



国家“十二五”重点规划图书

采矿过程模拟与仿真

周科平 著



中南大学出版社
www.csupress.com.cn

采矿过程模拟与仿真

周科平 著



中南大学出版社
www.csupress.com.cn

图书在版编目(CIP)数据

采矿过程模拟与仿真/周科平著. —长沙:中南大学出版社,2012.9
ISBN 978-7-5487-0666-3

I.采... II.周... III.①矿山开采-过程模拟-研究生-教材②矿山开采-仿真-研究生-教材 IV.TD8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 229157 号

采矿过程模拟与仿真

周科平 著

☐责任编辑 刘 辉

☐责任印制 文桂武

☐出版发行 中南大学出版社

社址:长沙市麓山南路

邮编:410083

发行科电话:0731-88876770

传真:0731-88710482

☐印 装 长沙市宏发印刷有限公司

☐开 本 720×1000 B5 ☐印张 21 ☐字数 406 千字

☐版 次 2012 年 9 月第 1 版 ☐2012 年 9 月第 1 次印刷

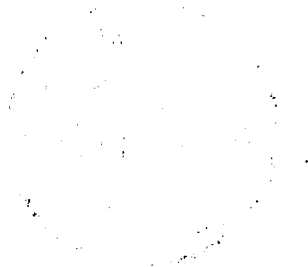
☐书 号 ISBN 978-7-5487-0666-3

☐定 价 45.00 元

图书出现印装问题,请与经销商调换

本书全面介绍了国内外专家学者以及作者团队在采矿过程模拟与仿真研究领域的最新成果。全书共分为5章，依据采矿过程的特点以及现代采矿技术的发展趋势，分别介绍了动态扰动与矿岩力学响应数值模拟、矿山物流系统模拟、数值虚拟矿山爆破、数字矿山技术、虚拟矿山工程和矿区地理信息系统等内容。本书在内容上淡化了理论上烦琐的推导，注重理论与实践相结合，以期通过大量的工程实例使读者迅速掌握和理解采矿过程模拟与仿真的主要内容、原理、特点和基本方法，相应的技术，并能分析采矿过程中实际工程问题，运用相应的模拟和仿真工具合理准确地加以解决。

本书可供采矿工程、岩土工程和安全工程等研究生教学使用，也可供相关领域的科研人员学习参考。



前言

Foreword

近半个世纪以来,尤其是进入21世纪以后,随着计算机硬件的飞速发展和计算方法的日益完善,数值模拟和仿真技术得到了广泛的应用。目前,在土木、水利、交通、国防军工、航空航天、船舶、机械制造、核工业、石油化工、电子等一般工业和科学研究中,数值模拟和仿真技术已成为一种不可或缺的重要手段,这在采矿工程也不例外。作为一个不断发展的学科,从某种意义上讲,现代采矿学已经成为一门传统采矿学、数学、力学和计算机科学等多门学科相结合的交叉性学科。今天,对采矿过程进行模拟与仿真已经成为每一个采矿科研人员必须掌握的基本技术和手段。

但是,与其他工程相比,采矿工程有其自身的特点。众所周知,采矿工程系统是一个极其复杂的系统,其复杂性既体现在开采结构的复杂性,也体现在工程所处环境与条件的复杂性。采矿过程中通过爆破、机械等方式进行矿岩破碎,采用支架、充填、环境再造等方式实现地压控制,其实质是先破坏原岩的初始平衡,而后采用各种技术最终实现岩体的二次平衡。同时,岩体作为一种地质结构体,具有非均质、非连续、非线性以及复杂的加载或卸载条件和边界条件,其在各种动静载荷下的变形、屈服、破坏以及破坏后的力学效应等现象也与其他均质材料存在很大差别。这些特点决定了模拟与仿真过程中,在理论、方法和工具等各方面,采矿工程与其他学科很不相同,表现出极其复杂的特点。

本书注重理论和实践的结合,力求通过介绍和引入当前数学、力学和计算机科学的最新研究成果,并列举大量的工程实例,使读者能够迅速理解采矿过程仿真的原理、方法和步骤。书中列举的实例,均来源于作者近年来主持和参与的“十五”、“十一五”国家科技支撑计划、国家自然科学基金、省院省校合作等

