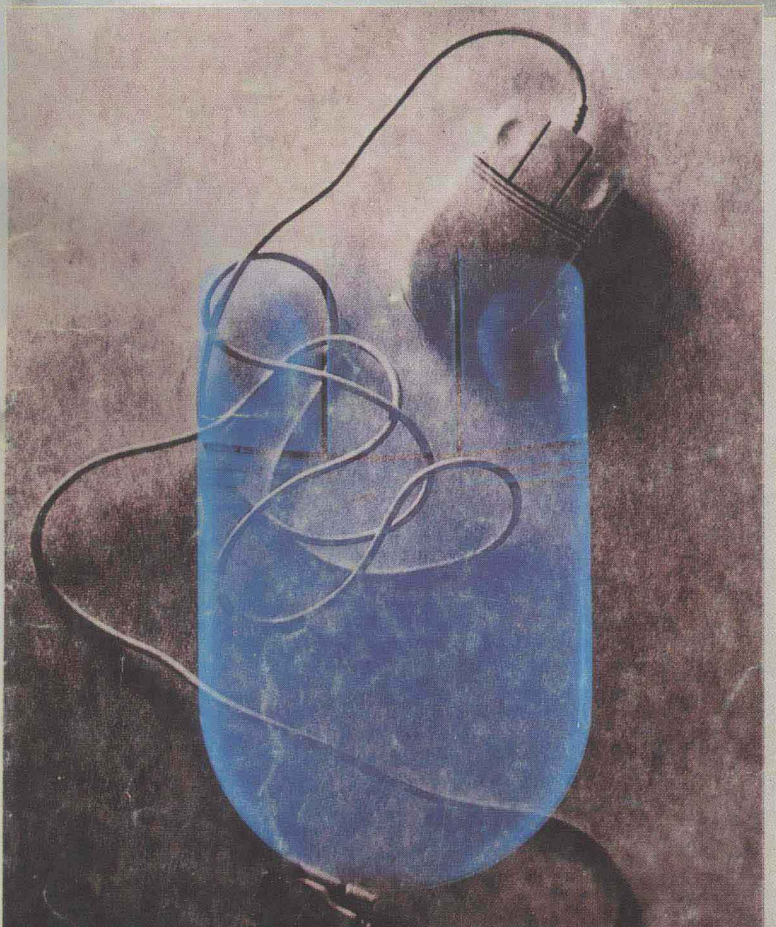
高考应试习题精选

数 学

北京市海淀区教师进修学校主编



湖南出版社

〔湘〕新登字 001 号

责任编辑　何志明

高考应试习题精选

数　学

北京市海淀区教师进修学校

*

湖南出版社出版、发行

（长沙市河西银盆南路 67 号）

湖南省新华书店经销　湖南长乐印刷有限公司印刷

1995 年 10 月第 1 版第 1 次印刷

开本：787×1092　1/16　印张：7.5

字数：188800　印数 1—10000

ISBN 7—5438—0499—9

G・83　定价：7.50 元

前　言

同学们在紧张的高考总复习过程中，都希望有一套系统的习题集，能提供精良的练习题，以便检查总复习效果、进行临考前的全面练习，从而在尽可能短的时间内，最有效地提高应考能力。

我们在深入研究教学大纲、教材和考试说明的基础上，根据近十年高考命题实际难度并参照明年高考改革的最新意向，组织我区富有经验的教学科研人员，精心编写了《高考应试习题精选》系列丛书。这套丛书紧密配合复习进度安排练习，帮助同学们加深理解基础知识、掌握解题的基本方法和基本规律，还配备了一定数量的综合练习题，进行全方位、多角度的思维训练，有助于同学们开阔视野、拓宽思路，着重提高应考能力。

本丛书包括语文、数学、英语、物理、化学、历史、政治七科，可供高三学生和准备应考的学生使用。

我们编写这本数学分册的目的，是为了使学生通过训练理解基本概念，熟练基本技能，掌握基本方法，沟通学科联系，从而巩固知识、培养能力。最后，我们还编排了三次综合练习及六份模拟试卷，目的是为了提高学生综合运用数学知识的能力。为了方便读者，每个专题练习及综合练习均给出答案与提示。

高中数学总复习是中国数学教育中的关键一环，还有待我们不断总结经验，使之更适合教师和学生的需要。

参加本书编写的有：

北京石油附中　　薛文钗
北京航空航天大学附中　　王人伟
北京六一中学　　褚淑华
清华大学附中　　邵光砚
北京理工大学附中　　韩明武
北京八一中学　　何振琪
北京十一中学　　王燕谋
北京一二三中学　　杨弘敏
北京海淀区教师进修学校　　张振威

北京市海淀区教师进修学校

目　　录

练习 1　函数

一、选择题（本大题共 18 个小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母，填在题后括号内）

(1)已知 $A=\{x|f(x)>0\}$，$B=\{x|g(x)>0\}$，$C=\{x|f(x)<0\}$，$D=\{x|g(x)<0\}$，则不等式 $f(x)\cdot g(x)<0$ 的解集是　(　　)

