九年一貫制試用課本

（全日制）

代 数

DAISHU

第八册

人民教育出版社出版
江苏省教育厅翻印

由于时間仓促，調查了解工作做得还很不够。加上我們水平較差，一定还存在許多缺点和錯誤，我們热情的希望教师和讀者提出意見，使本书不断地得到修改、补充和完善，在教育战綫上开出灿烂之花，結出丰碩之果。

北京师范大學數学系普通教育改革小組

1960年4月25日

产和尖端科学技术服务。

二、教材体系要貫徹辯証唯物主义观点，理論联系实际的精神，以函数为綱，尽量作到数与形的結合。

三、教材中要貫徹概念与計算相結合的精神。

四、教材的分量与难易程度要适合学生实际接受能力和認識发展的客观过程。

这套数学教材还没有經过实驗，希望教师能創造性的使用，必要时也可以适当增减一些材料，特别是希望教师能根据情况增加一些例題与习題，以便学生能更巩固地掌握各种概念，熟練地进行各种計算，教材中对各种計算工具作了集中介紹，希望教师能特别注意分散使用，在作习題及課外活动中，尽量要求学生使用学过的計算工具进行計算。

本书是代数第八册，这一册的主要内容是比例綫段相似三角形。前一部分是有关三角形相似的知識，平行截割定理不加严格証明，但在此定理基础上后面相似三角形判断定理要求証明。全等三角形做为相似三角形的特例，在講了相似三角形的一些基本知識以后，介紹放縮尺、比例規、直角仪、测高仪等仪器的原理及应用。教师在講授这一部分内容时，要特别注意理論联系实际，結合具体情况，利用工具进行实际测量。

在編写过程中，我們得到了許多单位的帮助，給我們提出了許多宝貴的意見，最后在教育部直接領导下，組織了北京、天津、辽宁、山西、河南等地区的专家和优秀大、中、小学教师对这套教材进行了討論研究。我們对于这些单位的同志們在此表示衷心感謝。人民教育出版社和印刷厂也給予了热情无私的帮助，发揮了共产主义大协作的精神，在此一并致謝。

前　　言

在党的总路綫的光輝照耀下，随着1958年以来的連續大跃进，人民公社的建立与蓬勃发展，我国已經进入了一个持續跃进的新的历史阶段。今年，我国又出現了两个高潮：一个是技术革新和技术革命的高潮，一个是农村和城市大办人民公社的高潮。这两个高潮对教育事业提出了一系列新的問題，广大工农群众要求迅速改变我国“一穷二白”的落后面貌，迅速攀登科学文化高峰，加快我国社会主义建設的速度，但是現行中小学数学教学内容陈旧落后，脫离实际，存在严重少慢差费現象，与現代科学技术飞跃发展的形势极不相称，远远不能滿足社会主义建設的迫切需要，因此，中小学数学教学必須改革。

北京师范大学数学系，在党的領导下，发动了广大师生，深入地进行了这次根本性的改革，大破数学教学的旧体系，建立新体系，在1958年以来的調查研究及实际工作經驗的基础上，根据“适当縮短年限，适当提高程度，适当控制学时，适当增加劳动”的精神，1960年寒假中，我們又深入到工厂、人民公社、学校、科学研究机关等处进行調查訪問，編出了一套“九年一貫制(全日制)学校数学教学改革草案(初稿)”，根据这个草案編出了一套九年一貫制(全日制)学校数学課試用教材，这套教材分成代数、初等函数、微积分学、概率論与数理統計、制图学五科。代数中包括算术内容，但因从始至終貫穿代数因素，故定名代数。

