

丁文革 代秀红 张荣香 赵亚军 编著

光学指导

考研参考书

清华大学出版社

丁文革 代秀红 张荣香 赵亚军 编著

光学指导

考研参考书

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

全书共分为几何光学、光的干涉、光的衍射、光的偏振、光与物质的相互作用等五章。其中每一章包括“内容提要”、“真题分析与解答”、“自测题”和“解题思路及答案”四部分内容。书中对考研所涉及的知识点进行了全面归纳、总结和提炼,并通过典型题目进行详细剖析,从而帮助学生巩固和深化所学的理论知识,提高解决问题的能力。

本书是光学科目研究生入学考试的首选参考书,也可作为物理类本科生的学习辅导用书以及各类高校物理教师的教学参考书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

光学指导:考研参考书/丁文革等编著. —北京:清华大学出版社,2012.8
ISBN 978-7-302-29222-7

I. ①光… II. ①丁… III. ①光学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①O43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 143373 号

责任编辑:邹开颜 赵从棉

封面设计:常雪影

责任校对:刘玉霞

责任印制:宋 林

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京富博印刷有限公司

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:13.75

字 数:329 千字

版 次:2012 年 8 月第 1 版

印 次:2012 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:29.00 元

产品编号:038896-01

前言

000

编者在多年从事光学课程教学和考研辅导的过程中,发现许多学生在备考研究生入学考试时,一方面,由于缺乏对知识体系的总体把握和系统了解,往往感觉无从下手,顾此失彼;另一方面,由于对难度较大的综合性试题缺乏深入分析和研究,不能准确地把握解题的关键,解题时思路不清晰,分析问题不全面,造成严重失分。针对上述情况,编者在长期对各高校、院所历年真题进行深入分析的基础上,又搜集了众多高校的光学教学大纲仔细研读,着力编写了这本光学指导书,力图从各个方面对考生进行点拨和指导,以期达到最好的效果。在编写过程中,突出了以下特色。

首先,针对考研所涉及的知识点,将光学课程的内容按照几何光学、光的干涉、光的衍射、光的偏振、光与物质的相互作用及光的量子性的顺序,对其中的基本概念、原理、公式和规律进行了归纳、总结和提炼,力图帮助学生全面了解、准确掌握考研所要求的知识内容,尽可能地让所有考生都能有一个清楚明确的考前准备,有的放矢,有备无患。

其次,在每一章的编排顺序上,从知识点到典型考题分析,最后进行自测,层层递进,符合考生的复习节奏,能够最大限度地节省考生复习时间。同时重点突出,考生可以很方便地找到对自己最有帮助的版块,集中精力,重点突破,以达到事半功倍的效果。

总之,本书立足考生备战光学科目研究生入学考试的需求,力求将综合性、实效性、前瞻性相结合,为考生提供切实有用的复习指导。

本书的编写得到了清华大学出版社邹开颜编辑的大力支持,在此表示感谢。同时,对书中采用的真题的出处单位及作者致以由衷的谢意!对所有提供帮助和建议的历届考生一并表示感谢。

由于编者水平有限,疏漏之处敬请读者不吝指正。

编者
2012年5月

目 录

第 1 章 几何光学	1
1.1 内容提要	1
1.1.1 光和光的传播	1
1.1.2 几何光学成像	2
1.2 真题分析与解答	6
1.3 自测题	22
1.4 解题思路及答案	26
第 2 章 光的干涉	30
2.1 内容提要	30
2.1.1 波的叠加与干涉	30
2.1.2 分波前干涉装置	32
2.1.3 分振幅干涉装置	34
2.1.4 光场的时空相干性	37
2.2 真题分析与解答	38
2.3 自测题	61
2.4 解题思路及答案	70
第 3 章 光的衍射	81
3.1 内容提要	81
3.1.1 衍射理论基础	81
3.1.2 菲涅耳衍射	82
3.1.3 夫琅禾费衍射	83
3.2 真题分析与解答	88
3.3 自测题	117
3.4 解题思路及答案	122
第 4 章 光的偏振	127
4.1 内容提要	127
4.1.1 光的偏振态	127

