体系,并将多年总结的方法融入教材,从而有效地提高教学效率,降低了对学习者知识储备的要求,突出力学思想、理论联系实际、循序渐进、深入浅出和简明扼要,扩大工程知识的广度,突出实用。同时,也照顾到学习者进一步的学习,突出了知识的基础性和连贯性,涵盖了中职升高职对口招生考试和土木工程各行业基层技术与管理人员所需的力学内容。对知识体系作了必要、有效的调整,使多门与土木工程有关的力学内容融为一体。

本书主要内容包括静力学分析基础、平面力系的平衡、内力分析基础、构件失效分析基础、常见构件承载能力分析和工程结构的组成规律。每章后附有小结、想一想、动动手和习题,尤其是“想一想”和“动动手”栏目,是作者为学习者能动手动脑地学习力学,以培养创新意识和提高各方面能力而编写的。书末附有大部分习题答案,以便于自学。为更好地服务教学,本书配套有教学资源包,其中的教学软件是作者多年教学改革成果,通过教学软件可将教材内容直观、形象地表达出来;涵盖教材中的教学内容,一定数量的补充例题及部分有难度习题的解答,供教学、课后复习和自学选用;另外,还补充了工程中具有实用意义却又超出教学大纲的内容,如连接件和组合变形强度计算、位移计算的图乘法等。选择本书作为教材的教师可来电索取(010-88379865),或登录 www.cmpedu.com 免费下载教学资源。

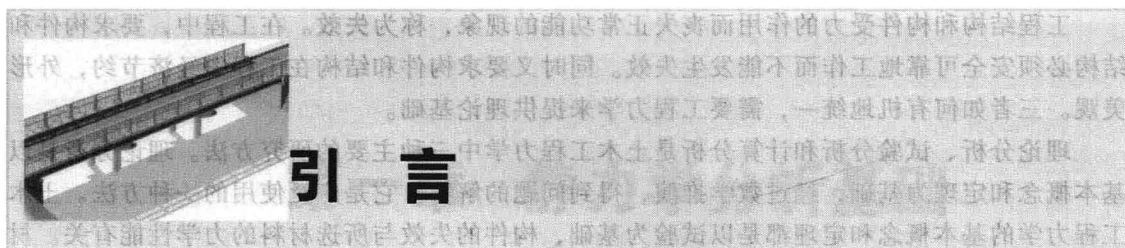
本书承蒙河海大学徐道远教授审阅,特致谢意。

由于作者水平所限,书中难免有不足之处,欢迎大家批评指正。

作者

目 录

前言	
引言	1
第一章 静力学分析基础	3
第一节 力	3
第二节 力的投影	5
第三节 力矩	7
第四节 力偶	8
第五节 力学计算简图	10
第六节 受力分析基础	14
小结	19
想一想	19
动动手	20
习题	21
第二章 平面力系的平衡	26
第一节 平面力系的简化	26
第二节 平面力系的平衡	29
第三节 平面力系中的特殊力系	32
*第四节 物体系统的平衡	36
小结	37
想一想	38
动动手	39
习题	39
第三章 内力分析基础	43
第一节 内力计算基础	43
第二节 轴向拉(压)杆的内力	45
第三节 单跨静定梁的内力	47
*第四节 静定多跨梁和刚架的内力分析	59
*第五节 平面静定桁架的内力分析	64
小结	68
想一想	68
动动手	69
习题	69
第四章 构件失效分析基础	75
第一节 应力、应变、胡克定律	75
第二节 材料力学性能介绍	78
第三节 构件的失效概念及其分类	80
第四节 截面图形的几何性质	83
小结	88
想一想	88
动动手	89
习题	89
第五章 常见构件承载能力分析	92
第一节 轴向拉压杆的应力与强度	92
第二节 轴向压杆的稳定计算	94
第三节 梁承载能力的讨论	98
小结	110
想一想	110
动动手	111
习题	112
第六章 工程结构的组成规律	117
第一节 结构组成的几何规则	117
第二节 结构组成分析方法简介	119
第三节 超静定结构的受力分析方法介绍	120
第四节 超静定结构的力学特征	123
小结	126
想一想	126
动动手	127
习题	127
附录	130
附录 A 习题答案	130
附录 B 型钢规格表(摘录)	136
参考文献	142



引言

工程力学是力学范畴内偏重于工程应用的一门技术基础学科。力学作为一门基础的自然学科，是人类认识世界、改造世界的锐利武器。它形成了一套朴素的辩证唯物论的严谨思想体系，是人类文明中一颗璀璨的明珠。因此学习力学对形成辩证唯物论世界观非常有利，对学习者的思维训练也极有益，通过力学的学习可以培养严谨、理性的思维习惯。

土木工程包括建筑工程、道路桥梁工程、水利工程等国计民生的建设领域。“土木工程力学”是土木工程实施的理论基础，通过学习可以逐步形成工程理念，为掌握土木工程的专业知识奠定基础，才能不断地更新专业知识。

“土木工程力学”在土建类各专业文化基础课与专业课教学中，起着承上启下的关键作用。大量的事实证明，只有学好了本课程才可能具备良好的工程素质，才能在工作现场用理性的思维解决千变万化的工程实际问题。

工程中各种各样的建筑物、机械等承受外力作用的部分，都是由若干**构件**（或零件）按照一定的规律组合而成的，称为**结构**（图 0-1）。结构和构件就是工程力学的研究对象。