这套数学教材的編写尽量遵循以下四点要求：

一、教材内容及体系为社会主义服务，特别是为現代化生

目 录

第一章　相似三角形

§1. 相似形

日常遇到过許多样子相同的图形，如：照片和放大后的照片，祖国地图有的大，有的小。这些图形都是样子相似的图形。

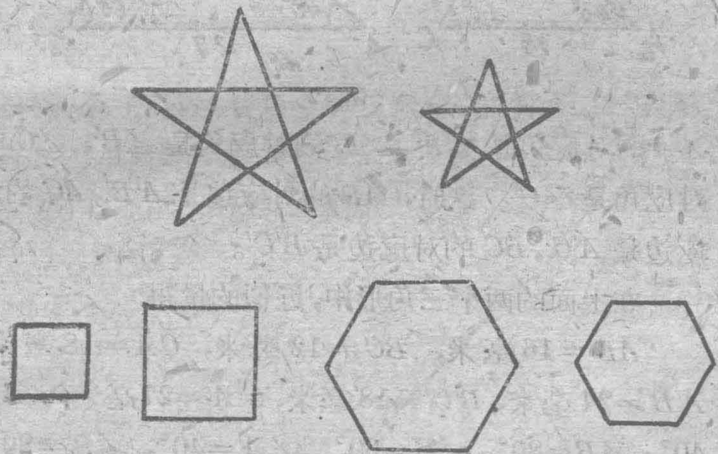

图　1

最簡单，最常用的是两个三角形的相似。什么样的两个三角形是相似三角形呢？簡单地說，

两个形状相同的三角形叫相似三角形。詳細地說：

若两个三角形的对应角相等，对应边成比例，这两

个三角形就叫相似。

这里，需要說明一下，什么是两个三角形的对应角，对应边。

設有两个三角形，$\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$。

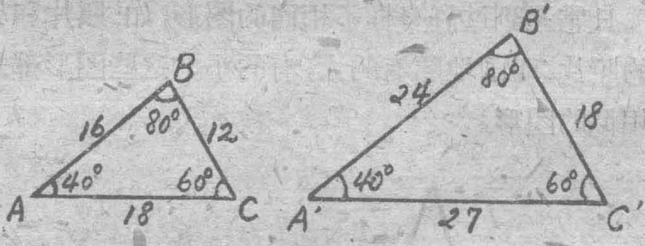

图 2

$\angle A$ 的对应角是 $\angle A'$，$\angle B$ 的对应角是 $\angle B'$，$\angle C$ 的对应角是 $\angle C'$。这时，AB 的对应边是 $A'B'$，AC 的对应边是 $A'C'$，BC 的对应边是 $B'C'$。

在上面的两个三角形中，近似的量得：

$AB=16$ 毫米，$BC=12$ 毫米，$CA=18$ 毫米，$A'B'=24$ 毫米，$B'C'=18$ 毫米，$C'A'=27$ 毫米，$\angle A=40°$，$\angle B=80°$，$\angle C=60°$，$\angle A'=40°$，$\angle B'=80°$，$\angle C'=60°$，

$\because$ $\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$

且 $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{16}{24}=\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{12}{18}=\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{CA}{C'A'}=\dfrac{18}{27}=\dfrac{2}{3}$

$\therefore$ $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 相似。或說 $\triangle ABC$ 相似于 $\triangle A'B'C'$。記作 $\boldsymbol{\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'}$。

对应边的比值叫相似比(也叫相似系数),例如$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$的相似比(相似系数)是$\frac{2}{3}$。

当两个三角形$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$的相似系数是1时,容易看出,这时,不仅形状相同,連大小也一样。

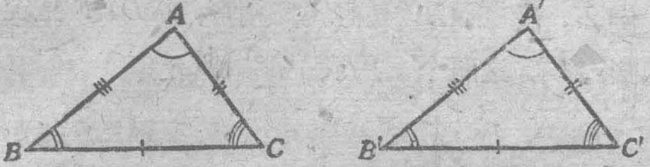

图 3

这样两个三角形,叫做全等三角形,用符号“≌”表示,写成:$\triangle \boldsymbol{ABC} \cong \triangle \boldsymbol{A'B'C'}$。