4.1.2	双折射晶体	128
4.1.3	晶体光学器件	129
4.1.4	偏振光干涉	130
4.1.5	旋光	132
4.1.6	反射率与透射率	132
4.1.7	布儒斯特定律	132
4.2	真题分析与解答	133
4.3	自测题	162
4.4	解题思路及答案	171
第5章	光与物质的相互作用 光的量子性	183
5.1	内容提要	183
5.1.1	光的吸收	183
5.1.2	光的色散	183
5.1.3	光的散射	184
5.1.4	光的量子性	185
5.1.5	波粒二象性	186
5.1.6	光的辐射	187
5.1.7	激光	188
5.2	真题分析与解答	188
5.3	自测题	204
5.4	解题思路及答案	208

1.1 内 容 提 要

1.1.1 光和光的传播

1. 几何光学三定律

1) 光线的直线传播定律

光在均匀介质中沿直线传播。

2) 光的反射定律和折射定律

设两种介质 1、2 均为透明、均匀、各向同性介质,并且它们的分界面是平面。当一束光从介质 1 射到分界面上时,一般情形下它分解为入射光和反射光。

实验表明:

(1) 反射线和入射线都在入射面内。

(2) 反射角等于入射角。

(3) 折射角与入射角的正弦之比与入射角无关,是一个与介质和光的波长有关的常数,有

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{也称为斯涅尔定律})$$

2. 全反射

当光线从光密介质(折射率为 n_1)射向光疏介质(折射率为 n_2)时,全反射临界角满足

$$i_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

3. 棱镜与色散

(1) 偏向角 δ : 光线通过三棱镜经过两次折射,在传播方向上变化的角度,即入射光线和出射光线延长线的夹角。

当棱镜顶角 α 很小时,垂直入射光线产生的偏向角

$$\delta = (n - 1)\alpha$$

在棱镜顶角 α 已知的条件下,通过最小偏向角 δ_m 的测量,可得出棱镜的折射率

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_m + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

(2) 色散: 材料的折射率与光的波长有关的现象。

棱镜最主要的应用在于分光, 即利用棱镜对不同波长的光有不同折射率的性质来分析光谱。

(3) 棱镜光谱仪的分光性能

角色散本领:

$$D_\theta = \frac{2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} \right)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right)}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

色分辨本领:

$$R = b \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

其中 b 为棱镜底边长度。

4. 光的可逆性原理

当光线的方向反转时, 它将逆着同一路径传播。

5. 光程

光程是一个折合量, 即把光在介质中传播的路程折合为相同时间内光在真空中传播的路程。在数值上, 光程等于光在介质中传播的几何路程与该介质折射率的乘积。

在折射率分布为 $n(x, y, z)$ 的介质中, 光线从任意一点 Q 经历曲折路径到达 P 的光程为

$$(QP) = \int_Q^P n(x, y, z) dl$$

6. 费马原理

(1) 原理表述: Q 、 P 两点间光线的实际路程, 是光程 (QP) (或者说所需传播时间) 为平稳的路径。粗浅一点, 可以这样来理解: Q 、 P 两点间光线的实际路程, 是光程 (QP) 取极小值、极大值或恒定值的路径。所谓极小、极大或恒定是对路径的无穷小变化而言的。

(2) 由费马原理可导出的一个重要结论: 物像之间的等光程性。

1.1.2 几何光学成像

1. 常用符号

球面顶点 A , 球心 C , 曲率半径 r ; 物方折射率 n , 像方折射率 n' ;
物距 s , 像距 s' ; 物方焦点 F , 像方焦点 F' ;

物方主点 H , 像方主点 H' ; 物方节点 N , 像方节点 N' ;
 物方焦距 f , 像方焦距 f' ; 横向放大率 V ;
 角放大率 W ; 薄透镜光心 O