物体在空间的位置随时间的改变，称为**机械运动**，例如车辆的行驶、机器的运转等。在绝大多数工程问题中，都把地球作为参考体。若物体相对于地球静止或作匀速直线运动，则称物体**平衡**。平衡是机械运动的特殊状态。探求物体的平衡规律是工程力学的一项重要任务。

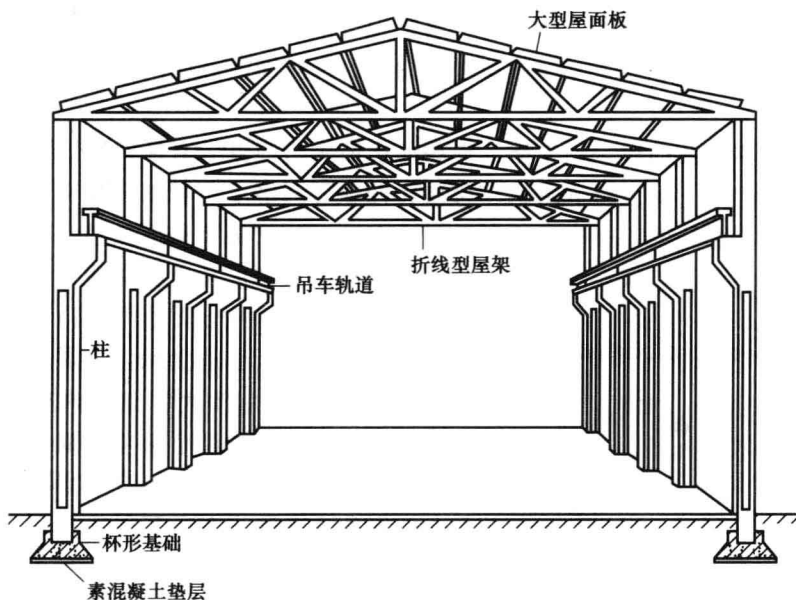


图 0-1 单层厂房结构



工程结构和构件受力的作用而丧失正常功能的现象,称为**失效**。在工程中,要求构件和结构必须安全可靠地工作而不能发生失效。同时又要求构件和结构在工程中经济节约,外形美观。三者如何有机地统一,需要工程力学来提供理论基础。

理论分析、试验分析和计算分析是土木工程力学中三种主要的研究方法。理论分析是以基本概念和定理为基础,经过数学推演,得到问题的解答。它是广泛使用的一种方法。土木工程力学的基本概念和定理都是以试验为基础,构件的失效与所选材料的力学性能有关。材料的力学性能是材料在力的作用下,抵抗变形和破坏等表现出来的性能,它必须通过材料试验才能测定。随着计算机技术的飞速发展,土木工程力学的计算手段发生了根本性变化,使计算得到简化,例如几十层的高层建筑的结构计算,现在仅用几小时便得到全部结果。

土木工程力学并不是高深莫测的,在我们生活的方方面面都有许多力学问题,只不过自觉或不自觉在运用力学规律。在学习土木工程力学时,必须理论联系实际,遇到实际问题尽量用学到的理论加以定性或定量的解释。如遇到实际问题能自觉地使用学到的力学知识,常常可以在很大程度上提高工作效率,有效地避免出现质量或人身伤害事故。身边随手找到的物品如纸张、小木棒、粉笔等都可以用来进行力学小实验,而通过这些小实验可以激发创新意识,对今后的生活和工作会有很大帮助。学习土木工程力学应重视运算能力的提高,很多工程最终是要用数据来表达的,因而运算能力是一名工程技术人员应具备的重要素质之一。



第一章 静力学分析基础

第一节 力

一、力的概念

人们对力的认识是在长期的生活实践中逐步形成的，用手提起重物时，手臂的肌肉会感到紧张，我们说手臂正在用力。手臂所起的作用也可以用其他物体来代替，比如，手可以拿住重物，绳子也可以拴住重物，对重物两者的效果完全一样，这说明人对物体有力的作用，物体之间也有力的作用。物体之间可以互相影响或称为作用，这类作用称为力。这样我们可以不注重研究对象具体受哪个物体作用，抓住问题的共同点，注重研究对象受到什么力。力作用在物体上就一定不会产生某种效果或称为效应。如用足够的力推静止的小车，小车就会运动起来；用力拉弹簧，弹簧就会变形等。因此，在力学中所讲的力是：

力是物体之间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态发生变化（运动效应），或者使物体的形状发生改变（变形效应）。

力对物体的作用会产生两种效应：**运动效应**和**变形效应**。其中运动效应可以分解成**移动效应**和**转动效应**两种。例如在打乒乓球时，为造成对手接球困难，通常打出各种旋转的球，需要通过在击球时，使球向前运动的同时还需使球绕球心转动。前者为移动效应，后者为转动效应。

为了抓住研究问题的共性，我们仅关注力的效应，至于产生力的原因不在本学科的研究范围。也就是说，对同一物体产生相同效应的力都是可以相互替代的，称为**等效**。那么力的什么因素与对物体产生的效应有关？同一重物力气小的人可能抬不动，换一个力气大的人就可能将其搬开，这说明力的大小与对物体产生的效应有关。一个人用同样大但方向相反的力去推门，其结果，门一个是开，一个是关，这说明力的方向与对物体产生的效应有关。图 1-1a 是用两个大小相同方向相反的力 F 去拉一根绳子，此时绳子是直的。如将这两个力位置互换，也就是这两个力的作用位置发生改变，如图 1-1b，此时，绳子就不可能是直的了，这说明力的作用位置与对物体产生的效应有关。