国家科研项目，代表了目前采矿过程模拟与仿真的最新发展水平。作者希望通过这些实例，让读者能更好地理解采矿过程模拟与仿真的基本思想，运用相应的工具合理准确地分析解决采矿过程中实际工程问题，并了解采矿过程模拟与仿真的学科前沿、发展趋势和研究热点。

全书共分为 5 章，主要内容包括动态扰动与矿岩力学响应数值模拟，矿山物流系统模拟，数值虚拟矿山爆破，数字矿山技术，虚拟矿山工程及矿区地理信息系统等内容。由于各章内容相对独立，读者可以结合实际情况进行选择性地阅读。

本书由陈庆发、李书娜撰写第 1 章，周科平、潘东撰写第 2 章，雷涛撰写第 3 章，杨念哥、王丹撰写第 4 章，郭明明撰写第 5 章。全书最后由周科平教授修改、补充和定稿。

由于编者的水平有限，错漏、不足之处在所难免，恳请读者批评指正！本书在编写过程中参阅了大量的国内外资料，在此谨向有关文献的作者表示衷心的感谢！

编者
2012.7

第 1 章 动态扰动与矿岩力学响应	1
1.1 采矿过程中矿岩力学特征	2
1.1.1 岩石的力学特性	2
1.1.2 凿岩、爆破过程中围岩的力学特征	4
1.2 常用的数值模拟方法及软件	5
1.2.1 常用的数值模拟方法	5
1.2.2 常用的数值模拟软件	17
1.3 常用的物理模拟方法	20
1.4 有限元软件 MIDAS/GTS 采场结构参数优化模拟	21
1.4.1 工程概况	21
1.4.2 岩体力学参数的选取	23
1.4.3 模拟软件的选择	23
1.4.4 采场结构参数优化研究	24
1.4.5 结果分析	26
1.5 离散元软件 3DEC 空区稳定性模拟	39
1.5.1 离散元法基本原理	39
1.5.2 碎裂环境下空区稳定性离散元模型	41
1.5.3 计算结果	43
1.5.4 结论	51
1.6 有限差分软件 FLAC3D 采场回采过程数值模拟	51
1.6.1 采矿方法简介	51
1.6.2 采场结构参数	51
1.6.3 模拟的基本思路	53
1.6.4 模拟结果分析	54
1.7 相似模型试验实例	67
1.7.1 模型试验方案的准备	67

2 / 采矿过程模拟与仿真

1.7.2 采场模型试验方案	70
1.7.3 试验结果与分析	74
1.8 本章小结	78
参考文献	79
第2章 矿山物流系统模拟	82
2.1 物流系统仿真概论	82
2.1.1 物流系统仿真	83
2.1.2 离散事件系统模型	85
2.1.3 矿业仿真技术发展	86
2.2 理论模型建模方法	88
2.2.1 基本概念和术语	88
2.2.2 实体流图法	89
2.2.3 活动周期图法	91
2.2.4 Petri 网法	92
2.2.5 系统动力学法	93
2.3 仿真模型的设计与实现	97
2.3.1 离散事件仿真策略	98
2.3.2 仿真模型设计	102
2.3.3 仿真模型计算机实现	104
2.4 离散事件仿真软件	110
2.4.1 Flexsim 软件	110
2.4.2 Arena 软件	113
2.4.3 AutoMod 软件	114
2.4.4 Extend 软件	117
2.5 基于 Flexsim 矿山运输系统仿真	119
2.5.1 模块设计	119
2.5.2 总体结构设计	123
2.5.3 系统模拟分析	126
2.5.4 运输仿真系统优化	134
2.6 本章小结	138
参考文献	138

