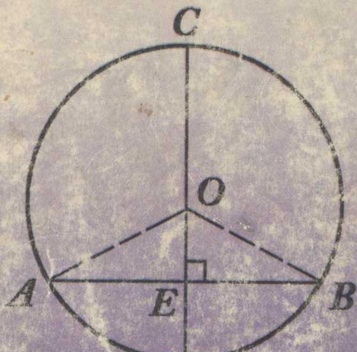
中学题典

初三 几何分册

主　编 刘彭芝
副主编 许　飞



中国财政经济出版社

ZHONGXUE TIDIAN

初三几何分册

主　编　刘彭芝
副主编　许　飞

中国财政经济出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学题典·初三几何分册/刘彭芝等编著.-北京:中国财政经济出版社,1996.7

ISBN 7-5005-3096-X

Ⅰ.中… Ⅱ.朱… Ⅲ.①课程-中学-习题②几何课-初中-习题 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(96)第13584号

中学题典·初三几何分册

主 编 刘彭芝

副主编 许 飞

中国财政经济出版社 出版发行

社址:北京东城大佛寺东街8号 邮政编码:100010

北京财经印刷厂印刷 各地新华书店经销

787×1092毫米 32开 23.125印张 480 000字

1996年10月第1版 1996年10月北京第1次印刷

印数:1—30 050 定价:24.80元

ISBN 7-5005-3096-X/G·0008

(图书出现印装问题,本社负责调换)

中学题典

主　编　朱迪生
副主编　刘彭芝
　　　　杨正川
　　　　钟　良

《中学题典》编辑委员会

(以姓氏笔划为序)

责任编辑　袁中良
　　　　　张燕茹
特约编辑　边贺泉
　　　　　段国华
封面设计　颜　黎
版面设计　张绍曾
特约校对　姚健钢
　　　　　丰　鹏
责任校对　王云章
　　　　　王　英
　　　　　王迎春
　　　　　陈　平
　　　　　刘　靖
　　　　　李　丽
　　　　　杨瑞琦
　　　　　张全录
　　　　　胡永立
　　　　　徐艳丽
　　　　　黄亚青
　　　　　潘晓蓉

前言

为了有助于实施科教兴国战略，培养大批优秀人才，走出一条不用国家财政增加拨款，而能切实提高基础教育质量的路子，国家财政部直属的中国财政经济出版社，特约我们首都中国人民大学附中、北京大学附中、清华大学附中、北京师范大学附属实验中学、中国科技大学附中、北京航空航天大学附中等名校及北京市海淀区教师进修学校、北京市教育委员会教学研究部的近百位高级、特级教师和资深教育专家，共同编写了这部大型系列工具书——《中学题典》。

要想教好、学好中学基础课，必须勤学苦练。但是，如果盲目解题，既可能因习题太难，冥思苦想而浪费时间，又可能因习题太多、简单重复而事倍功半，以致负担过重。那么，怎样才能减轻教、学负担，教好、学好中学基础课呢？长期以来，我们在实践中对此进行了不断的探索，成功地培养了一批又一批进入名牌大、中学校的优秀学生，取得了宝贵的教学经验和科研成果。我们愿意将其融入这部《中学题典》，奉献给全国广大中学教师、学生及其家长。

这部系列工具书是根据国家教委颁布的中学教

学大纲的要求，参照现行人民教育版教材和各地教材的内容体系，分册分章分节进行选题和解题。它的典型选题从易到难，覆盖了教学大纲和教材所涉及的全部知识点，并有适当扩展。它的全部解题力求精辟，均有必要的过程和正确答案，并通过分析说明解题的思路、方法和技巧，旨在指导读者触类旁通，提高分析问题和解决问题的能力。它的各个分册便于查阅，既可以分别与各年级的教学同步配套，又可以共同为毕业和升学的总复习服务，满足有关教学和成才的需要。

这部系列工具书包括初中和高中的五个学科（数学、物理、化学、语文、英语）共三十二个分册，统一由《中学题典》编辑委员会组织编写。

其中《初三几何分册》的主编为刘彭芝；副主编为许飞；编写人员为曾龙（第一章）、许飞（第二章第一至五节、第十一节前面一部分）、陆剑鸣（第二章第六至十节、第十一节后面一部分）、翟刚（第三章）。

本书出版以后，欢迎广大读者提出宝贵意见，以便修订。

《中学题典》编辑委员会

1996年6月30日

凡　例

本题典的体例和内容相结合，可帮助读者随时随地获得名校名师的指导，既能与教学同步查阅，又能据个人情况自我检测。有关体例是：

一、全书按中学的各年级、各学科设立分册。各分册按国家教委颁布的教学大纲和现行教材内容设立章、节。每章内设一节本章综合题。每分册内设一章本书综合题。

二、在正文之前刊有详细的章、节目录，注明“（共××× 题）”。各章内都从“题×—1”开始顺序编号，并在节题之后注明“（题×—×至题 ×—×）”。各章的图也从“图×—1开始顺序编号。