实践表明，力对物体的效应取决于力的大小、方向和作用点三个要素，称为力的三要素。

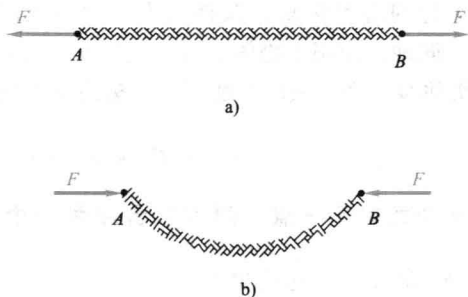


图 1-1 力作用位置对效应的影响



也就是说,某一物体只要所受到的力其三要素相同,结果是一样的,与谁施加的力无关。

要准确地描述力的大小,就必须有力的单位。

按照国家规定,我国使用的是国际单位制(SI),力的单位为牛顿(N)。工程实际中也常采用牛顿的倍数单位千牛(kN), $1\text{kN}=10^3\text{N}$ 。

作用于一个物体上的两个或两个以上的力所组成的系统(一群力),称为力系。对物体作用效果相同的力系,称为等效力系。如果一个力和一个力系等效,则该力为此力系的合力,而力系中的各个力称为这个力的分力。

二、力的性质

力是一个有大小和方向的量,所以力是矢量,可以用一段带箭头的线段来表示,线段的长短代表大小,箭头表示力的指向(图1-2)。规定用黑体字母 $\mathbf{F}$ 表示力矢量,而用普通字母 F 表示力的大小。如图1-2中力的大小可表示为 $F=150\text{N}$ 。通过力的作用点并沿着力的方向作一条直线,这条直线称为力的作用线。

做一个简单的实验,如图1-3所示,图a、b中A物体处于同一状态,两者不同的是,图a中砝码通过两个绳索来拉住A物体,即受到两个拉力。图b中砝码通过一个绳索来拉住A物体,即受到一个拉力。两者效应完全一样,如果进一步研究,可得出:作用于物体上同一点的两个力可以等效成一个合力,合力也作用于该点,合力的大小、方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。如图1-3中作用于A点的两个力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$,由这两个力为邻边所构成的平行四边形ABCD的对角线AC及由A到C的箭头表示 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 的合力 $\mathbf{F}$ 。这一性质称为力的平行四边形法则,可用矢量式

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

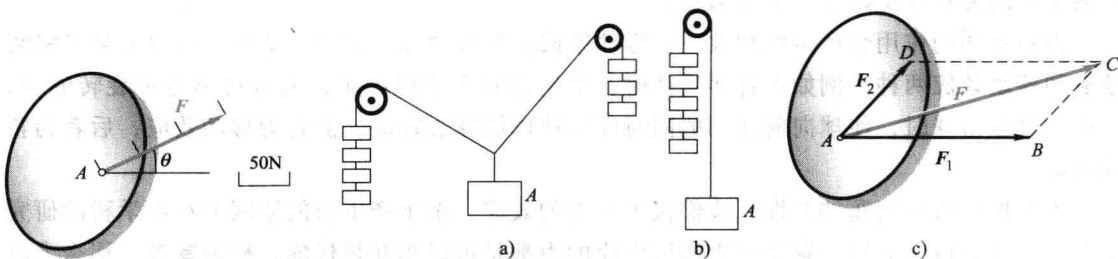


图 1-2 力矢量

图 1-3 力的合成

表示。即两个交于一点的力的合力,等于这两个力的矢量和;反过来,一个力也可以依照力的平行四边形法则,按指定方向分解成两个分力。

同理,作用于物体上同一点的 n 个力组成的力系,将其中的两个力合成为一个力,力系力的个数将少一个,依次合成下去,最终可合成为一个合力 $\mathbf{F}_R$,等于这个力系中所有力的矢量和。

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \Sigma \mathbf{F} \quad (1-1)$$

即 n 个力交于一点,则可以合成为一个合力,合力的作用线通过原力系的交点($\Sigma \mathbf{F}$ 是 $\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$ 在力学中的简化表示)。

由于力是物体间的相互作用,力的产生必定涉及两个相互作用的物体,当一个物体受到



另一个物体作用的同时，也对另一个物体产生作用。这种两物体间相互作用的力，总是大小相等、方向相反、沿同一直线，分别作用在这两个物体上。这一性质称为力的作用与反作用定律（在物理学中称为牛顿第三定律）。

作用在同一物体上的两个力如大小相等、方向相反、沿同一直线（图 1-1a），那么这两个力对物体的运动效应没有影响，则物体是平衡的；反过来，一物体上只作用了两个力，而此时物体是平衡的，那么这两个力必定大小相等、方向相反、沿同一直线。这一性质称为二力平衡原理（或二力平衡公理）。

物体在一个力系作用下处于平衡状态，则称这个力系为平衡力系，在平衡力系作用下的物体不产生运动效应。由此可知，一物体上增加或减去一个平衡力系，不改变物体的运动状态。这一性质称为加减平衡力系原理（或加减平衡力系公理）。