(A)$(A\cup D)\cap(B\cup C)$　　(B)$(A\cap B)\cup(C\cap D)$

(C)$(A\cap D)\cup(B\cap C)$　　(D)$(A\cup B)\cap(C\cup D)$

(2)已知全集 R，$A=\{y|y=x^2-4x-3,x\in R\}$，$B=\{x|y=x+3,0\leqslant x\leqslant 7\}$，则 $A\cup B$ 是　(　　)

(A)$[-7,+\infty]$　　(B)$\{(6,9)\}$　　(C)$\{(6,9),(-1,2)\}$　　(D)$[-7,10]$

(3)与 $y=x^{-\frac{4}{3}}$ 的奇偶性及在区间$(-\infty,+0)$的单调性都相同的函数是　(　　)

(A)$y=x^{\frac{4}{3}}$　　(B)$y=3^{|x|}$　　(C)$y=x^{-\frac{1}{2}}$　　(D)$y=ln\left|\frac{1}{x}\right|$

(4)已知 $f(x)=\dfrac{a^x-1}{a^x+1}(0<a<1)$，若 $g(x)=f^{-1}(\dfrac{1}{x})$，那么 $g(x)$　(　　)

(A)在$(-1,1)$上是增函数

(B)在$(-1,1)$上是减函数

(C)在$(-\infty,-1)$上是增函数

(D)在$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$上是增函数

(5)定义在 R^+ 上的函数 $y=f(x)$ 具有性质 $f(xy)=f(x)+f(y)$，对任意的 $x,y\in R^+$ 都成立，已知 $f(8)=3$，则 $f(\sqrt{2})$的值是　(　　)

(A)1　　(B)-1　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$-\frac{1}{2}$

(6)函数 $y=\dfrac{x+1}{x-2}(x\neq 2)$，那么函数 $y=f(x+1)$的图象关于直线 $y=x$ 对称图象的函数式是　(　　)

(A)$y=\dfrac{3x}{x-1}(x\neq 1)$　　(B)$y=\dfrac{x+2}{x-1}(x\neq 1)$

(C)$y=\dfrac{2x+1}{x-1}$　　(D)$y=\dfrac{2x+1}{x}$

(7)若 $F(x)=x+1$，$H(x)=\sqrt{x}$，$G(x)=2^x$，则函数 $y=H\{G^{-1}[F(x)]\}$的定义域是　(　　)

(A)$[0,+\infty)$　　(B)$[2,+\infty)$　　(C)$[-1,+\infty)$　　(D)$[1,+\infty)$

(8)函数 $f(x)=x^2-2mx-3m^2$ 在$(-\infty,5)$上是减函数，则 m 的取值范围是　(　　)

(A)$[5,+\infty)$　　(B)$(3,+\infty)$　　(C)$(-1,+\infty)$　　(D)$(-\infty,5]$

(　　)

(9)幂函数 $y=x^a, y=x^b, y=x^c, y=x^d$，其中 a,b,c,d，在第一象限内(草图如右)，则 a,b,c,d 的大小系是(　　)

(A)$a<c<b<d$　　(B)$d<c<b<a$

(C)$c<d<b<a$　　(D)$d<c<a<b$

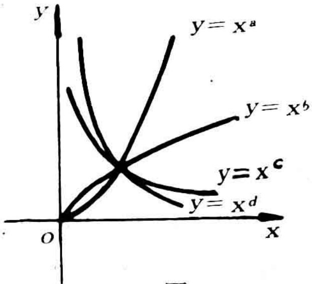


图 1

(10)如果函数 $f(x)$ 具有性质(1)图象经过(0,1)；

(2)当 $x\in(0,+\infty)$时，函数单调递减，

(3)是偶函数，那么这个函数是(　　)

(A)$f(x)=x^{\frac{4}{3}}$　　(B)$f(x)=log_{\pi}|x|$

(C)$f(x)=(\frac{1}{e})^{|x|}$　　(D)$f(x)=10^{|x|}$

(11)对每个实数 x，设 $f(x)$ 取 $4x+1, x+2, -2x+4$ 三个函数中的最小值，那么 $f(x)$ 的最大值是　　(　　)

(A)$\frac{1}{3}$　　(B)$\frac{2}{3}$　　(C)$\frac{8}{3}$　　(D)$\frac{5}{2}$

(12)已知 $\frac{1}{a}log_d b>\frac{1}{a}log_d c$，则实数 a,b,c,d 应满足的条件是　　(　　)

(A)$a>0, b>c>0, 0<d<1$　　(B)$a<0, c>b>0, 0<d<1$

(C)$a<0, b>c>0, d>1$　　(D)$a<0, b>c>0, 0<d<1$

(13)函数 $f(x)=\frac{1}{x^{m^2+m+1}}(m\in N)$ 是一个

(A)定义在$[0,+\infty)$上的奇函数

(B)定义在$(-\infty,+\infty)$上的偶函数

(C)定义在$(-\infty,+\infty)$上的奇函数

(D)定义在$(-\infty,+\infty)$上的非奇非偶函数

(14)$(\frac{1}{3})^2, log_2\frac{1}{3}, 2^{\frac{1}{3}}$三个数的大小关系是　　(　　)