2. 符号法则

本书采用赵凯华编《新概念物理教程——光学》中的规定。

设入射光从左到右, 符号规定见表 1-1。

表 1-1

序号	物理量及符号	相对位置	正	负
1	物距 s	轴上物点 Q 在 { 单折射(或反射)球面顶点 A 薄透镜光心 O 理想光具组物方主点 H	之左	之右
2	像距 s'	轴上像点 Q' 在 { 单折射球面顶点 A 薄透镜光心 O 理想光具组像方主点 H'	之右	之左
3	曲率半径 r	球心 C 在球面顶点 A	之右	之左
4	物高 y 像高 y'	轴外物点 P 轴外像点 P' } 在光轴	之上	之下
5	光线倾角 u	从光轴转向光线	逆时针	顺时针
6	(牛顿)物距 x	轴上物点 Q 在物方焦点 F	之左	之右
7	(牛顿)像距 x'	轴上像点 Q' 在像方焦点 F'	之右	之左
8	光具组间隔 Δ	F_2 在 F'_1	之右	之左
9	光具组间隔 d	H_2 在 H'_1	之右	之左
10	光具组物方主面位置 x_H	H 在 H_1	之左	之右
11	光具组像方主面位置 x'_H	H' 在 H'_2	之右	之左

注意: (1) 对于反射情况, 由于反射的方向倒转为从右到左, 需将表 1-1 中像距的规定改变如下:

(2') 若轴上像点 Q' 在单反射球面顶点 A 之左, 像距 s' 为正;

若轴上像点 Q' 在单反射球面顶点 A 之右, 像距 s' 为负。

(2) 物像方焦距 f, f' 是特殊的物、像距, 对它们的正负规定分别与 s, s' 同。

3. 重要概念

1) 横向放大率

$$V = \frac{y'}{y}$$

$V > 0$ 表示像正立, $V < 0$ 表示像倒立; $|V| > 1$ 表示放大, $|V| < 1$ 表示缩小。

2) 角放大率

$$W = \frac{\tan u'}{\tan u}$$

其中 u 和 u' 为共轭光线与系统光轴的夹角。

3) 基点和基面

物方焦点：轴上无穷远像点的共轭点。

物方焦面：过物方焦点与光轴垂直的平面。

像方焦点：轴上无穷远物点的共轭点。

像方焦面：过像方焦点与光轴垂直的平面。

物像方主点和主面：横向放大率 $V=1$ 的共轭点和共轭面。

物像方节点：角放大率 $W=1$ 的共轭点。

4. 单个折射(或反射)球面傍轴成像

成像公式见表 1-2。

表 1-2

公 式	折射球面	反射球面
物像距公式	$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$	$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = -\frac{2}{r}$
横向放大率公式	$V = -\frac{ns'}{n's}$	$V = -\frac{s'}{s}$

5. 薄透镜傍轴成像

(1) 物像距公式(高斯形式)

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

当物像方折射率相等(均为 n)时,

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$f' = f = \frac{n}{p} = \frac{1}{\left(\frac{n_L}{n} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad (\text{磨镜者公式})$$

(2) 横向放大率公式

$$V = -\frac{ns'}{n's} = -\frac{fs'}{f's}$$

当物像方折射率相等时,

$$V = -\frac{s'}{s}$$

(3) 透镜分类

具有实焦点($f, f' > 0$)的透镜称为正透镜或会聚透镜;

具有虚焦点($f, f' < 0$)的透镜称为负透镜或发散透镜。

(4) 密接薄透镜组(空气中)

焦距关系

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

光焦度

$$P = P_1 + P_2$$

光焦度的单位: 屈光度, 用 D 表示。通常所说眼镜的度数是屈光度的 100 倍。

6. 共轴理想光具组成像

(1) 物像距公式(高斯形式)

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

(2) 物方焦距和像方焦距

$$\begin{cases} f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta} \\ f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta} \end{cases}$$