力学并不神秘，上面介绍的公理和定律，都是从生活和生产实践中总结归纳出来的。很多内容已在初中物理中学习过，而就是土木工程力学的基本原理，在此再次加以强调。

第二节 力的投影

前面提到力是矢量，而矢量运算比较繁琐，如求矢量和就要用到平行四边形法则。为了便于计算，在力学计算中常常通过力在直角坐标轴上的投影，将矢量运算转化为代数运算，这是我们必须掌握好的运算基本功。

一、力在直角坐标轴上的投影

如图 1-4 所示，在力 F 作用的平面内建立直角坐标系 Oxy 。由力 F 的起点 A 和终点 B 分别向 x 轴引垂线，垂足分别为 x 轴上的两点 A' 、 B' ，则线段 $A'B'$ 称为力 F 在 x 轴上的投影，用 F_x 表示，即

$$F_x = \pm A'B'$$

投影的正负号规定如下：若从 A' 到 B' 的方向与轴正向一致，投影取正号；反之取负号，力在坐标轴上的投影是代数量。

同样，力 F 在 y 轴上的投影 F_y 为

$$F_y = \pm A''B''$$

由图 1-4 可得

$$\begin{cases} F_x = \pm F \cos \alpha = \pm F \sin \beta \\ F_y = \pm F \sin \alpha = \pm F \cos \beta \end{cases} \quad (1-2)$$

式中， α 为力与 x 轴所夹的锐角， β 则为力与 y 轴所夹的锐角，图 1-4 中 F_1 、 F_2 是力 F 沿直角坐标轴方向的两个分力，是矢量。它们的大小和力 F 在轴上投影的绝对值相等， $F_1 = |F_x|$ ； $F_2 = |F_y|$ ，而投影的正（负）号代表了分力的指向和坐标轴的指向一致（或相反），这样投影就将分力大小和方向表示出来了，从而将矢量运算转化成了代数运算。在后面的运算中，也常常利用投影和沿直角坐标轴方向两力的关系，确定这两力的大小，将一个力分解成两个相互垂直的分力，称为力的正交分解，是运算中常采用的方法，必须熟练掌握。

为了计算方便，往往先根据力与某轴所夹的锐角来计算力在该轴上投影的绝对值，再由

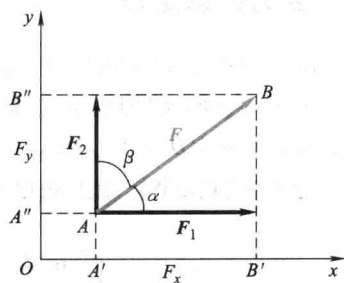


图 1-4 力在直角坐标轴上的投影



观察来确定投影的正负号。

【例 1-1】 试分别求出图 1-5 中各力在 x 轴和 y 轴上投影。已知 $F_1 = 100\text{N}$, $F_2 = 150\text{N}$, $F_3 = F_4 = 200\text{N}$, 各力方向如图所示。

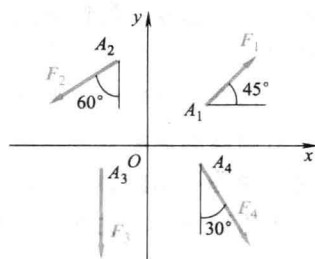


图 1-5 例 1-1 图

解 由式 (1-2) 可得出各力在 x 、 y 轴上的投影为

$$F_{1x} = F_1 \cos 45^\circ = 100\text{N} \times 0.707 = 70.7\text{N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 45^\circ = 100\text{N} \times 0.707 = 70.7\text{N}$$

$$F_{2x} = -F_2 \cos 30^\circ = -150\text{N} \times 0.866 = -129.9\text{N}$$

$$F_{2y} = -F_2 \sin 30^\circ = -150\text{N} \times 0.5 = -75\text{N}$$

$$F_{3x} = F_3 \cos 90^\circ = 0$$

$$F_{3y} = -F_3 \sin 90^\circ = -200\text{N} \times 1 = -200\text{N}$$

$$F_{4x} = F_4 \cos 60^\circ = 200\text{N} \times 0.5 = 100\text{N}$$

$$F_{4y} = -F_4 \sin 60^\circ = -200\text{N} \times 0.866 = -173.2\text{N}$$

反过来, 如已知一个力在直角坐标系的投影, 可以求出这个力的大小和方向。由图 1-4 可知:

$$\begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \alpha = \arctan \frac{|F_y|}{|F_x|} \end{cases} \quad (1-3)$$

其中, 取 $0 \leq \alpha \leq \pi/2$, α 代表力 F 与 x 轴的夹角, 具体力的指向可通过投影的正负值来判定, 如图 1-6 所示。

二、合力投影定理

由于力的投影是代数量, 所以各力在同一轴的投影可以进行代数运算, 由图 1-7 不难看出, 由 F_1 与 F_2 的和组成力系的合力 F 在任一坐标轴 (x 轴) 上的投影 $F_x = A'C' = A'B' + B'C' = A'B' + A'D' = F_{1x} + F_{2x}$, 对于多个力组成的力系以此推广, 可得合力投影定理:

合力在直角坐标轴上的投影 (F_{Rx} , F_{Ry}) 等于各分力在同一轴上投影的代数和, 即

$$\begin{cases} F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + \cdots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix} = \sum F_x \\ F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + \cdots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy} = \sum F_y \end{cases} \quad (1-4)$$