(A)$(\frac{1}{3})^2<log_2\frac{1}{3}<2^{\frac{1}{3}}$　　(B)$log_2\frac{1}{3}<(\frac{1}{3})^2<2^{\frac{1}{3}}$

(C)$2^{\frac{1}{3}}<(\frac{1}{3})^2<log_2\frac{1}{3}$　　(D)$(\frac{1}{3})^2<2^{\frac{1}{3}}<log_2\frac{1}{3}$

(15)函数 $y=lg(20x-x^2)$ 的值域是　　(　　)

(A)$y>0$　　(B)$y\in R$　　(C)$y>0$ 且 $y\neq1$　　(D)$y\leqslant2$

(16)函数 $f(x)=\frac{\sqrt[3]{x-4}}{ax^2+4ax+3}$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$，则实数 a 的范围是　　(　　)

(A)$(-\infty,+\infty)$　　(B)$(0,\frac{3}{4})$　　(C)$(\frac{3}{4},+\infty)$　　(D)$[0,\frac{3}{4})$

(17)已知 $f(x)=8+2x-x^2$，$g(x)=f(2-x^2)$，那么 $g(x)$　　(　　)

(A)在区间$(-1,0)$上是减函数

(B)在区间$(0,1)$上是减函数

(C)在区间$(-2,0)$上是增函数

(D)在区间$(0,2)$上是增函数

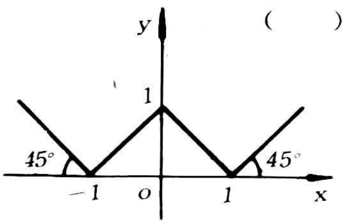


图 2

(18)已知 $f(x)$ 的图象如右图所示，那么 $f(x)=$(　　)

(A) $\sqrt{x^2-2|x|+1}$

(B) $x^2-2|x|+1$

(C) $|x^2-1|$

(D) $\sqrt{x^2-2x+1}$

二、填空题(本大题共 6 个小题)

(19)函数 $y=\sqrt{log_3(x^2-4x-11)}$的定义域是________

(20)函数 $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$的值域是________

(21)方程 $q^{-x}-2.3^{1-x}=27$ 的解集是________

(22)若奇函数 $f(x)$在 $x\in(-1,1)$内递减,则不等式 $f(1-x)+f(1-x^2)<0$ 的解集是________

(23)函数 $y=2^{x^2-4x+1}$在________范围内递减

(24)函数 $f(x)=lg(ax)lg(ax^2)$满足 $f(x)=4$ 的实数 x 都大于 1,则实数 a 的取值范围是________

三、解答题

(25)作图

①$y=\begin{cases} log_2(x-1) & x>1 \\ x^2 & 0\leqslant x<1 \\ 2^{-x} & x<0; \end{cases}$

②画出 $y=f^{-1}(x-1)$的图象,其中 $y=x^{\frac{4}{3}}(x\leqslant 0)$

(26)已知 $f(x)=log_a(1+x)(0<a<1)$

①判断 $f(x)$在区间$(-1,+\infty)$的单调性

②对于任意的正实数 x_1,x_2,设 $A=\frac{1}{2}[f(x_1-1)+f(x_2-1)]$,$B=f(\frac{x_1+x_2}{2}-1)$,试判断 A,B 的大小,并加以证明

(27)已知函数 $f(x)=log_3(x^2-4m+4m^2+m+\dfrac{1}{m-1})$,其中 $m\in R$ 且 $m>1$,求证:$f(x)$的最小值都不小于 1

(28)$f(x)$在$(0,+\infty)$上是减函数,并满足(1)$f(x\cdot y)=f(x)+f(y)$ (2)$f(\frac{1}{2})=1$

求:(1)$f(1)$和 $f(2)$的值

(2)若 $f(-x)+f(3-x)\geqslant -2$,求 x 的范围

(29)已知函数 $f(x)=\sqrt{(x^2-4x+3)^2}-kx$,求证:当 $k\in(0,4-2\sqrt{3}$时,有四个零点

(30)设 $f(x)$是定义在区间$(-\infty,+\infty)$上以 2 为周期的函数,对 $k\in z$,用 I_k 表示区间$(2k-1,2k+1]$,已知当 $x\in I_0$ 时 $f(x)=x^2$

①求 $f(x)$在 I_k 上的解析表达式

②对自然数 k,求集合 $M_k=\{a|$使方程 $f(x)=ax$ 在 I_k 上有两个不相等的实根$\}$

练习 2　不等式

一、选择题

(1)若 a、$b\in R$,且 $ab<0$,则有　　(　　)