(3) 物方主面和像方主面位置

$$\begin{cases} x_H = f_1 \frac{\Delta + f'_1 + f_2}{\Delta} = f_1 \frac{d}{\Delta} \\ x'_H = f'_2 \frac{\Delta + f'_1 + f_2}{\Delta} = f'_2 \frac{d}{\Delta} \end{cases}$$

(4) 横向放大率公式

$$V = -\frac{fs'}{f's}$$

(5) 作图法: 利用基点和基面的性质, 求解薄透镜、共轴理想光具组的物像关系。

7. 光学仪器

1) 眼睛

明视距离: $S_0 = 25\text{cm}$ 。

视角: 物体对眼睛所张的角度。

最小分辨角: 能够分开的最近两点对眼睛所张的角。

2) 放大镜

物放在焦点附近, 视角放大率

$$M = \frac{\text{像所张的视角}}{\text{物体在明视距离处所张的视角}} = \frac{S_0}{f}$$

3) 照相机

物距 $s \gg f$ (镜头的焦距), 因此像平面(感光底片)总在像方焦面附近, 即像距 $s' \approx f$ 。

4) 望远镜

物镜像方焦点 F'_O 与目镜物方焦点 F_E 几乎重合, 物镜焦距为 f_O , 目镜焦距为 f_E , 视角

$$\text{放大率 } M = -\frac{f_o}{f_E}.$$

望远镜的孔径光阑和入射光瞳通常就是其物镜的边缘,出射光瞳为物镜(孔径光阑)对目镜所成的像。出射光瞳直径 $D' = \frac{D}{|M|}$, 其中 D 为物镜(孔径光阑)的直径。

物镜、目镜皆为会聚的望远镜称为开普勒望远镜;物镜会聚而目镜发散的望远镜称为伽利略望远镜。

5) 显微镜

物镜焦距为 f_o , 目镜焦距为 f_E , 光学筒长 Δ , 则视角放大率

$$M = V_o M_E = -\frac{S_o \Delta}{f_o f_E}$$

式中 V_o 是物镜的横向放大率, M_E 是目镜的视角放大率。

8. 光阑

(1) 孔径光阑: 光学系统中实际限制光束孔径的光阑。

(2) 入射光瞳: 孔径光阑在物方的共轭。它直接限制入射光束的孔径。

出射光瞳: 孔径光阑在像方的共轭。它直接限制出射光束的孔径。

(3) 视场光阑: 光学系统中实际限制轴外物点射向入射光瞳中心的光线(主光线)的光阑。

(4) 入射窗: 视场光阑在物方的共轭。

出射窗: 视场光阑在像方的共轭。

1.2 真题分析与解答

1.1 试证明: 当一条光线通过平行玻璃板时, 出射光线方向不变, 但产生侧向平移。

当入射角 θ 很小时, 位移为

$$x = \frac{n-1}{n} \theta t$$

式中, n 为玻璃板的折射率, t 为其厚度。

证明: 利用折射定律和几何关系证明。

首先, 对平行板上、下表面分别运用折射定律, 如

图 1-1 所示, 有

$$n_1 \sin \theta = n \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

考虑到平行板上、下表面是同一种介质, $n_1 = n_2 = 1$, 所以有 $\theta = \beta$, 即最后出射光线与初始入射光线平行。

然后, 根据图 1-1 所示几何关系可得侧向位移量为

$$x = \overline{BD} = \overline{BC} \cos \theta = (\overline{AC} - \overline{AB}) \cos \theta = (t \tan \theta - t \tan \alpha) \cos \theta$$

当入射角 θ 很小时, $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$, $\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha \approx \frac{\theta}{n}$ (折射定律), $\cos \theta \approx 1$, 所以

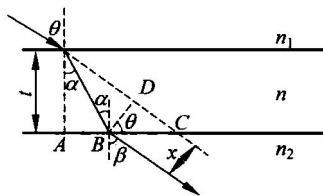


图 1-1

$$x \approx t(\theta - \alpha) \approx t\left(\theta - \frac{\theta}{n}\right) = \frac{n-1}{n}\theta t$$

1.2 如图 1-2 所示,水平光线经折射率为 1.50、顶角为 4° 的棱镜出射后,经垂直放置的反射镜反射,问:反射镜沿顺时针方向转动多大角度才能使反射光线水平出射?