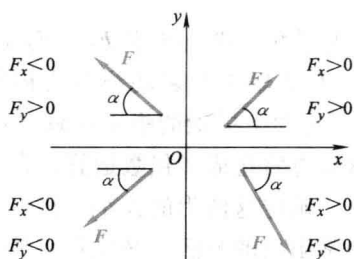


图 1-6 力方向的判断

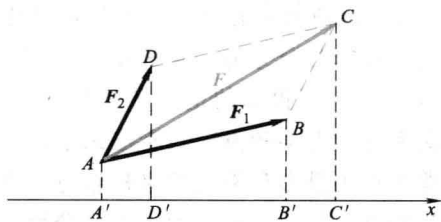


图 1-7 合力投影定理证明



如果将各个分力沿直角坐标轴方向进行分解, 再对平行于同一坐标轴的分力进行合成 (方向相同的相加, 方向相反的相减), 可以得到合力在该坐标轴方向上的分力 (F_{Rx} , F_{Ry})。可以证明, 合力在直角坐标系坐标轴上的投影 (F_{Rx} , F_{Ry}) 和合力在该坐标轴方向上的分力 (F_{R1} , F_{R2}) 大小相等, 而投影的正 (负) 号代表了分力的指向和坐标轴的指向一致 (相反)。

[例 1-2] 试分别求出图 1-8 中各力的合力在 x 轴和 y 轴上投影。已知 $F_1 = 20\text{kN}$, $F_2 = 40\text{kN}$, $F_3 = 50\text{kN}$, 各力方向如图所示。

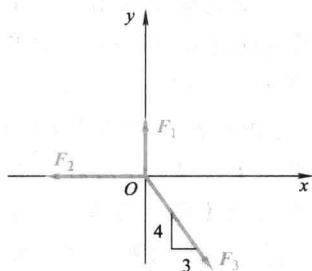


图 1-8 例 1-2 图

解 由式 (1-4) 可得出各力的合力在 x 、 y 轴上的投影为

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= \sum F_x = F_1 \cos 90^\circ - F_2 \cos 0^\circ + F_3 \times \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= 0 - 40\text{kN} + 50\text{kN} \times \frac{3}{5} = -10\text{kN} \\ F_{Ry} &= \sum F_y = F_1 \sin 90^\circ + F_2 \sin 0^\circ - F_3 \times \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= 20\text{kN} + 0 - 50\text{kN} \times \frac{4}{5} = -20\text{kN} \end{aligned}$$

第三节 力 矩

一、平面问题中力对点的矩

在生活中, 我们常常遇到物体转动的问题, 如图 1-9 所示, 用扳手拧紧螺母时, 作用于扳手上的力 F 使扳手绕 O 点转动。所选择物体绕某点旋转, 则此 O 点称为矩心。力对物体的转动效应不仅与力的大小和方向有关, 而且与矩心 O 点到力作用线的垂直距离 d 有关。将乘积 Fd 再冠以适当的正、负号对应力绕矩心 O 点的转向, 称为力 F 对 O 点的矩, 简称力矩, 它是力 F 使物体绕矩心 O 点转动效应的度量, 用 $M_O(F)$ 表示, 即

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1-5)$$

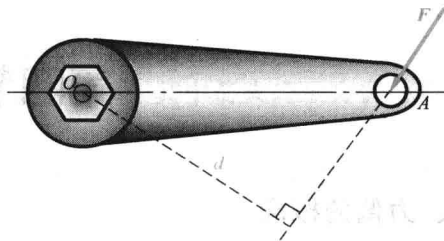


图 1-9 扳手中的力矩

式中, d 称为力臂。式中的正负号用来区别力 F 使物体绕矩心 O 点转动的方向, 规定力 F 使物体绕矩心 O 点逆时针转动时为正, 顺时针转动时为负。

力矩在下列两种情况下等于零: 力等于零或力的作用线通过矩心 (即力臂等于零)。

当力沿作用线移动时, 不会改变它对矩心的力矩。这是由于力的大小、方向及力臂的大小均未改变的缘故。

力矩的单位常用 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$, 有时为运算方便也采用 $\text{N} \cdot \text{mm}$ 的单位。其中 $1\text{kN} \cdot \text{m} = 10^3\text{N} \cdot \text{m} = 10^6\text{N} \cdot \text{mm}$ 。

[例 1-3] 如图 1-10 所示, 当扳手分别受到 F_1 、 F_2 、 F_3 作用时, 求各力分别对螺母中心 O 点的力矩。已知 $F_1 = F_2 = F_3 = 100\text{N}$ 。

解 根据力矩的定义可知

$$M_O(F_1) = -F_1 d_1 = -100\text{N} \times 0.2\text{m} = -20\text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_O(F_2) = F_2 d_2 = 100\text{N} \times 0.2\text{m} / \cos 30^\circ = 23.1\text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_O(F_3) = F_3 d_3 = 100\text{N} \times 0 = 0$$

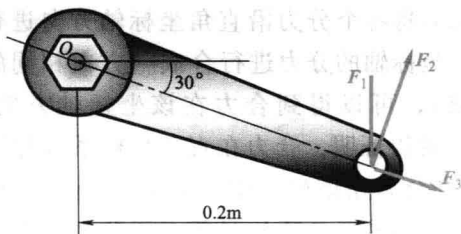


图 1-10 例 1-3 图

二、合力矩定理

由于一个力系的合力产生的效应是和力系中各个分力产生的总效应是一样的。因此, 合力对平面上任一点的矩等于各分力对同一点的矩的代数和。这就是合力矩定理, 即

$$M_O(F_R) = M_O(F_1) + M_O(F_2) + \cdots + M_O(F_n) = \sum_{i=1}^n M_O(F_i) = \sum M_O(F) \quad (1-6)$$