(A)$|a+b|>|a-b|$　　(B)$|a+b|<|a-b|$

(C)$|a-b|<||a|-|b||$　　(D)$|a-b|<|a|+|b|$

(2)若 $a>b>c$,则有　　(　　)

(A)$ac>bc$　　(B)$|ac|>|bc|$

(C)$ac^2>bc^2$　　(D)$b(a-b)>c(a-b)$

(3)若 $0<a<b$,则 $x=\sqrt{b+a}-\sqrt{b}$ 与 $y=\sqrt{b}-\sqrt{b-a}$ 的大小顺序为　　(　　)

(A)$x>y$　　(B)$x<y$　　(C)$x\geqslant y$　　(D)$x\leqslant y$

(4)已知 a、$b\in R$,命题①$a^2<b^2$ 的充要条件为 $|a|<|b|$;②$a^2<b^2$ 的充要条件为 $|a|^2<|b|^2$;③$a^2<b^2$ 的充要条件为 $(a+b)$ 与 $(a-b)$ 异号;④$a^2<b^2$ 的充要条件是 $|a|+|b|$ 与 $|a|-|b|$ 异号,在以上四个命题中,正确的有　　(　　)

(A)4 个　　(B)3 个　　(C)2 个　　(D)1 个

(5)若对任意实数 x,$|x-3|+|x-2|>a$ 均成立,则应有　　(　　)

(A)$0\leqslant a<1$　　(B)$a<1$　　(C)$1\leqslant a$　　(D)$1<a$

(6)在$\triangle ABC$ 中,$C=\frac{\pi}{2}$,则 $\sin^2A+2\sin B$　　(　　)

(A)有最大值无最小值　　(B)有最小值无最大值

(C)有最大值也有最小值　　(D)无最大值也无最小值

(7)若 $a>b+1$,则有　　(　　)

(A)$a^2>b^2$　　(B)$\frac{a}{b}>1$　　(C)$lg(a-b)>0$　　(D)$lga>lgb$

(8)a、$b\in R$,且 $a+b=3$,则 $2^a+2^b\geqslant$　　(　　)

(A)8　　(B)6　　(C)$4\sqrt{2}$　　(D)$2\sqrt{6}$

(9)“$a\geqslant b,c\geqslant d$”是“$a+c\geqslant b+d$”的　　(　　)

(A)充分但不必要条件　　(B)必要但不充分条件

(C)充分必要条件　　(D)既不充分又不必要条件

(10)已知 $0<a<b$ 且 $a+b=1$,则四个数$\frac{1}{2}$,b,$2ab$,a^2+b^2 中最大的是　　(　　)

(A)$\frac{1}{2}$　　(B)b　　(C)$2ab$　　(D)a^2+b^2

(11)下列不等式中解集为 R 的是　　(　　)

(A)$x^2-2x+1>0$　　(B)$\sqrt{x^2}>0$　　(C)$(\frac{1}{2})^x+1>0$　　(D)$\frac{1}{x}-3<\frac{1}{x}$

(12)若 $0<a<1$,$-1<b<0$ 且 $a\neq|b|$,则下列四式中最小者为　　(　　)

(A)$a-b$　(B)$2\sqrt{a|b|}$　(C)$|2ab|$　(D)a^2+b^2

(13)a、$b\in R$，且 $ab>0$，则下列不等式中不正确的是　(　　)

(A)$|a+b|\geqslant 2\sqrt{ab}$　(B)$a-b<|a+b|$

(C)$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$　(D)$|a|+|b|>|a+b|$

(14)若 $x>0$，$y>0$，$x\neq y$，则下列四个数中最小的一个是　(　　)

(A)$\frac{1}{x+y}$　(B)$\frac{1}{2}(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})$　(C)$\sqrt{\frac{1}{2(x^2+y^2)}}$　(D)$\frac{1}{\sqrt{xy}}$

(15)不等式 $\sqrt{1-x^2}<x+1$ 的解集为　(　　)

(A)$\{x|0<x\leqslant 1\}$　(B)$\{x|x>0\}$

(C)$\{x|x>-1\}$　(D)$\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$

(16)若 $a\in(-1,0)$，则 $x=a^2-a+1$，$y=\frac{1}{a+1}$，$z=1-a$ 之间大小顺序为　(　　)

(A)$x<y<z$　(B)$y<z<x$　(C)$z<x<y$　(D)不确定

(17)若 $f(x)=|lgx|$，$0<a<b<c$，而 $f(a)>f(c)>f(b)$，则必有　(　　)

(A)$(a-1)(c-1)>0$　(B)$ac>1$

(C)$ac<1$　(D)$ac=1$

(18)若对任意实数 x，$kx^2-kx-1<0$ 总成立，则实数 $k\in$　(　　)