三、在题号之后即题目内容。各节内题目从易到难编列，对难度较大或超出教学大纲要求的题目，在题号后加星花“＊”注明。

四、在题目内容之后是解前“分析”（简单题目未加分析）。对重要的或复杂的题目，提示解题的思路、方法和技巧等。

五、在“分析”之后是“解”、“证明”或“答案”（也有“答案”列在“分析”或“解”之前）。一般是一题一解，写有必要的解题过程。部分题目有其他较好解法的，则一题多解，分别编列。

六、最后是解后“说明”（如叙述方便时，此项也在解前

“分析”中说明)。对重要或复杂的题目，在解后说明从中总结出的解题规律，以及题目意义的推广。为便于触类旁通，在典型题目之后，也配置若干相关题目。

目 录

（共 830 题）

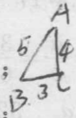
第一章　解直角三角形（225 题）

第一节　锐角三角函数（题 1—1 至题 1—55）

题 1—1　已知：在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别是 a、b、c，求解以下各题：

（1）已知：$a=3$，$b=4$，求 $\sin A$；

（2）已知：$a=5$，$c=13$，求 $\cos B$；



（3）已知：$b=24$，$c=25$，求 $\operatorname{tg} A$；

（4）已知：$a=8$，$b=15$，求 $\operatorname{tg} B$；

（5）已知：$b=40$，$c=41$，求 $\sin A$.

解：（1）$\because$　在 $Rt\triangle ABC$ 中，$a=3$，$b=4$，

$\therefore$　$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$\therefore$　$\sin A=\dfrac{a}{c}=\dfrac{3}{5}$.

（2）$\cos B=\dfrac{a}{c}=\dfrac{5}{13}$.

（3）$\because$　在 $Rt\triangle ABC$ 中，$b=24$，$c=25$，

$\therefore$　$a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{25^2-24^2}=7$，

$\therefore$　$\operatorname{tg} A=\dfrac{a}{b}=\dfrac{7}{24}$.

（4）$\operatorname{tg} B=\dfrac{b}{a}=\dfrac{15}{8}$.

（5）$\because$　在 $Rt\triangle ABC$ 中，$b=40$，$c=41$，

$\therefore$　$a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{41^2-40^2}=9$，

$\therefore \quad \sin A=\dfrac{a}{c}=\dfrac{9}{41}.$

题 1—2 已知：在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$的对边分别是a、b、c，若$a=320$，$c=680$. 求$\angle A$的正弦、余弦、正切、余切的值。

解：$\because$ 在$Rt\triangle ABC$中，$a=320$，$c=680$，

$$\begin{aligned}\therefore \quad b&=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{680^2-320^2}\\&=\sqrt{(17\times 40)^2-(8\times 40)^2}\\&=40\sqrt{17^2-8^2}=40\times 15=600.\end{aligned}$$

$$\therefore \quad \sin A=\frac{a}{c}=\frac{320}{680}=\frac{8}{17},\ \cos A=\frac{b}{c}=\frac{600}{680}=\frac{15}{17},$$

$$\operatorname{tg}A=\frac{a}{b}=\frac{320}{600}=\frac{8}{15},\ \operatorname{ctg}A=\frac{b}{a}=\frac{15}{8}.$$

说明：当整数a、b、c满足条件$a^2+b^2=c^2$时，称数组$(a$、b、$c)$为勾股数组或毕得格拉斯数组。常用的勾股数组有：(3、4、5)，(5、12、13)，(8，15，17)，(9，40，41)等等。记住这些数组对于解直角三角形和高中三角知识的学习很有益处。

题 1—3 已知：$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\alpha$为锐角，求角$\alpha$的余弦、正切和余切值。

分析：可以借助直角三角形，用锐角三角函数的定义解题。

解：如图 1-1，$\because$ $\angle C=90^\circ$，$AB=5$，$BC=\sqrt{5}$，

$$\therefore \quad AC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-(\sqrt{5})^2}=2\sqrt{5}.$$

$\therefore \quad \sin\alpha=\sin A$

$$=\frac{BC}{AB}$$

$$=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

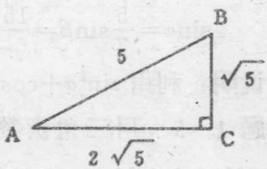


图 1—1

$\because$ α 为锐角，

$\therefore$ 根据锐角三角函数定义，有 $\cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\text{tg}\alpha=\frac{1}{2}$，$\text{ctg}\alpha=2$，

$\therefore$ $\cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\text{tg}\alpha=\frac{1}{2}$，$\text{ctg}\alpha=2$.