[例 1-4] 图 1-11 所示每 1m 长挡土墙所受土压力的合力为 F_R , 若 $F_R = 150\text{kN}$, 方向如图示。求土压力使墙倾覆的力矩。

解 土压力 F_R 可使挡土墙绕 A 点倾覆, 故求土压力 F_R 使墙倾覆的力矩, 就是求 F_R 对 A 点的力矩。由已知尺寸求力臂 d 不方便, 但如果将 F_R 分解为两分力 F_1 和 F_2 , 则两分力的力臂是已知的, 故由式 (1-6) 可得

$$\begin{aligned} M_A(F_R) &= M_A(F_1) + M_A(F_2) = F_1 h/3 - F_2 b \\ &= 150\text{kN} \cos 30^\circ \times 1.5\text{m} - 150\text{kN} \sin 30^\circ \times 1.5\text{m} \\ &= 82.4\text{kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

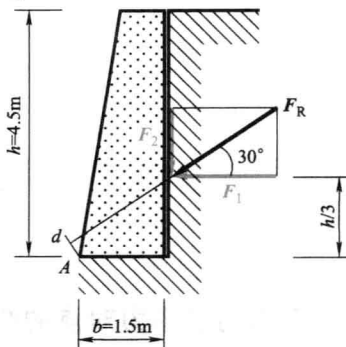


图 1-11 例 1-4 图

第四节 力 偶

一、力偶的概念

在日常生活和工程中, 经常会遇到物体受大小相等、方向相反、作用线互相平行的两个力作用的情形。例如, 汽车司机用双手转动转向盘 (图 1-12a), 钳工用丝锥攻螺纹 (图 1-12b), 以及用拇指和食指拧开水龙头或钢笔帽等。实践证明, 这样的两个力 F 、 F' 组成的力系对物体只产生转动效应, 而不产生移动效应, 把这种力系称为力偶, 用符号 (F, F') 表示。

组成力偶的两个力 F 、 F' 所在的平面称为力偶的作用面, 力偶的两个力作用线间的垂直距离称为力偶臂, 用 d 表示。



在力偶作用面内任取一点 O 为矩心, 如图 1-13 所示。设点 O 与力 F 作用线之间的垂直距离为 x , 力偶臂为 d , 则力偶的两个力对 O 点之矩的和为

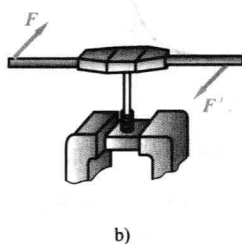
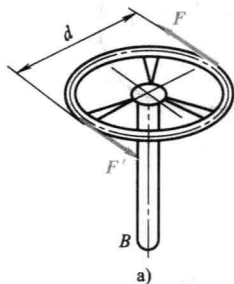


图 1-12 力偶的实例

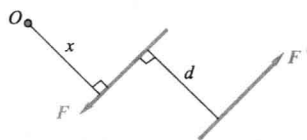


图 1-13 力偶

$$-Fx + F'(x + d) = Fd$$

这一结果表明, 力偶对作用面内任意一点的矩与点的位置无关。因此, 将力偶的力 F 与力偶臂 d 的乘积冠以适当的正负号对应力偶的转向, 作为力偶对物体转动效应的度量, 称为力偶矩, 用 M 表示, 即

$$M = \pm Fd \quad (1-7)$$

式中的正负号规定为: 力偶的转向是逆时针时为正, 顺时针时为负。

力偶矩的单位与力矩的单位相同, 常用 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

二、力偶的性质

力偶作为一种特殊力系, 具有如下独特的性质:

性质 1 力偶对物体只产生转动效应, 而不产生移动效应。因此, 一个力偶既不能用一个力代替, 也不能和一个力平衡 (力偶在任何一个坐标轴上的投影等于零)。力与力偶是表示物体间相互机械作用的两个基本元素。

性质 2 力偶对物体的转动效应, 用力偶矩度量而与矩心的位置无关。

如果在同一平面内的两个力偶, 它们的力偶矩彼此相等, 则这两个力偶等效。

性质 3 在保持力偶矩大小和力偶转向不变的情况下, 力偶可在其作用面内任意搬移, 或者可任意改变力偶中力的大小和力偶臂的长短, 力偶对物体的转动效应不变。

根据这一性质, 可在力偶作用面内用 M 或 M 表示力偶, 其中箭头表示力偶的转向, M 则表示力偶矩的大小。

必须指出, 力偶在其作用平面内移动或用等效力偶替代, 对物体的运动效应没有影响, 但会影响变形效应。

三、平面力偶系的合成

设在物体某平面内作用两个力偶 M_1 和 M_2 (图 1-14a), 任选一线段 $AB = d$ 作为公共力偶臂, 将力偶 M_1 、 M_2 移动, 并把力偶中的力分别改变为

$$F_1 = F'_1 = M_1/d \quad F_2 = F'_2 = -M_2/d$$

如图 1-14b 所示。根据性质 3, 图 1-14a 与图 1-14b 中, 力偶作用是等效的。于是, 力偶 M_1 与 M_2 可合成为一个合力偶 (图 1-14c), 其力偶矩为