(A)$(-4,0)$　(B)$(-\infty,-4)\cup(0,+\infty)$

(C)$(-4,0)$　(D)$(-\infty,-4)\cup[0,+\infty)$

二、填空题

(19)不等式 $|x-1|+|x-3|>2$ 的解为______

(20)不等式 $\frac{4x-10}{(x-3)(x-4)}>0$ 的解集为______

(21)不等式 $\sqrt{2x+5}>(x+1)^2$ 的解集为______

(22)若不等式 $x^2-2ax+1\geqslant\frac{1}{2}(x-1)^2$ 的解集为 R，则 $a\in$______

(23)若 $A=\{x|x^2+2x-8>0\}$，$B=\{x|x^2+2kx-3k^2+8k-4<0\}$，且 $A\cap B\neq\varnothing$，则 $k\in$______

三、解答题

(24)解关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x^2-1}>0$

(25)已知 $\alpha+\beta=\gamma(\alpha、\beta、\gamma\neq 2n\pi, n\in z)$，求证：$\sin\alpha+\sin\beta\neq\sin\gamma$

(26)已知方程 $(1-m^2)x^2+2mx-1=0$ 的根都在区间[0,1]内，求 m 的取值范围

(27)求证：$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots\cdots+\frac{1}{3n+1}>1(n\in N)$

(28)若 $a>0$，$a\neq 1$，解不等式 $2log_a(x-a)<log_a(x-1)$

练习3 数列、极限、数学归纳法

一、选择题（各题只有一个正确答案）

(1)只知$\{a_n\}$是等差数列，由下列哪个式子所确定的数列$\{b_n\}$也一定是等差数列 ( )

(A)$b_n=\sqrt{a_n}$ (B)$b_n=|a_n|$ (C)$b_n=a_n^2$ (D)$b_n=1-a_n$

(2)如果$f(n+1)=f(n)+1$ $(n\in N)$ 且$f(1)=2$，则$f(100)$的值是 ( )

(A)102 (B)99 (C)101 (D)100

(3)已知$\{a_n\}$是等差数列，其前四项之和为26，后四项之和为110，所有各项之和为187，那么n值是 ( )

(A)10 (B)7 (C)11 (D)12

(4)已知$\{a_n\}$为等差数列，且有$a_2+a_3+a_{10}+a_{11}=48$，则S_{12}的值为 ( )

(A)72 (B)144 (C)140 (D)96

(5)设$2^a=3,2^b=6,2^c=12$，那么，数列a、b、c ( )

(A)是等差数列，不是等比数列 (B)是等比数列，不是等差数列

(C)既为等差数列也为等比数列 (D)都不是

(6)已知$\{a_n\}$是等比数列，如果$a_1+a_2+a_3=18,a_2+a_3+a_4=-9$且$S_n=a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n$，那么$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$等于 ( )

(A)8 (B)16 (C)32 (D)48

(7)已知数列：$(1+3),(1+3+3^2),\cdots\cdots(1+3+3^2\cdots\cdots+3^{n-1})\cdots\cdots$，则$S_n$等于 ( )

(A)$2(3^n-n)$ (B)$3^{n+1}-(n+1)$ (C)$\frac{1}{4}(3^{n+1}-2n-3)$ (D)$n\cdot 3^n$

(8)已知$\{a_n\}$是等差数列，且$S_{10}=100,S_{20}=40$，那么S_{30}的值是 ( )

(A)900 (B)16 (C)700 (D)500

(9)已知数列$\{3n-37\}$，S_n是其前几项的和，则有最小正值的S_n是 ( )

(A)S_{12} (B)S_{13} (C)S_{23} (D)S_{24}

(10)已知$a_n=\dfrac{2、4、6\cdots\cdots(2n)}{(n+1)!}$，则$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{an}$等于 ( )

(A)0 (B)$\frac{1}{2}$ (C)不存在 (D)2

(11)$\lim\limits_{n\to\infty}[n(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{5})\cdots\cdots(1-\frac{1}{n+2})]$等于 ( )

(A)0 (B)1 (C)2 (D)3

(12)$\lim\limits_{n\to\infty}[\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\cdots\cdots+\frac{n}{(n+1)!}]$等于 ( )

(A)1 (B)$\frac{1}{2}$ (C)0 (D)$\frac{1}{3}$

(13)若一个无穷等比数列($|q|<1$)中的任何一项都等于该项后面的无限多项的和,则它的公比 q 是 (　　)

(A)$\frac{1}{4}$　　(B)$\frac{1}{2}$　　(C)$-\frac{1}{2}$　　(D)$-\frac{1}{4}$

(14)已知$\{a_n\}$是公差不为零的等差数列,那么 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{na_n}{S_n}$ 等于 (　　)

(A)1　　(B)2　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)0

(15)一个等差数列$\{a_n\}$,$a_1=4$,它的第一项、第七项与第十项成等比数列,这个数列的通项公式是 (　　)