第3章 数值虚拟矿山爆破	139
3.1 岩体爆破基本原理及数值虚拟概况	139
3.1.1 岩体的动力学特征	139
3.1.2 爆破作用下岩石的破坏机理	142
3.1.3 岩石爆破的数值模拟发展简述	143
3.2 岩石爆破数值虚拟方法	144
3.2.1 动力有限元法	144
3.2.2 离散元法	146
3.2.3 复合分析方法	147
3.3 岩石爆破数值虚拟常用软件	150
3.3.1 非线性动力学软件 LS - DYNA	150
3.3.2 颗粒流软件 PFC	154
3.3.3 矿山爆破虚拟设计管理软件	157
3.4 单孔装药在岩体中爆破过程数值模拟	163
3.4.1 数值模型的构建	163
3.4.2 岩体模型及破坏准则	164
3.4.3 模拟结果分析	167
3.5 深孔爆破对充填体损伤效应数值模拟	168
3.5.1 岩体模型及破坏准则	169
3.5.2 炸药状态方程	170
3.5.3 数值分析模型构建	171
3.5.4 数值模拟结果分析	174
3.6 地下矿山深孔爆破虚拟设计	181
3.6.1 初始化参数	183
3.6.2 确定爆破对象	184
3.6.3 定义采场及进路名称	184
3.6.4 中深孔炮孔设计	185
3.6.5 中深孔炮孔设计图	187
3.7 本章小结	189
参考文献	189
第4章 数字矿山技术	191
4.1 数字矿山技术内涵	192
4.1.1 数字矿山的概念	192

4 / 采矿过程模拟与仿真

4.1.2 数字矿山体系结构模型	192
4.1.3 数字矿山建设的基本内容	193
4.2 地质体三维数字建模	194
4.2.1 数据采集	196
4.2.2 地质数据库	196
4.2.3 图形数据库	202
4.2.4 实体模型	203
4.2.5 块体模型	213
4.3 基于真三维数字环境下的采矿工程设计	217
4.3.1 露天采矿设计	217
4.3.2 地下采矿设计	219
4.4 生产计划编制	227
4.4.1 基础数据准备	228
4.4.2 生成任务	229
4.4.3 流程优化与确定任务作业顺序	230
4.4.4 生产计划报表与可视化表达	232
4.4.5 动态更新与调整	233
4.5 矿山综合通信系统	234
4.5.1 目前矿山应用的主要通信系统	234
4.5.2 综合通信系统的总体结构	236
4.6 生产过程智能化与自动化	239
4.6.1 井下调度	239
4.6.2 固定设备监控	241
4.6.3 移动设备和人员跟踪、定位与过程控制	242
4.6.4 竖井提升控制	243
4.6.5 安全监测与预警	245
4.6.6 视频监控	247
参考文献	247

第5章 虚拟矿山工程 249

5.1 虚拟现实技术概述	250
5.1.1 虚拟现实技术的概念	250
5.1.2 虚拟现实系统的组成	251
5.1.3 虚拟现实的技术基础	251
5.1.4 三维立体成像技术	253

5.2 矿业虚拟现实技术应用研究现状	256
5.2.1 国外矿业虚拟现实技术应用发展	256
5.2.2 国内矿业虚拟现实技术应用发展	257
5.3 虚拟矿山的内涵及体系构成	258
5.3.1 虚拟矿山的内涵	258
5.3.2 虚拟矿山建设的意义	258
5.3.3 虚拟矿山的体系结构	260
5.3.4 矿山虚拟现实系统的组成	261
5.3.5 构建虚拟矿山的关键技术	265
5.4 虚拟矿山场景建模技术	266
5.4.1 场景建模流程	266
5.4.2 建模软件简述	269
5.4.3 地表建模技术	274
5.4.4 矿体建模技术	275
5.4.5 地下采矿设计	277
5.4.6 矿山工业场地及设备建模技术	285
5.5 基于 InTouch 的虚拟采矿过程应用实例	287
5.5.1 项目概况	287
5.5.2 InTouch 软件简介	291
5.5.3 卡房多金属矿 VR 场景构建	293
5.5.4 卡房多金属矿开采过程 VR 仿真	296
5.6 基于 OSG 的虚拟采矿过程系统开发实例	298
5.6.1 三维图形应用程序接口介绍	298
5.6.2 系统设计	304
5.6.3 场景建模	307
5.6.4 场景可视化	307
5.6.5 场景漫游	309
5.6.6 场景交互控制	312
5.6.7 采矿过程虚拟仿真	315
5.7 本章小结	321
参考文献	322