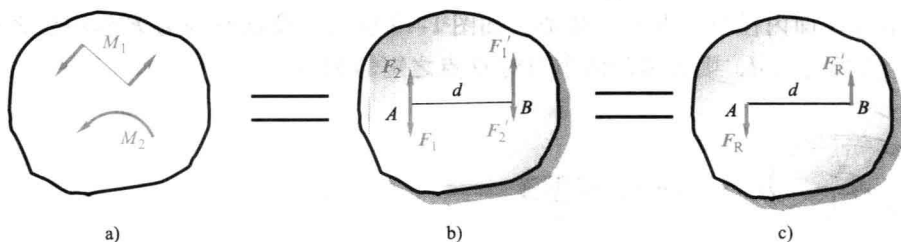


图 1-14 力偶合成

$$M = F_R d = (F_1 - F_2) d = M_1 + M_2$$

若有 n 个力偶作用于物体的某一平面内，由此组成的力系称为平面力偶系。在同一个平面内的力偶可合成为一合力偶，可以进行代数运算，合力偶的矩等于各分力偶矩的代数和，即

$$M = M_1 + M_2 + \cdots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i \quad (1-8)$$

【例 1-5】如图 1-15 所示，在物体的某平面内受到三个力偶的作用。设 $F_1 = 200\text{N}$ ， $F_2 = 600\text{N}$ ， $M = 100\text{N} \cdot \text{m}$ ，求其合力偶。

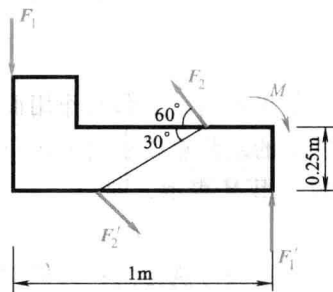


图 1-15 例 1-5 图

解 各分力偶矩为

$$M_1 = F_1 d_1 = 200\text{N} \times 1\text{m} = 200\text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_2 = F_2 d_2 = 600\text{N} \times 0.25\text{m} / \sin 30^\circ = 300\text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_3 = -M = -100\text{N} \cdot \text{m}$$

由式 (1-8) 得合力偶矩为

$$\begin{aligned} M &= M_1 + M_2 + M_3 \\ &= 200\text{N} \cdot \text{m} + 300\text{N} \cdot \text{m} - 100\text{N} \cdot \text{m} = 400\text{N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

即合力偶的矩的大小等于 $400\text{N} \cdot \text{m}$ ，转向为逆时针方向，与原力偶系共面。

第五节 力学计算简图

实际工程是很复杂的，对结构进行力学分析时，如果不加区分地考虑所有实际因素，将使问题的分析计算十分困难，甚至无法进行，同时这样也是不必要的。

分析实际结构，需要利用力学知识、结构知识和工程实践经验，并根据实际受力、变形规律等主要因素，忽略一些次要因素，对结构进行科学合理的简化。这是一个将结构理想化、抽象化的简化过程。这一过程称为力学建模。

一、荷载的分类与简化

1. 受力物体

物体在受力后都要发生形状、大小的改变，被称为变形，但在大多数工程问题中这种变形相对结构尺寸而言是极其微小的。

(1) 刚体 当变形对于研究物体平衡或运动的影响可以忽略不计时，可认为该物体不



发生变形。这种在受力时保持形状、大小不变的力学模型称为**刚体**。

由于刚体受力作用后，只有运动效应而没有变形效应，因此，增加或去掉任何一个在刚体上的平衡力系，不改变原力系对刚体的作用。这一原理称为**加减平衡力系原理**。力所在的直线称为力的作用线，力沿其作用线移动时，只改变物体的变形效应。因此，作用在刚体上的力可沿其作用线移动，而不改变该力对刚体的作用效应。这一原理称为力的可传性原理。

(2) 变形体 当变形对于研究物体平衡或运动规律不能忽略时，物体称为**变形体**。变形体在外力作用下会产生两种不同性质的变形：一种是当外力撤除时，变形也会随之消失，这种变形称为**弹性变形**；另一种是当外力撤除后，变形不能全部消失而残留部分变形，这部分变形，称为**塑性变形**。

当所受外力不超过一定限度时，绝大多数工程材料在外力撤除后，其变形可消失，这种物体称为**弹性变形体**，简称**弹性体**。

本课程只分析构件的**小变形**。所谓小变形是指构件的变形量远小于其原始尺寸。因此，在确定构件的平衡和运动时，可不计其变形量，仍按原始尺寸进行计算，从而简化计算过程。

2. 荷载的分类

物体受到的力可以分为两类。一类是使物体运动或有运动趋势的力，称为**主动力**，例如重力、水压力、土压力等，工程上把主动力称为**荷载**。另一类是周围物体限制物体运动的力，称为**约束力**。对于作为研究对象的受力物体，以上两类力通称为**外力**。

如果力集中作用于一点，这种力称为**集中力**或**集中荷载**。实际上，任何物体间的作用力都分布在有限的面积上或体积内，但如果力所作用的范围比受力作用的物体小得多时，作用在物体上力的合力都可以看成是集中力。同样对于作用于极小范围的力偶，称为**集中力偶**。