(A)$a_n=4+\frac{1}{3}(n-1)$或 $a_n=4$　　(B)$a_n=4+\frac{1}{3}(n-1)$

(C)$a_n=4-\frac{1}{3}(n-1)$或 $a_n=4$　　(D)$a_n=4-\frac{1}{3}(n-1)$

(16)三个数成等差数列,如果最小数的二倍、最大数加 7,则此三数之积为 1000 且成等比数列,则公差为 (　　)

(A)8　　(B)8 或-15　　(C)±8　　(D)±15

(17)公比为 q($|q|<1$)的无穷等比数列所有各项之和为 20,而所有各项的平方和为 100,则首项的值是 (　　)

(A)6　　(B)8　　(C)10　　(D)12

(18)已知 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n{}^2+b_n+c}{1+n+n^2}=26$,$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b_n+a}{c_n+1}=\frac{1}{2}$($a,b,c$ 为实数且 $b\neq0$,则方程 $ax^2+bx+c=0$ 有 (　　)

(A)两个共轭虚根　　(B)两个不相等实根

(C)两个相等实根　　(D)不能确定

二、填空题

(19)在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_5+a_9=-2$,则 $a_1+a_2+a_5+a_7+a_9=$______ $S_q=$______

(20)若等比复数数列$\{z_n\}$的前 5 项的和为零,则公比 $q=$______

(21)在等差数列$\{a_n\}$中,$S_m=25$,$S_{2m}=100$,则 $S_{3m}=$______,又,若在等比数列中,$S'_{3m}=$______

(22)$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{C_n^2+C_n^3}{1^2+2^2+\cdots\cdots+n^2}=$______

(23)设$\{a_m\}$为等差数列,$b_n=(\frac{1}{2})^{a_n}$,已知 $b_1+b_2+b_3=\frac{21}{8}$,$b_1b_2b_3=\frac{1}{8}$则 $a_n=$______

(24)首项 a_1 是正数的等差数列$\{a_n\}$,已知 $S_q=S_{17}$,那么,它的前______项的和最大,最大值是______

三、解答题

(25)设数列 S_1、S_2、S_3、……S_n 的通项是一个等差数列与一个等比数列的对应项的和,若 $S_1=2$,$S_2=4$,$S_3=7$,$S_4=12$,试求 S_n

(26)已知 $f(x)=\frac{3x}{x+3}$,数列$\{x_n\}$的通项 $x_n=f(x_{n-1})$($n\geqslant1$)$x_1\neq0$,(1)求出通项公式,并用数学归纳法加以证明;(2)求证$\frac{1}{x_{n+1}}-\frac{1}{x_n}$是个定值

(27)数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{5}{6}$，$a_{n+1}=\frac{1}{3}a_n+(\frac{1}{2})^{n+1}n\geqslant 1$且$\{a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n\}$是$q=\frac{1}{3}$的等比数列，(1)求$\{a_u\}$的通项公式；(2)求$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$

(28)用数学归纳法证明：

$$1+\frac{n}{2}\leqslant 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{2^n}\leqslant\frac{1}{2}+n$$

(29)已知P、Q是圆$x^2+y^2=r^2$与y轴及抛物线$y^2=x$在x轴上方的交点，直线PQ交x轴于M点，当半径r趋近于零时，求M点的极限位置

练习 4　复数

一、选择题:(本大题共 18 小题;每小题 3 分,共 54 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内)

(1)复数 $z=i\cos 460°$的辐角主值是　　(　　)

(A)$460°$　　(B)$100°$　　(C)$270°$　　(D)$90°$

(2)复数 $z=-\sqrt{2}+ai$ 的模大于 3,则实数 a 的取值范围是　　(　　)

(A)R　　(B)$(-\sqrt{7},\sqrt{7})$

(C)$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　(D)$(-\infty,-\sqrt{7})\cup(\sqrt{7},+\infty)$

(3)$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5$ 的值为　　(　　)

(A)i　　(B)$-i$　　(C)$\pm i$　　(D)-1

(4)若 $argz=\alpha(\pi<\alpha<2\pi)$,则 $argz^2$ 的值等于　　(　　)

(A)2α　　(B)$2\alpha-2\pi$　　(C)$2\alpha+\pi$　　(D)$2\pi-2\alpha$

(5)集合 $M=\{x|x=z-\bar{z},z\in C\}$,$H=\{$纯虚数$\}$,全集为 C,则有　　(　　)

(A)$M\supset H$　　(B)$\overline{M}\cup H=C$

(C)$M\cap\overline{H}=\varnothing$　　(D)$M=H$

(6)集合 $X=C$,$Y=\{(r,\theta)|r\in\overline{R^-},\theta\in[0,2\pi)\}$,当 $z\in X$ 时,若 $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$,则令 z 对应于集合 Y 中的(r,θ),则　　(　　)

(A)此对应不是从 X 到 Y 的映射

(B)此对应是从 X 到 Y 的映射

(C)此对应不仅是映射 $f:_{x\to y}$且为从 X 到 Y 上的一一映射

(D)此对应确定了以 X 为定义域以 Y 为值域的函数

(7)下列各式是复数 z 的三角式的是　　(　　)