例1. 在$\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$中

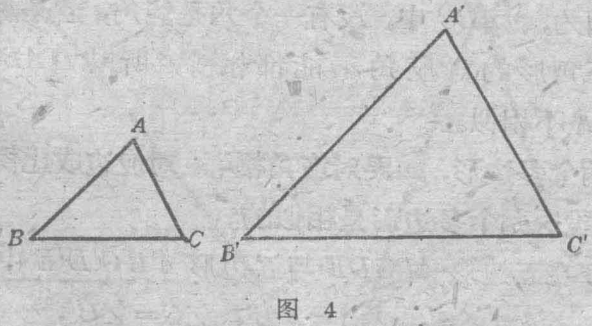

图 4

$\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$, $AB=\frac{1}{2}A'B'$, $AC=\frac{1}{2}A'C'$, $BC=\frac{1}{2}B'C'$,则$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$。

因为三角形内角和等于 180°，所以由 $\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，可知 $\angle C=\angle C'$，也就是説，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，对应角相等。其次，$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{1}{2}$，所以，对应边成比例。即 $\triangle ABC\sim\triangle A'B'C'$。

例2. 設 $\triangle ABC$ 是直角三角形，$\triangle DEF$ 是鈍角三角形，那末，这两个三角形不能相似。

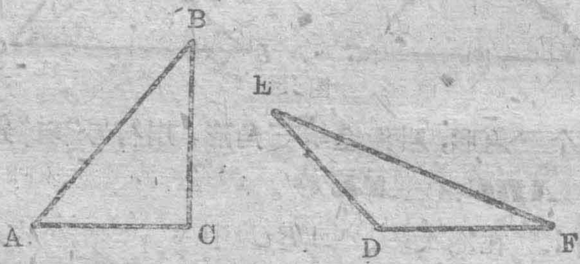

图 5

因为，$\triangle ABC$ 中，没有一个角是鈍角，就是説，这两个三角形的对应角不能都相等，所以 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 不相似。

两个多边形，如果对应角相等，对应边成比例，那末，就説这两个多边形是相似的。

如图 6 在五边形 $ABCDE$ 与五边形 $A'B'C'D'E'$ 中，

$$\angle A=\angle A',\ \angle B=\angle B',\ \angle C=\angle C',$$

$$\angle D=\angle D',\ \angle E=\angle E',$$

且 $$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EA}{E'A'}=k,$$

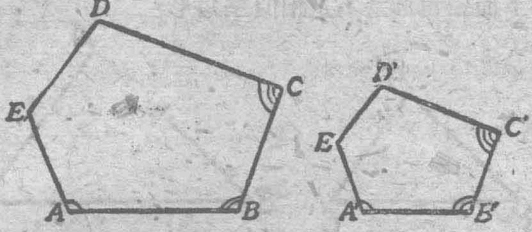

图 6

所以五边形 $ABCDE$ 与五边形 $A'B'C'D'E'$ 相似，記作五边形$ABCDE \sim$五边形$A'B'C'D'E'$。k是相似比。

練 习

1. 下面直角三角形是不是相似三角形？

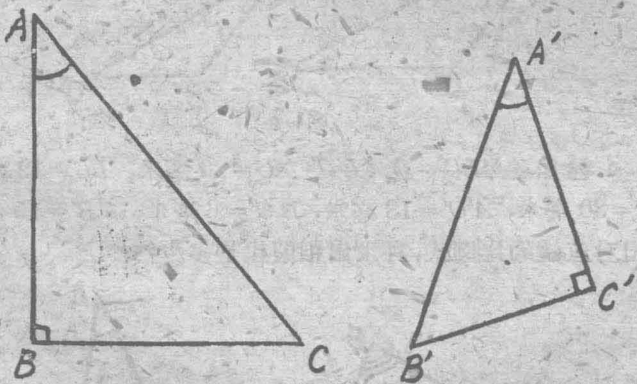

图 7

其中

$\angle A=\angle A'$，$AB=\frac{4}{3}A'C'$，$BC=\frac{4}{3}C'B'$，$AC=\frac{4}{3}A'B'$。

2. 下面三角形是不是相似三角形？

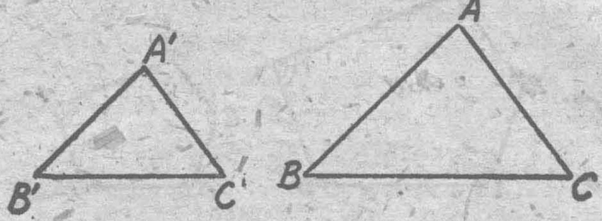

图 8

其中 $\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'},\quad \frac{A'C'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}。$$