解:利用棱镜偏向角公式求解。

当棱镜顶角 α 很小时,偏向角

$$\delta = (n-1)\alpha = (1.5-1.0) \times 4^\circ = 2^\circ$$

由图 1-3 可见,欲使反射光变为水平方向,反射镜转动角度

$$\beta = \frac{\delta}{2} = 1^\circ$$

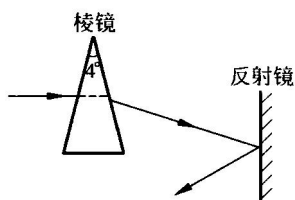


图 1-2

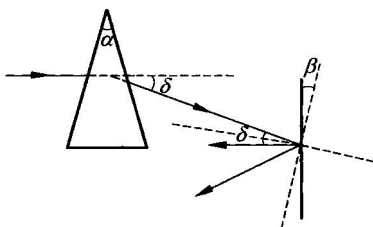


图 1-3

1.3 人眼前一小物体,距人眼 25cm,今在人眼和小物体之间放置一块平行平面玻璃板,玻璃板的折射率为 1.5,厚度为 5mm。试问此时看小物体相对它原来的位置移动多远?

解:利用单球面折射成像公式,采用逐次成像法求解。

如图 1-4 所示,已知玻璃板的折射率 $n=1.5$,板厚 $d=5\text{mm}$ 。物体 S 经玻璃板两次折射成像。

第一次成像,以 O_1 为顶点,物距 $s=a$,曲率半径 $r=\infty$,代入成像公式得

$$\frac{n}{s_1} + \frac{1.0}{a} = 0, \quad s'_1 = -na$$

第二次成像,以 O_2 为顶点,物距为

$$s_2 = -s'_1 + d = na + d$$

代入成像公式得 $\frac{1}{s} + \frac{n}{na+d} = 0$,解得

$$s' = -\left(a + \frac{d}{n}\right)$$

小物体的像向着玻璃板移动了

$$\Delta s = a - (|s'| - d) = d\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 5 \times \left(1 - \frac{1}{1.5}\right) = \frac{5}{3}(\text{mm})$$

1.4 如图 1-5 所示,空气中的尖劈棱镜顶角 α 很小,折射率为 n ,点光源 S 到尖劈棱镜的距离为 a ,求 S 通过棱镜成像的位置,并说明像的虚实情况。