第1章 动态扰动与矿岩力学响应

近年来,随着全球经济的迅猛发展,人类社会对资源的需求量急剧增加,这在客观上推动了采矿工业的发展;而计算机技术的迅猛发展和基础岩石力学研究的不断突破,又加速了这一进程。众所周知,采矿工程系统是一个极其复杂的系统,其复杂性既在于开采结构的复杂性,也在于工程所处的环境与条件的复杂性。采矿活动通常是采用爆破的方式对岩体进行切割、破碎,为避免围岩变形过大与坍塌,而对巷道围岩进行支护。在矿石回采结束后,采用充填的方式处理采空区来达到控制地压的目的。采矿过程的实质是先破坏原岩的初始平衡,而后采用各种技术最终实现岩体的二次平衡,由此可见采矿过程的复杂性。岩石作为一种地质结构体,具有非均质、非连续、非线性以及复杂的加载或卸载条件和边界条件,其在受力情况下的变形、屈服、破坏以及破坏后的力学效应等现象也极为复杂,这使得采用解析方法难以满足对复杂岩石力学问题的求解要求。随着力学、数学的蓬勃发展,特别是计算机的出现,数值分析方法便应运而生了。与解析法相比,它具有较为广泛的适用性,不仅能模拟岩体复杂的力学与结构特性,还能分析各种边值和施工过程,并对工程进行指导和预测。因此数值模拟方法是解决岩体工程问题的有效工具之一。

数值模拟方法主要用于研究岩土工程活动和自然环境变化过程中岩体及其加固结构的力学行为和工程活动对周围环境的影响。目前较为常用的数值方法有:有限元法、边界元法、有限差分法、加权余量法、离散元法、刚体元法、不连续变形分析法、流形方法等。其中前四种方法是基于连续介质力学的方法,后三种方法则是基于非连续介质力学的方法,而最后一种方法则具有前两大类方法的共性。诸如 RFPA, FLAC3D, ANSYS, 3DEC 等计算软件都是以这些数值方法为原理开发的数值模拟软件,其主要有以下一些基本特点:

- ①通过离散求解域,将复杂的宏观模型离散成可求解的若干简单模型。
- ②利用计算机计算速度快和精度高的特点,快速求解问题。对于工程设计而言,它还可以达到缩短工程设计与分析周期并降低设计成本的目的。
- ③计算参数便于调节,使用灵活,可考虑多种工况情况。
- ④可以进行全场应力、应变计算,计算结果可以重复。
- ⑤简化复杂的理论解析推导。

现有的解析方法难以对具有非均匀性、非连续性以及几何结构复杂性的岩体

工程进行准确的描述；现场观测对工程而言非常必要，但由于受到现场条件、人力、物力和财力的限制，很难充分利用；物理实验虽然直观，但却受实验设备、材料尺寸、实验周期以及经费的限制，也难以大规模开展；而数值方法则能很好地与上述几种方法相结合，发挥计算机的优势，得到许多常规实验中得不到的重要信息，同时还能以图形、报表和文字的形式反映出来，以满足理论分析、工程设计等需要。因此，具有广泛的发展前景。

这些数值方法在采矿过程力学模拟中的成功应用，如：①在给定的岩石力学参数条件下，可以准确地模拟复杂条件下采场的应力应变关系；②通过调整岩石力学参数，计算围岩的应力应变过程，可以给出岩体的应力应变关系曲线，大大方便了采矿设计者。在保证安全采矿的条件下，力学模拟方法的应用为更好地改进采矿方法、提高采矿效率提供了技术上的支持。

1.1 采矿过程中矿岩力学特征

1.1.1 岩石的力学特性

(1) 岩石的力学强度

岩石的力学强度是指岩石抵抗外力作用的一种特征。当外力增加时，岩石内的应力也相应增大，直至岩石破坏。此时岩石内的应力称为岩石的强度。

从岩石的受力状态来区分岩石的强度，可有以下几种类型。

1) 单向应力状态下的岩石强度。

仅在一个方向受力，而在其他方向不受力的作用的状态称为单向应力状态。

①单向抗压强度：岩石在一个方向受压而破坏时的应力称为岩石的单向抗压强度，一般以 kg/cm^2 表示。单向抗压强度被 100 除，就是所谓的普氏系数。单向抗压强度是最简单、最普遍应用的强度指标。