3. 已知 $\triangle ABC\sim\triangle A'B'C'$，写出对应角和对应边的关系来。

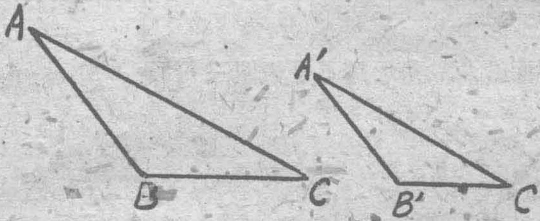

图 9

4. 已知 $\triangle ABC\sim\triangle A'B'C'$ $AC=26$ 毫米，$BC=12$ 毫米，$AB=30$ 毫米，$A'C'=13$ 毫米，$B'C'=6$ 毫米，$A'B'=15$ 毫米，写出对应边的比例式，并求出相似比是多少？

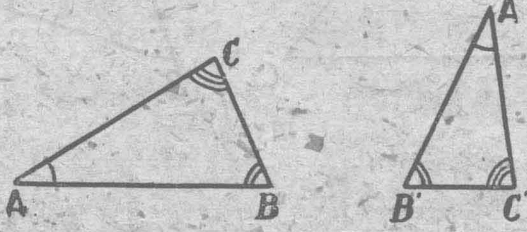

图 10

5. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$，$AB=22$ 毫米，$BC=24$ 毫米，$CA=10$ 毫米，相似比是 $\frac{1}{2}$，求 $\triangle DEF$ 各边长是多少？

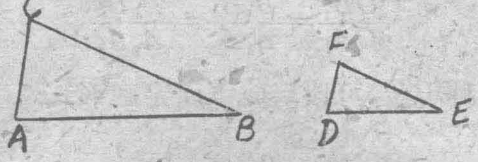

图 11

§2. 平行截割定理

第七册曾經討論过比例綫段的一些性質，这一节我們介紹关于綫段成比例的一个重要定理，它是判断两个三角形相似的基础，在实际問題中也有較多的应用。

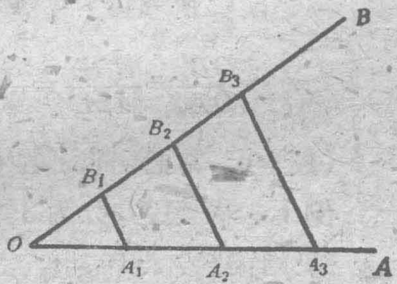

图 12

在图12中 $\angle AOB$ 是任意的一个角，$A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$，并且 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3$，量一量看，容易发現，$OB_1=B_1B_2=B_2B_3$，也就是說 $\frac{OB_1}{OA_1}=\frac{B_1B_2}{A_1A_2}=\frac{B_2B_3}{A_2A_3}$。

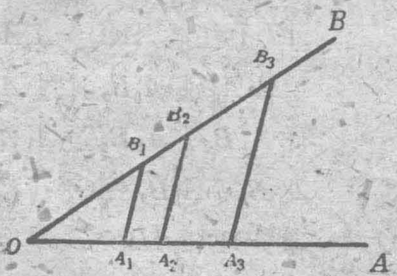

图 13

在图13中，

$A_1B_1 /\!/ A_2B_2 /\!/ A_3B_3$，但 OA_1，A_1A_2，A_2A_3 不相等，通过度量，我們也能发現：

$$\frac{OB_1}{OA_1}=\frac{B_1B_2}{A_1A_2}=\frac{B_2B_3}{A_2A_3}$$

这种現象，可以写成下面定理形式：

平行截割定理

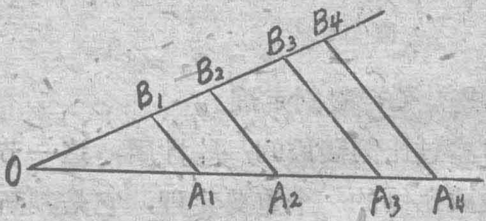

图 14

若一个角的两边被一組平行綫所截，那么这两边被这些平行綫分为成比例的綫段。如图 14，

$$\frac{OB_1}{OA_1}=\frac{B_1B_2}{A_1A_2}=\frac{B_2B_3}{A_2A_3}=\frac{B_3B_4}{A_3A_4}$$