解:利用折射定律、单球面折射成像公式,采用逐次成像法求解。

点光源 S 通过尖劈的两个表面,两次折射成像。建立如图 1-6 所示坐标系,坐标原点

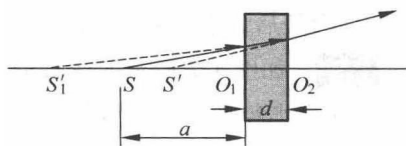


图 1-4

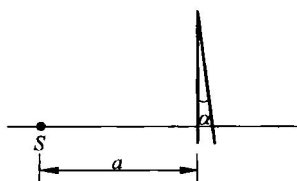


图 1-5

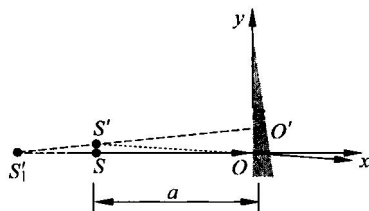


图 1-6

为 O 。

第一次折射成像：以 O 为顶点，物距为 a ，物方折射率为 1.0 ，像方折射率为 n ，曲率半径为无穷大，根据单球面折射成像公式，得

$$\frac{n}{s_1'} + \frac{1.0}{a} = \frac{n - 1.0}{\infty}$$

$$s_1' = -na$$

即像点 S_1' 的坐标为 $(-na, 0)$ 。

第二次折射成像：以 O' 为顶点，忽略尖劈厚度。物距为 na ，物方折射率为 n ，像方折射率为 1.0 ，曲率半径无穷大，代入成像公式，得

$$\frac{1.0}{s'} + \frac{n}{na} = \frac{1.0 - n}{\infty}$$

$$s' = -a$$

最后像点位于点光源上方，由几何关系可求出

$$\overline{SS'} = (n-1)aa$$

因此，最后像点 S' 的坐标为 $(-a, (n-1)aa)$ ，是虚像。

1.5 如图 1-7 所示的弯月形薄凸透镜，折射率为 1.5 ，镀银凸面的曲率半径为 15cm ，凹面的曲率半径为 20cm ，镜前 40cm 处有一高 1cm 的物，求像的位置和性质。

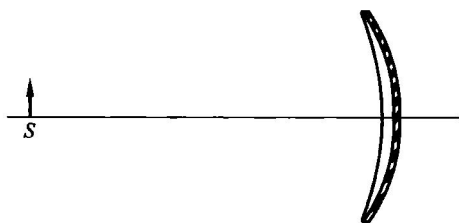


图 1-7

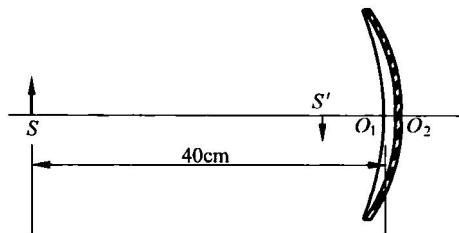


图 1-8

解：利用单球面折射成像、反射成像以及光的可逆性原理，采用逐次成像法求解。

薄透镜厚度不计，如图 1-8 所示， O_1O_2 的距离可视为零。物经系统三次成像。

第一次折射成像：以 O_1 为原点，物距为 $s = 40\text{cm}$ ，物方折射率为 1.0 ，像方折射率为 1.5 ， $r_1 = -20\text{cm}$ ，代入单球面折射成像公式，得

$$\frac{1.5}{s_1'} + \frac{1.0}{40} = \frac{1.5 - 1.0}{-20}$$

解得，第一次成像的像距为 $s_1' = -30\text{cm}$ ，像位于镜前 30cm 处。横向放大率

$$V_1 = -\frac{ns'_1}{n's} = -\frac{1.0 \times (-30)}{1.5 \times 40} = \frac{1}{2}$$

第二次反射成像: 以 O_2 为原点, 物距为 $s_2 = 30\text{cm}$, 曲率半径 $r_2 = -15\text{cm}$, 代入球面反射成像公式, 得

$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{30} = -\frac{2}{-15}$$

解得第二次成像的像距 $s'_2 = 10\text{cm}$, 像位于镜前 10cm 处。横向放大率为

$$V_2 = -\frac{s'_2}{s_2} = -\frac{10}{30} = -\frac{1}{3}$$

第三次折射成像: 以 O_1 为顶点, 利用光的可逆性原理, 将物像关系颠倒, 则像距为 -10cm , 物方折射率 1.0 , 像方折射率 1.5 , $r_1 = -20\text{cm}$ 。代入单球面折射成像公式, 得

$$\frac{1.5}{-10} + \frac{1.0}{s_3} = \frac{1.5 - 1.0}{-20}$$

解得 $s_3 = 8\text{cm}$, 即最后像的位置在镜前 8cm 处。第三次成像横向放大率为

$$V_3 = -\frac{1.5 \times 8}{1.0 \times (-10)} = 1.2$$

系统的总放大率为

$$V = V_1 \cdot V_2 \cdot V_3 = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 1.2 = -0.2$$