②单向抗拉强度：一般岩石是脆性材料，它与金属材料不同而与混凝土相似。普通岩石的单向抗压强度要比单向抗拉强度大几倍、十几倍，甚至几十倍。由于岩石的抗拉强度较小，一般为每平方厘米几千克到几十千克，因此在生产实践中，理应尽量避免使岩体中出现拉伸应力区。所以岩体受拉伸应力作用的区域内，往往易于发生冒顶和崩落事故。

③抗弯强度：岩石梁或板在受载弯曲时，其中性层的一侧受压缩力、而另一侧受拉伸力作用。岩石的抗拉强度较小，因而岩石总是由于受拉伸应力作用而破坏。这种拉伸作用与单向拉伸作用不完全相同，它是一种非均匀的、线性分布的单向拉伸作用。

2) 多向应力状态下的岩石强度。

①抗剪断强度：抗剪断强度是岩石在双向或三向应力状态作用下的破坏强度。由不同应力状态下岩石抗剪强度的试验结果，可以求出岩石或某一指定弱面的两个重要力学指标：

岩石的黏结力 c ，它表示统计的分子之间的凝聚力，以 kg/cm^2 或 t/m^2 表示。

岩石的内摩擦角 φ ，它表示岩石颗粒之间的摩擦特征，以度表示。

②抗塑性破坏强度：岩石在较大的三向应力作用下，一般都表现出比较明显的塑性特征，随着应力的增大，岩石会发生塑性破坏。

(2) 岩石的变形特征

岩石的变形特征是指岩石在外载荷作用下发生形状和体积变化的性能。岩石的变形性能不仅与外部载荷的大小和方向有关，而且与外部载荷的作用时间有关，即变形是应力及时间的函数。按变形的特点，可以把变形分成以下几种类型。

1) 弹性变形：对岩石来说，理想可逆弹性状态只是一种抽象的概念。岩石仅在不很大的应力范围之内才具备实用的弹性。一方面，岩石的弹性变形与线性定律有一定的偏离；另一方面，岩石的弹性也不是完全可逆的，多少总会有一些残余变形存在。

2) 塑性变形：塑性变形为不可逆变形。物体因受力而产生变形，当应力超过屈服极限并在材料尚未破坏时撤除外力，物体不能完全恢复原来的形状而使一部分变形保留下来，这部分残余变形(永久变形)即称为塑性变形。

3) 反复加载、卸载条件下岩石的变形特点：自然界中的岩石，在各个地质历史时代经受多次构造应力的作用，而遭到多次加载及卸载。

①加载到一定应力 σ_p 后卸载：随着应力增长，岩石应变沿应力—应变曲线上升到相当于 σ_p 的 p 点。若 σ_p 小于岩石的弹性极限，则卸载应力—应变曲线沿原曲线回到原点，这是理想弹性的情况。实际上，卸载曲线既不与加载曲线完全重合，卸载后变形也不恢复到原点，而是存在某一较小的残余变形。

如果加载应力 σ_p 超过了弹性极限，则由于岩石已开始进入塑性状态，卸载曲线就明显地偏离了加载曲线，而不回到原点。此时岩石变形可以分为可恢复的弹性变形 ε_e 和不可恢复的塑性变形 ε_p 两部分。

②多次反复加载卸载：岩石多次加载及卸载，可获得应力—应变曲线。下一次加载载荷比上一次逐渐增加条件下，每次加载曲线和卸载曲线都不重合，每次卸载后的残余变形逐渐增大。每次加载、卸载曲线之间有一环形面积，称为塑性滞环。塑性滞环的面积逐次增加，应力—应变曲线的斜率也逐次增加，即岩石在反复加载、卸载的作用下得到了强化。塑性滞环同样存在。但其面积逐次缩小，最后加载、卸载曲线趋于重合，弹性模量基本稳定。

4) 流变变形：各种岩石都或多或少具有流变性能。在外部载荷作用下，岩石

瞬时发生变形,如果不卸除载荷,岩石在恒载的长期作用下,变形将继续发展。这种随时间而发展的变形称为岩石的流变变形,也称延时变形。这类延时变形一般都逐步趋于稳定,但某些黏土类岩石、极为破碎的岩石和应力接近强度时的坚硬岩石,流变变形能持续发展,直到岩石破坏。