（数学上，常把証明了的事实，叫做定理）

例 1. 将綫段 a 分为 3 等份

解： 作綫段 $AB=a$

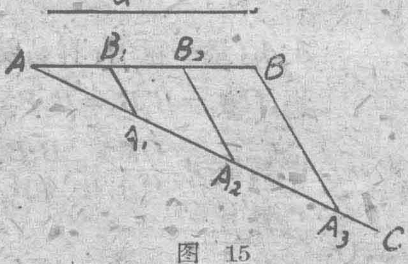

图 15

过 A 任作 $\angle BAC$。在 AC 上任截 $AA_1=A_1A_2=A_2A_3$ 連 A_3B，并过 A_2 作 $A_2B_2 /\!/ A_3B$，过 A_1 作 $A_1B_1 /\!/ A_3B$，由平行截割定理知 $AB_1=B_1B_2=B_2B$ 就是 B_1 和 B_2 把长为 a 的綫段 AB 分为三等份。

例2. 有一个水壩，如图 16，量得 $AB=16$ 米，$OB=4$ 米，$OC=6$ 米，$\angle DAO=\angle CBO$，求水壩斜面长 DO 是多少？

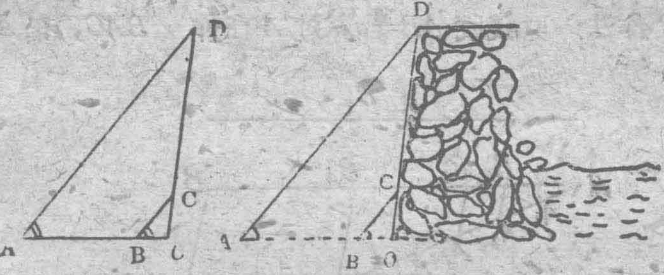

图 16

解：$\because \quad \angle DAO=\angle CBO$

$\therefore \quad AD \parallel BC$

設水壩斜面长为 x 米，由平行截割定理知

$$\frac{OB}{BA}=\frac{OC}{CD}$$

即 $\frac{4}{16}=\frac{6}{x-6}$ 則 $4(x-6)=96$（內項积等于外項积）

$$x-6=24$$

$$x=30(\text{米})$$

答：水壩斜面长为 30 米。

例3. 将綫段 a 分为四段，使它們的比为 $2:1:3:4$。

解：問題是把这綫段分成一段占全长的

$\frac{2}{2+1+3+4}$，一段占全长的$\frac{1}{2+1+3+4}$，一段占全长的$\frac{3}{2+1+3+4}$，一段占全长的$\frac{4}{2+1+3+4}$。

作法：取綫段 $AB=a$，过 A 任作 $\angle BAC$，在 AC

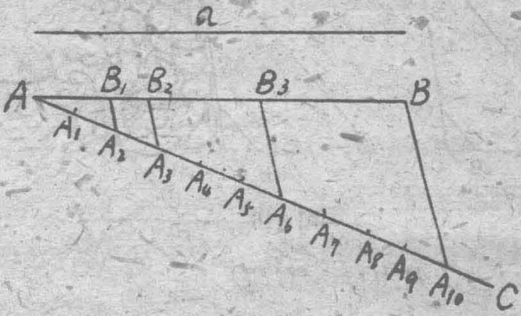

图 17

上取 $AA_1=A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=A_4A_5=A_5A_6=A_6A_7=A_7A_8=A_8A_9=A_9A_{10}$