(A)$-3(\cos\alpha+i\sin\alpha)$　　(B)$(log^{0.2}_{0.3})(\cos\alpha+i\sin\alpha)$

(C)$3(\sin\alpha+i\sin\alpha)$　　(D)$3(\cos\alpha-i\sin\alpha)$

(8)若 $argz_1=argz_2$,则$|z_1-z_2|$等于　　(　　)

(A)$|z_1|+|z_2|$　　(B)$|z_1|-|z_2|$

(C)$|z_1|-|z_2|$　　(D)$|z_2|-|z_1|$

(9)复平面上点 P 对应的复数 Z 满足条件:$|z-1|-|z+1|=4$,则 P 点轨迹为　　(　　)

(A)直线　　(B)射线　　(C)双曲线右支　　(D)双曲线左支

(10)复数 $i+2$,$i+3$ 的辐角主值分别为 α,β,则 $\alpha+\beta$ 的最大值为　　(　　)

(A)$\frac{5\pi}{4}$　　(B)$\frac{7\pi}{4}$　　(C)$\frac{\pi}{4}$　　(D)$\frac{3\pi}{4}$

(11)已知$|z|=1$,则$|1-i+z|$的最大值为　　(　　)

(A) $\sqrt{2}-1$　　(B) $\sqrt{2}+1$　　(C) $\sqrt{2}+2$　　(D) $2-\sqrt{2}$

(12)设 z_1、$z_2\in C$，则 $|z_1|+|z_2|>|z_1+z_2|$ 是 $z_1\cdot z_2\neq 0$ 的　　(　　)

(A)充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　　(D)非充分亦非必要条件

(13)复平面上点 p_1、p_2 分别对应复数 z_1、z_2，向量 $\overline{p_1p_2}$ 绕 p_1 点逆时针旋转 90°得到向量 $\overline{p_1p_3}$，则点 p_3 点对应复数　　(　　)

(A) $(z_1-z_2)i$　　(B) $(z_2-z_1)i$

(C) $z_1+(z_2-z_1)i$　　(D) $z_2+(z_2-z_1)i$

(14)使 $(2\sqrt{3}+2i)^n$ 为实数的自然数的最小值是　　(　　)

(A)6　　(B)3　　(C)1　　(D)不存在

(15)复数 Z 满足条件 $|z-2|=1$，则 $arg z$ 的取值范围是　　(　　)

(A) $[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}]$　　(B) $[0,\frac{\pi}{6}]\cup[\frac{11\pi}{6},2\pi]$

(C) $[0,\frac{\pi}{6}]\cup[\frac{11\pi}{6},2\pi]$　　(D) $(-\mathrm{arctg}\,\frac{1}{2},\mathrm{arctg}\,\frac{1}{2})$

(16)向量 $\overline{OZ_1}$，$\overline{OZ_2}$ 分别对应复数 $z_{\cdot}z_2$，且 $z_1\cdot z_2\neq 0$，若 $\overline{OZ_1}\perp\overline{OZ_2}$，则下列各式中不正确的是　　(　　)

(A) $z_1=\lambda i z_2$　$(\lambda\in R)$　　(B) $\frac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数

(C) $z_1=z_2(\cos\frac{k\pi}{2}+i\sin\frac{k\pi}{2}(k\in Z)$　　(D) $z_1\overline{Z_2}$ 的实部为零

(17)已知复数 z 的模为 2，则 $|z-i|$ 的最小值为　　(　　)

(A)1　　(B) $\sqrt{2}$　　(C)2　　(D) $\frac{1}{2}$

(18) $(C_n^0-C_n^2+C_n^4-C_n^6+\cdots)^2+(C_n^1-C_n^3+C_n^5-C_n^7+\cdots)^2$ 的值为　　(　　)

(A)0　　(B)1　　(C) 2^{n-1}　　(D) 2^n

二、填空题：(本大题共 6 小题；每小题 3 分，共 18 分，把答案填在题中横线上.)

(19)若复数 $z=(a+i)^2$，$a\in R$，且 $arg z=\frac{3\pi}{2}$，则 $a=$______

(20)方程 $(1+i)z^2-(1-i)z-(2+6i)=0$ 的实根为______，复根为______

(21) $m\in R$，设复数 $z=\frac{m^2-m-6}{m+3}+(m^2-2m-15)i$，则当 m ______时，$z\in R$；当 m ______时，z 为虚数；当 m ______时，z 为纯虚数

(22)设 $p\neq 0$，实系数一元二次方程 $z^2-2pz+q=0$ 有两虚根 z_1、z_2，它们对应于复平面上的点 z_1、z_2，则 z_1，z_2 为焦点且过原点的椭圆的长轴长为______

(23) $|\frac{z-1}{z}|=\frac{1}{2}$，$arg\,\frac{z-1}{z}=\frac{\pi}{3}$，则复数 $z=$______