岩石流变变形量的大小与应力大小有关。施加外载越大,不仅瞬时变形越大,而且流变变形量也大。当应力增加到某一极限时,经过一段时间的流变变形后,岩石就破坏了。

岩石流变变形对于井巷及采场围岩的稳定性以及井巷支护外载和结构的设计,都具有十分重要的意义。实践证明,冒顶、片帮以及支护破坏,都是随时间而发生和发展的。这一方面是由于在井巷或采场附近开挖了新的井巷和采场,引起应力集中的叠加;另一方面是由于岩石变形是随时间而发展的。岩石在变形过程中,时间因素对工程实践来说起着决定性的作用。

(3) 岩石的摩擦性质

岩石或岩体的摩擦性是指受力后岩石的一部分沿某一个弱面滑动的特殊性质。因此,对于十分完整的岩石或岩体,摩擦性的意义不大。但对于现场大量存在的包含有弱面和裂隙的岩体,摩擦性对岩体的稳定性往往有决定性的影响。岩石的摩擦性由室内剪切试验或三轴试验测定,而岩体的摩擦性则通过在现场用较大试体做剪切试验、摩擦试验或在室内用剪刀箱做试验来求算。

1.1.2 凿岩、爆破过程中围岩的力学特征

岩体具有多种多样的复杂特性,即使是相同物质组成的岩体也存在很大差别,但无论是何种岩体,其内部总存在着无数肉眼可见或不可见的气孔。同时,客观存在的岩体性质都不是单一的,常常是弹性、塑性及黏性的复合体。为此,对岩体破碎机理的研究至今仍没有一个完整的答案。载荷对于岩体的破碎是必不可少的,众多载荷主要可概括为动载荷和静载荷两大类,并且同一种岩体在不同性质的载荷作用下所表现出的性质是不同的。

爆破过程产生爆炸冲击波,爆炸冲击波所产生的冲击载荷,这时岩体承受的外力属动载或超动载。这种冲击载荷由小到大,然后由高到低急剧变化,并由此引起岩体介质状态的局部改变而产生扰动。这种扰动由爆炸源沿岩体介质向远处不断传播就形成了爆炸应力波。这种冲击载荷不是一个常数,而是时间和空间的函数。岩体在这种急剧变化的载荷作用下,其质点便失去原来的平衡而发生变形和位移。爆炸应力波是机械波,它具有机械波的特性。当爆炸发生时,由爆炸引起的瞬时应力大约为数千兆帕。这样巨大的冲击力作用在药室周壁上,激起前沿很陡的脉冲应力波,通常冲击波可使距爆源3~7倍药包半径内的岩体压碎和破裂。冲击波不断向前传播而后衰减为压缩应力波。压缩应力波在传播中能量不

断衰减而转为地震波。

对岩体产生破坏作用的主要是冲击波和压缩波所在的两个区,这两个不同区的破岩机理不同。当岩体中发生爆炸时,在装药处形成空腔,当爆炸产物气体膨胀时,它的周围介质便产生破坏,形成粉碎区。在附近便产生高温高压作用,这种作用不仅使破坏体中矿物颗粒间的联结以及使矿物颗粒转变成粉尘状的粒子,同时介质固态组分的晶体结构发生相变。在粉碎区的周围是内密外疏的破碎区,破碎区外是弹塑性区。

在岩体中通常存在天然的裂隙体系和软弱结构面,这将严重影响爆炸的动力效果。试验表明,在离空腔很近的区域内形成径向裂隙,其发展由于天然裂隙的影响而受到抑制;在较远的位置不再形成径向裂隙,而是天然裂隙自身的活化、扩展,进而沿天然裂隙贯通而崩落。