说明：也可用同角三角函数的关系解题，但比较麻烦。

题 1—4 已知：α、β 是锐角，且

$$\begin{cases}7\sin\alpha=5\sin\beta, & ①\\ 7\cos\alpha+5\cos\beta=7. & ②\end{cases}$$

求 $\sin\alpha$ 和 $\sin\beta$ 的值。

解：由①得 $\sin\alpha=\frac{5}{7}\sin\beta$，由②得 $\cos\alpha=1-\frac{5}{7}\cos\beta$，

$$\therefore \begin{cases}\sin^2\alpha=\frac{25}{49}\sin^2\beta, & ③\\ \cos^2\alpha=(1-\frac{5}{7}\cos\beta)^2. & ④\end{cases}$$

③+④得：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=\frac{25}{49}\sin^2\beta+(1-\frac{5}{7}\cos\beta)^2$，

即 $1=\frac{74}{49}-\frac{10}{7}\cos\beta$.

$\therefore$ $\cos\beta=\frac{5}{14}$.

$\because$ β 是锐角，

$\therefore \quad \sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\sqrt{1-\left(\frac{5}{14}\right)^2}=\frac{3\sqrt{19}}{14}$，

$\sin\alpha=\frac{5}{7}\sin\beta=\frac{15\sqrt{19}}{98}$.

说明：利用 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 可以起到消元的作用。

题 1—5 用三角函数的坐标定义证明：α 为锐角时，$\sin(180°-\alpha)=\sin\alpha$，$\cos(180-\alpha)=-\cos\alpha$，$\mathrm{tg}(180°-\alpha)=-\mathrm{tg}\alpha$，$\mathrm{ctg}(180°-\alpha)=-\mathrm{ctg}\alpha$.

分析：设有一个角 α，我们以它的顶点作为原点，以它的始边作为 x 轴的正半轴 ox，建立坐标系，如图 1-2 和图 1-3.

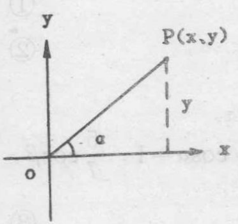


图 1-2

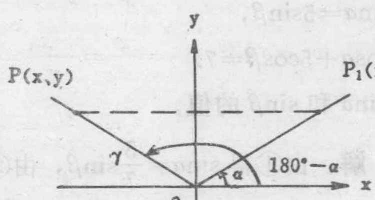


图 1-3

在角 α 的终边任取一点 P $(x,\ y)$，它和原点 O $(0,\ 0)$ 的距离是 $r=\sqrt{x^2+y^2}$（r 总是正的）。可以得到比值：$\frac{y}{r}$、$\frac{x}{r}$、$\frac{y}{x}$、$\frac{x}{y}$，三角函数的坐标定义称 $\frac{y}{r}$ 是角 α 的正弦，记作 $\sin\alpha$，即 $\sin\alpha=\frac{y}{r}$；$\frac{x}{r}$ 是角 α 的余弦，记作 $\cos\alpha$，即 $\cos\alpha=\frac{x}{r}$；$\frac{y}{x}$ 是角

α 的正切，记作 $\operatorname{tg}\alpha$，即 $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{y}{x}$；$\dfrac{x}{y}$是角 α 的余切，记作 $\operatorname{ctg}\alpha$，即 $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{x}{y}$.

证明：∵ α 是锐角，

∴ $180°-\alpha$ 是钝角。

如图 1-3，在钝角 $180°-\alpha$ 的终边上任取一点$P(x, y)$，设 $OP=r$，在锐角 α 的终边上取点 $P_1(x_1, y_1)$，设 $OP_1=r$. 那么，因为 OP 和 OP_1 与 y 轴成相等的角，且$OP=OP_1$，所以点 P 和 P_1 关于 y 轴对称，于是这两个点的坐标有下面的关系：

$x=-x_1$，$y=y_1$.

∴ $\sin(180°-\alpha)=\dfrac{y}{r}=\dfrac{y_1}{r}=\sin\alpha$,

$\cos(180°-\alpha)=\dfrac{x}{r}=\dfrac{-x_1}{r}=-\cos\alpha$,

$\operatorname{tg}(180°-\alpha)=\dfrac{y}{x}=\dfrac{y_1}{-x_1}=-\operatorname{tg}\alpha$,

$\operatorname{ctg}(180°-\alpha)=\dfrac{x}{y}=\dfrac{-x_1}{y_1}=-\operatorname{ctg}\alpha$.

说明：(1) 本题给出了互补两角的三角函数间的关系：若两个角互补，则这两个角的正弦值相等，而余弦值、正切值和余切值分别互为相反数，应用这个知识，可以把钝角三角函数化为锐角三角函数。

(2) 互补两角的三角函数间的关系及其应用在现行课本中已经删除，在本书此后的一些题目中应用了这个知识，相关题目或解法用“*”标出，仅供读者参考。

题 1—6 * 已知：$\sin A=\cos 40°$，求解以下各题：