对于作用范围不能忽视的力（荷载），称为**分布力（荷载）**。分布在物体的体积内的荷载如重力等，称为**体荷载**。分布在物体的表面上，如楼板上的荷载（图 1-16a）、水坝上的水压力等，称为**面荷载**。如果力（荷载）分布在一个狭长范围内而且相互平行，则可以把它简化为沿狭长面的中心线分布的力（荷载），如分布在梁上的荷载（图 1-16b），称为**线分布力**或**线荷载**。体荷载、面荷载、线荷载统称为**分布荷载**。

单位体积上所受的力，称为**体集度**，通常用 γ 表示，单位为 N/m^3 或 kN/m^3 。单位面积上所受的力，称为**面集度**，通常用 p 表示，单位为 N/m^2 或 kN/m^2 。单位长度上所受的力，称为**线集度**，通常用 q 表示，单位为 N/m 或 kN/m 。当分布荷载各处集度大小均相同时，称为**均布荷载**；如分布荷载各处集度大小不相同，称为**非均布荷载**。由于工程中均布荷载较

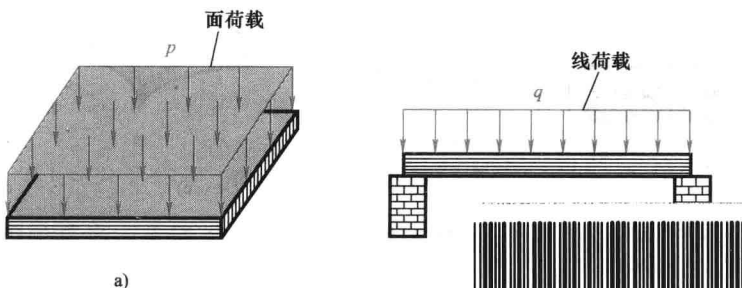


图 1-16 分布荷载

河南城建 *208875911*



为常见, 因此, 本课程只讨论均布荷载。如图 1-16a 所示, 板的自重即为面均布荷载, 它是以每单位面积的重力来计算的; 如图 1-16b 所示, 梁的自重即为线均布荷载, 它是以每单位长度的重力来计算的。

在具体运算的时候通常是将体荷载或面荷载简化为线荷载来进行。就刚体而言, 对于线荷载可转换成它的合力 F_R 来进行运算, 其合力大小为荷载图形的面积, 作用在图形的几何中心, 如线均布荷载的合力 F_R 的大小为线荷载集度 q 和荷载分布的长度 l 的乘积, 其方向和荷载方向一致, 作用在荷载分布的中点。

[例 1-6] 求图 1-17 中均布荷载对 A 点和 B 点的矩。

解 (1) 求均布荷载的合力 F_R 。

$$F_R = ql$$

方向和作用点如图 1-17 所示。

(2) 用合力代替线荷载分别对 A、B 两点取矩

$$M_A = M_A(F_R) = -F_R(a + l/2) = -ql(a + l/2)$$

$$M_B = M_B(F_R) = F_R l/2 = ql^2/2$$

在本课程中力主要的形式是集中力、力偶和线均布荷载三类, 因此这三类的投影和力矩计算是非常重要的运算基本功, 必须熟练掌握。

二、力学计算简图作法要点

1. 结构的分类

工程中结构的类型多种多样, 就几何观点可分为杆系结构, 这类结构是由若干杆件组成。所谓杆件是其一个方向的尺寸远大于另两个方向的尺寸的构件。杆件几何特征由其轴线与横截面确定。轴线通过各个横截面的几何中心, 横截面与轴线正交, 如图 1-18a 所示。杆件轴线为直线的称为直杆, 轴线为曲线的称为曲杆; 横截面相同的称为等截面杆, 横截面不同的称为变截面杆。杆件是工程中最常见、最基本的构件。等截面直杆是重点研究的对象, 简称等直杆。板和壳类结构的特征是两个方向的尺寸远大于另一个方向的尺寸, 如图 1-18b、c。实体结构三个方向的尺度具有相同的量级, 如图 1-18d。杆系结构又可分为平面杆系结构(组成结构的所有杆件的轴线及外力都在同一平面内)和空间杆系结构(组成结构的所有杆件的轴线及外力不在同一平面内)两类, 本书主要研究平面杆系结构。

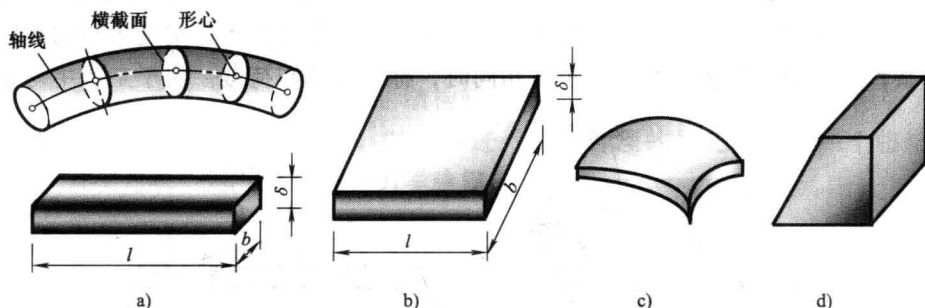


图 1-18 结构分类

2. 力学计算简图

在对结构和构件的受力和约束经过简化后得到的, 用于力学或工程分析与计算的图形,