当很高能量的物体冲击岩体介质时,在物体与岩体接触处形成弹坑,岩体的破坏自弹头开始依次是很细的粉碎带,较细的粉碎带,断裂破碎带,最后才是弹塑性介质带。

1.2 常用的数值模拟方法及软件

1.2.1 常用的数值模拟方法

工程中的计算对象往往十分复杂,这是由于研究对象的不均匀性、各向异性、不可压缩性等高度非线性,同时其中有很多问题“实践应用优于理论研究”,计算理论不成熟,内在机理不清楚。随着计算数学、工程数学和计算机技术的迅猛发展,数值方法被广泛地应用于工程实践并解决了很多的问题。目前常用的数值模拟计算方法有有限元法(FEM)、边界元法(BEM)、有限差分(FDM)、离散元法(DEM)、流形元法(MEM)等。除了上述方法外,还有各种耦合方法,如有限元与边界元的耦合、有限元与无限元的耦合、有限元与半解析法的耦合、有限元与加权残数法的耦合、有限元与神经网络的耦合等。岩土损伤问题的计算也是岩土工程计算分析新的发展方向,通过引入损伤力学的概念并应用数值分析方法可能有效地解决岩土力学与工程中的一些难题。有限元法作为一种有效的数值分析方法,产生于20世纪50年代,在70年代传入我国并得到迅速的发展。极限求和是一种非常古老的思想方法,它就是有限元法的思想基础,有限元法的基本假说就是由它派生而来的。有限单元法的基本思想是将一个由无限多点组成的连续介质构件,划分成由有限个单元仅在节点处相连的离散体,这些单元也仅在节点处传递力;单元的类型按问题的性质选取;单元内任意一点的力和变形关系也可以根据问题的性质进行规定和选取,一般选取在满足精度的情况下力求简单的函数关

系；在相邻单元的共同边界上应满足变形的连续性，即变形协调条件；在对各单元进行上述分析后，再将各单元组合成原来的构件进行总体分析。整个求解过程大致可分为：单元离散化、单元分析、整体分析、求解得到位移和力。

(1) 有限元法(FEM)

有限元法也叫有限单元法(finite element method, FEM)，是随着电子计算机的发展而迅速发展起来的一种弹性力学问题的数值求解方法。20 世纪 50 年代初，它首先被应用于连续体力学领域——飞机结构的静、动态特性分析中，用以求得结构的变形、应力、固有频率以及振型。由于这种方法的有效性，有限单元法的应用已从线性问题扩展到非线性问题，分析的对象从弹性材料扩展到塑性、黏弹性、黏塑性和复合材料，从连续体扩展到非连续体。

有限元法最初的思想是把一个大的结构划分为有限个称为单元的小区域。在每一个小区域里，假定结构的变形和应力都是简单的且小区域内的变形和应力都容易通过计算机求解出来，进而可以获得整个结构的变形和应力。

有限元法中的相邻小区域通过边界上的节点连接起来，可以用一个简单的插值函数描述每个小区域内的变形和应力。求解时只需要计算出节点处的应力或者变形，非节点处的应力或者变形是通过函数插值获得的。换句话说，有限元法并不求解区域内任意一点的变形或者应力。

大多数有限元程序都是以节点位移作为基本变量，求出节点位移后再计算单元内的应力，这种方法称为位移法。

有限元法本质上是一种微分方程的数值求解方法。认识到这一点以后，从 20 世纪 70 年代开始，有限元法的应用领域逐渐从固体力学领域扩展到其他需要求解微分方程的领域，如流体力学、传热学、电磁学、声学等。

有限元法在工程中最主要的应用形式是结构的优化，如结构形状的最优化，结构强度的分析，振动的分析等。有限元法在 50 余年的发展历史中，解决了大量的工程实际问题，创造了巨大的经济效益。有限元法的出现，使得传统的基于经验的结构设计趋于理性，设计出的产品越来越精细，尤为突出的一点是，产品设计过程中的样机试制次数大为减少，且产品的可靠性大为提高。压力容器的结构应力分析和形状优化，机床切削过程中的振动分析及减振，汽车试制过程中的碰撞模拟，发动机设计过程中的减振降噪分析，武器设计的爆轰过程的模拟、弹头形状的优化等，都是目前有限元法在工程中的典型应用。

有限元法离散方程的获得方法主要有直接刚度法、虚功原理推导、泛函变分原理推导和加权余量法推导，一般采用加权余量法推导。

有限元法的基本思想是将连续的结构离散成有限个单元，并在每一个单元中设定有限个节点，将连续体看作是在节点处相连接的一组单元的集合体；同时选定场函数的节点值作为基本未知量，并在每一个单元中假设一近似插值函数以表