(24)若 $|z_1|=\sqrt{5}$，$z_2=1+2i$，又 $z_1\cdot z_2$ 是纯虚数，则复数 $z_1=$______

三、解答题

(25)计算：

① $\frac{1+2i^7}{1-i^{-5}}-\frac{1+i^{-10}}{i^{-101}}+\frac{i^{-6}}{2-i^{-1}}$

② $\dfrac{(-\cos\alpha-i\sin\alpha)^8(1+i\operatorname{ctg}\alpha)^5}{(\cos\alpha-i\sin\alpha)^2(\operatorname{ctg}\alpha+i)^5}$

（本题满分 13 分，第①题 6 分，第②题 7 分）

(26)已知复数 z，满足条件 $|z-2|=2$，且 $z+\dfrac{4}{z}$ 是实数，求 z（本题满分 10 分）

(27)已知非零复数 z_1、z_2，有 $|z_2|<1$，$|z_2|<1$，求证 $\left|\dfrac{z_1-z_2}{1-\overline{z_1}z_2}\right|<1$（本题满分 10 分）

(28)非零复数 z_1、z_2、z_3 的辐角分别为 α、β、γ，又 $|z_1|=1$，$|z_2|=k$，$|z_3|=2-k$，且 $z_1+z_2+z_3=0$，问 k 取何值时，$\cos(\beta-\gamma)$ 取得最大值，最小值，并求出最大、最小值（本题满分 10 分）

(29)已知原点为 O 的复平面内有三个点 A、B、C，它们分别对应复数 z_1、z_2、z_3，且 z_1、z_2、z_3 成等成比数列，$|z_1|=r(r>0)$，$z_3=\dfrac{1}{4}a^2z_1i$，

①若 $a=4$，$r=2$，求△ABC 的面积

②若△AOC 的周长为 10，$a\in R^+$ 求△AOC 面积的最大值及此时 r 的值

练习 5. 排列组合、二项式定理

一、选择题(本大题共 18 小题;每小题 3 分,共 54 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后括号内)

(1)一个检查组要到 5 个学校去检查工作,每校检查一次,则不同的检查次序有 ( )

(A)C_5^5 种 (B)P_5^5 种 (C)C_5^3 种 (D)P_5^1 种

(2)满足$\{a,b\}\subseteq A\subseteq\{a、b、c、d、e、f\}$的集合 A 有 ( )

(A)14 个 (B)57 个 (C)16 个 (D)15 个

(3)甲、乙、丙、丁四人排成一排,甲、乙不相邻,丙、丁也不相邻的排法有 ( )

(A)$P_3^1P_2^2$ 种 (B)$P_2^2P_3^2$ 种 (C)$2P_2^2P_2^2$ 种 (D)$(P_2^2P_3^2-P_2^2)$种

(4)由 0、1、2、3 这四个数组成无重复数字的四位数,其中 0 不在十位的有 ( )

(A)$P_3^1P_3^3$ 种 (B)$P_2^1P_3^3$ 种 (C)$(P_4^4-P_3^3)$种 (D)$P_3^1P_3^1P_2^2$ 种

(5)由数字 1,2,3,4,5 这五个数组成无重复数字的比 13245 大的自然数有 ( )

(A)96 个 (B)112 个 (C)113 个 (D)114 个

(6)甲、乙、丙三个计划完成 10 个不同零件的加工任务,其中,甲加工 5 个,乙加工 2 个,丙加工 3 个,则不同的分工方案的个数为 ( )

(A)$C_{10}^5C_{10}^2C_{10}^3$ (B)$C_{10}^5C_5^2C_3^3P_3^3$

(C)$C_{10}^5C_5^2C_3^3$ (D)$C_{10}^5+C_5^2+C_3^3$

(7)100 个不同半径的小球中有 3 个红球,现从中任意抽出 5 个小球,其中至少有 2 个红球的抽法的种数为 ( )

(A)$C_3^2C_{97}^3$ (B)$C_3^2C_{97}^3+C_3^3C_{97}^2$

(C)$C_3^2C_{98}^3$ (D)$C_{100}^5-C_3^1C_{97}^4$

(8)由 1、2、3、4、5 这五个数组成无重复数字的五位数,其中 3 在 5 前面的(3 与 5 可以不相邻)有 ( )

(A)60 个 (B)48 个 (C)36 个 (D)24 个

(9)从 3 名男生和 5 名女生中选出 3 名参加一次活动,其中至少有男、女生各 1 人的不同选法有 ( )

(A)45 种 (B)60 种 (C)75 种 (D)90 种

(10)含有 10 个元素的集合的全部非空真子集的个数记为 S,元素个数不大于 2 的子集个数记为 T,则 $S+T$ 的值为 ( )

(A)1077 (B)1078 (C)1079 (D)1080

(11)六个人排成一排,甲、乙两人相邻,且甲不在排头的排法有 ( )

(A)120 种 (B)216 种 (C)240 种 (D)210 种

(12)4 个男生、3 个女生排成一排,男、女生间隔且女生甲不在中间的排法的种数为( )