即在 AC 上截 $2+1+3+4=10$ 等份綫段

連 $A_{10}B$，过 A_6 作 $A_6B_3 \parallel A_{10}B$ 交 AB 于 B_3

过 A_3 作 $A_3B_2 \parallel A_{10}B$ 交 AB 于 B_2

过 A_2 作 $A_2B_1 \parallel A_{10}B$ 交 AB 于 B_1

則得 $AB_1:B_1B_2:B_2B_3:B_3B=2:1:3:4$

$\because$ $A_2B_1 \parallel A_3B_2 \parallel A_6B_3 \parallel A_{10}B$

$\therefore \frac{AA_2}{AB_1}=\frac{A_2A_3}{B_1B_2}=\frac{A_3A_6}{B_2B_3}=\frac{A_6A_{10}}{B_3B}$（平行截割定理）

又 $AA_2:A_2A_3:A_3A_6:A_6A_{10}=2:1:3:4$

$\therefore \quad AB_1:B_1B_2:B_2B_3:B_3B=2:1:3:4$

则 B_1, B_2, B_3 三点就把綫段 AB 分成 $2:1:3:4$ 的四段。

如果 $a=100$ 厘米

则 $\dfrac{AB_1}{AB}=\dfrac{2}{2+1+3+4} \quad \therefore AB_1=\dfrac{2}{10}a=20$ 厘米

$\dfrac{B_1B_2}{AB}=\dfrac{1}{2+1+3+4} \quad \therefore B_1B_2=\dfrac{1}{10}a=10$ 厘米

$\dfrac{B_2B_3}{AB}=\dfrac{3}{2+1+3+4} \quad \therefore B_2B_3=\dfrac{3}{10}a=30$ 厘米

$\dfrac{B_3B}{AB}=\dfrac{4}{2+1+3+4} \quad \therefore B_3B=\dfrac{4}{10}a=40$ 厘米。

练 习

1. 将綫段 a 分为 5 等份。

图 18

2. 将一块木板分成 6 个相等的长方形(图 19)。

图 19

3. 四綫段 a、b、c、d 成比例: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$。

已知 $a=15$ 厘米, $b=25$ 厘米, $c=10$ 厘米, 求 d 是多少?

并用平行截割定理画出长为 d 的綫段来驗証。

4. 将綫段 a 分为四段使它們的比为 $2:1:1:3$，如果 $a=7$ 厘米，求各段的长是多少？

5. 如图 20，量得 $AC=300$ 米，$AG=20$ 米，$AB=CD=1.5$ 米，$GH=19$ 米，$\angle 1=\angle 2$，求气球高 EF 是多少米？

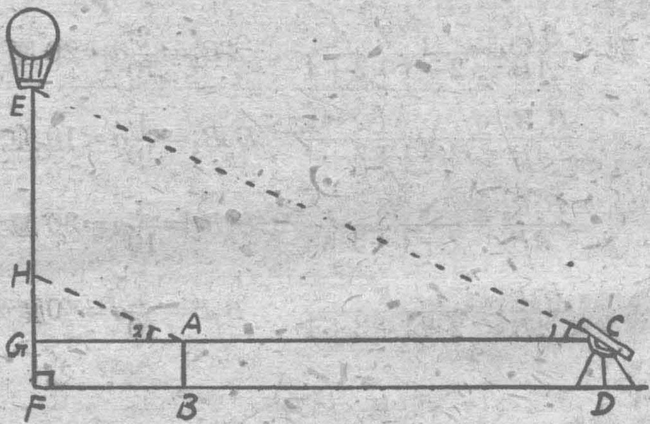

图 20

§ 3. 相似三角形的判断定理

从上节中的平行截割定理，可以得出三角形相似最有效的判断定理。

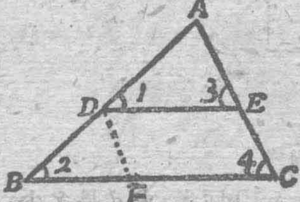

图 21

定理 如果在 $\triangle ABC$ 中，$DE \parallel BC$，则 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$。

証明: $\because$ $DE \parallel BC$ 由平行截割定理，得

$$\frac{DB}{AD}=\frac{EC}{AE}$$