因此, 系统最后成像高为

$$y' = V \cdot y = -0.2 \times 1 = -0.2(\text{cm})$$

即系统最后成一缩小的、倒立的实像。

1.6 如图 1-9 所示, 折射率为 1.5 的厚透镜上下表面的曲率半径为 3cm , 中心厚度是 2cm , 放在水面上, 水的折射率是 $4/3$ 。一个高度为 2mm 的小物放在厚透镜下方位于水中的光轴上, 与厚透镜下表面中心点的距离是 4cm , 求在傍轴条件下最后成像的位置、高度、像的倒正、放缩和虚实。

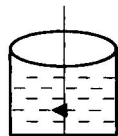


图 1-9

解: 利用单球面折射成像公式, 采用逐次成像法求解。

第一次球面折射成像: 物距 $s_1 = 4\text{cm}$, 物方折射率 $n_1 = 4/3$, 像方折射率 $n'_1 = 1.5$, 球面曲率半径 $r_1 = 3\text{cm}$, 代入单球面折射成像公式, 得

$$\frac{1.5}{s'_1} + \frac{4/3}{4} = \frac{1.5 - 4/3}{3}$$

解得, 第一次成像的像距为 $s'_1 = -5.4\text{cm}$ 。横向放大率

$$V_1 = -\frac{n_1 s'_1}{n'_1 s_1} = -\frac{4/3 \times (-5.4)}{1.5 \times 4} = 1.2$$

第二次球面折射成像: 透镜中心厚度 $d = 2\text{cm}$, 物距 $s_2 = -s'_1 + d = 7.4\text{cm}$, 物方折射率 $n_2 = 1.5$, 像方折射率 $n'_2 = 1.0$, 球面曲率半径 $r_2 = -3\text{cm}$, 代入单球面折射成像公式, 得

$$\frac{1.0}{s'_2} + \frac{1.5}{7.4} = \frac{1.0 - 1.5}{-3}$$

解得, 第二次成像的像距为 $s'_2 = -27.75\text{cm}$ 。横向放大率

$$V_2 = -\frac{n_2 s'_2}{n'_2 s_2} = -\frac{1.5 \times (-27.75)}{1.0 \times 7.4} = 5.625$$

两次球面成像的总横向放大率为

$$V = V_1 \cdot V_2 = 6.75$$

因小物高度 $y=2\text{mm}$, 所以最终像的大小为

$$y' = V \cdot y = 13.5(\text{mm})$$

总之, 最终成像在厚透镜上表面中心的下方 27.75cm 处, 高度为 13.5mm 的正立、放大的虚像。

1.7 如图 1-10 所示, 一凸透镜将傍轴小物成像于幕上, 现保持物和幕不动, 试讨论在下面两种情况下幕上像的特点:

- (1) 将透镜稍微沿横向平移, 如图(a)所示;
- (2) 将透镜光轴在水平面内稍微转动, 如图(b)所示。

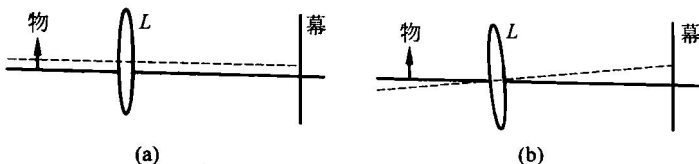


图 1-10

解: 利用薄透镜成像规律求解。

(1) 将透镜稍微沿横向平移, 则幕上的像也向同方向平移, 像的大小不变, 清晰程度也不变。设透镜光心由 O 点横向平移至 O_1 点, 如图 1-11 所示。

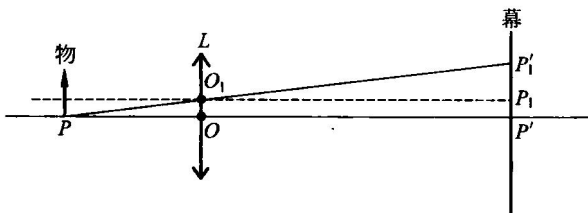


图 1-11

透镜移动前, 物点 P 为轴上点, 其像点位于轴上 P' 点。透镜移动后, 物点 P 为轴外点, 其像点移至 P_1' 点。则像移动的距离为

$$\overline{P'P_1'} = \overline{P'P_1} + \overline{P_1P_1'} = \overline{OO_1} + |V| \overline{OO_1}$$

其中 V 为像的横向放大率。

(2) 将透镜光轴在水平面内稍微转动, 幕上的像不产生移动。但由于小物和幕都不再位于与光轴垂直的同一物面和像面上, 因此像的清晰程度下降, 并且由于各对共轭点的横向放大率不一致而使得小物的像产生畸变。

1.8 试根据费马原理导出傍轴条件下的薄透镜成像公式。

解: 利用费马原理求解。

如图 1-12 所示, 轴上物点 Q 发出的光线与薄透镜交于 E 点, 折射后交光轴于 Q' 点。设折射率为 n_L 的薄透镜置于折射率为 n 的介质中, 其两球面 Σ_1 和 Σ_2 的顶点分别为 O_1 和

O_2 , 曲率半径分别为 r_1 和 $-r_2$ (按照符合法则 $r_2 < 0$)。物距 $QO_1 = s$, 像距 $Q'O_2 = s'$ 。以 O_1 和 O_2 为球心, 以 s 和 s' 为半径做球面 Σ_3 和 Σ_4 , 分别交光线 QE 和 EQ' 于 A 和 B 点, 过 A 、 E 和 B 分别向着光轴作垂线, 交光轴于 C 、 O 和 D 点, 设 $EO = h$ 。

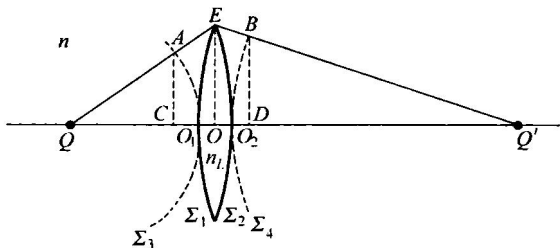


图 1-12

由费马原理的推论——物像等光程性, 有 $(QEQ') = (QOQ')$, 又由于 $QA = QO_1$, $Q'B = Q'O_2$, 则有

$$n(AE + EB) = n_L O_1 O_2 \quad (1)$$

在傍轴条件下,

$$n(AE + EB) \approx nCD \quad (2)$$

由图中几何关系, 有

$$n(CO_1 + O_2 D) = n(CD - O_1 O_2) \quad (3)$$

将式(1)和式(2)代入式(3), 得

$$n(CO_1 + O_2 D) = (n_L - n)O_1 O_2 \quad (4)$$

由图中几何关系及傍轴近似, 可得出

$$CO_1 \approx \frac{h^2}{2s}, \quad O_2 D \approx \frac{h^2}{2s'}, \quad O_1 O \approx \frac{h^2}{2r_1}, \quad OO_2 \approx \frac{h^2}{2(-r_2)} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4), 得

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{\left(\frac{n_L}{n} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} = \frac{1}{f}$$

此即薄透镜傍轴成像公式。

1.9 用一曲率半径为 20cm 的球面玻璃和一平面玻璃粘合成空气透镜并将其浸入水中 (见图 1-13)。设玻璃壁厚可忽略, 水和空气的折射率分别为 $4/3$ 和 1 , 求此透镜的焦距。此透镜是会聚的还是发散的?

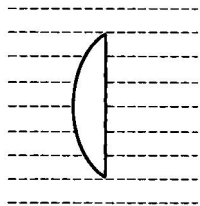


图 1-13

解: 利用薄透镜焦距公式以及会聚透镜和发散透镜的定义求解。

将 $n_L = 1$, $n = 4/3$, $r_1 = 20\text{cm}$, $r_2 = \infty$ 代入薄透镜焦距公式 (即磨镜者公式)

$$f = \frac{1}{\left(\frac{n_L}{n} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

得

$$f = -80\text{cm}$$