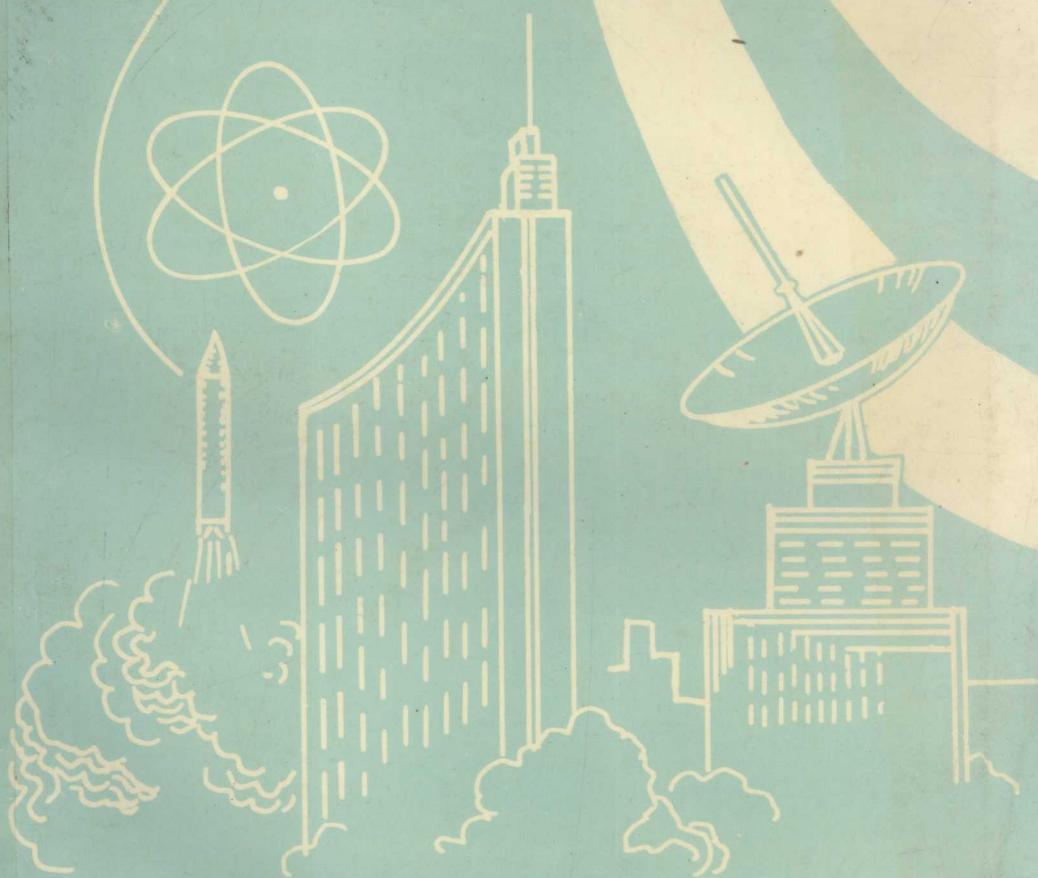


# 高等教育科研文萃

主 编：郑禹 张伦华



中国三峡出版社

# 高等教育科研文萃

(自然科学卷)

郑禹 张伦华 主编

中国三峡出版社

## 内 容 简 介

一个国家的繁荣强盛,经济振兴、社会进步、关键在于科技的发展,在于劳动者素质的提高和大批合格人才的培养。提高国民素质和培养人才,教育是基础。为了积累教育、教学经验、宣传从事教育管理和教学工作者的科研成果,我们编写了这部《高等教育科研文萃》

本书主要收集了国内高校数学、物理、化学、生物学及交叉学科的教学与科研的最新研究成果,提出了新颖独到的见解,对教育和科研的发展无疑将起到推动作用。

### 图书在版编目(GIP)数据

高等教育科研文萃/郑禹张伦华主编. —北京:中国三峡出版社,1996,6  
ISBN 7—80099—184—9

I. 高… II. 郑…张… III. 高等教育—研究—文集 IV. G64—53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 11171 号

书 名 高等教育科研文萃

著译者名 郑禹 张伦华

---

中国三峡出版社出版发行

(北京市海淀区蔡公庄一号)

安徽省阜阳市宏达印刷厂印刷

787×1092 毫米 16 开本 印张:14.5 字数:380 千字

1996 年 6 月第 1 版 第 1 次印刷

印数:1—5000 册

定价:38.00 元

---

ISBN 7—80099—184—9/G·58

## 编辑小组

主 编:

郑 禹      张伦华

副主编:

赵锡安      王桂亮      孟献磊

编 委:(以姓氏笔划为序)

王 辉	王 丽	田 真
刘树平	张云孝	张玉俊
李鹤年	罗智华	林晓新
金巨山	郭景光	高英敏
徐承水	常瑞玲	温欣荣
彭永芳	韩世忠	蔡邦宏

# 目 录

## 数学教学与研究

从周期分岔到混沌现象谈决定论和统计论的关系 .....	施晓红 郭玉中(1)
一个积分论 .....	韩世忠(4)
检查用 Z-80 指令系统编程逻辑错误的程序研究设计 .....	杨型武 李继凯(6)
域上对称矩阵保逆的加法映射 .....	曹重光(9)
全覆盖在实分析中的运用 .....	徐永春(11)
关于级数 $\sum_{n=1}^{\infty} [1 - \frac{\alpha}{\pi(n)}]^n$ 的敛散性 .....	刘修生(14)
费马整数 $F_n = 2^{2^n} + 1$ 是合数的充分条件 .....	李鹤年(16)
关于“加标”号图的几个问题 .....	卜长江(18)
微分几何教学中的若干主线 .....	蒋建初(21)
教学渗透 学好《数学分析》 .....	乔玉英 朱绵庆(24)
微分中值定理证明新法 .....	张云孝(26)
亲和数的若干性质及其对猜想的证明 .....	陈楚云(28)
重集的排列与组合 .....	高英敏(30)
一类 lagrange “1/2” 平均算子的导数逼近 .....	徐学军(32)
在 n 阶仿射平面中构造的 VII 型 BIB 设计 .....	孙志云(34)
用统一法解同余方程 $X^2 \equiv a \pmod{m}$ .....	李鹤年(36)
FuzzyR-模的直积 .....	张玉俊(39)
一般 Gauss-Markov 模型下参数估计的稳健性 .....	丁永臻 黄志敏(42)
徐有壬椭圆球面积造术之探讨 .....	王海林(43)
利用比值审敛法判断任意项级数的发散性 .....	常瑞玲(46)
若干复矩阵迹的不等式 .....	彭 智(47)
两个矢量的积与几何应用 .....	李昌云(50)
关于 Fibonacci 数的一个性质 .....	庞云忠(52)
第一数 stirling 数的一些有趣的性质 .....	杨宪立(54)
两类数列型线性递归方程的解法 .....	李柳辰 韩普宪(56)
A NEW METHOD TO COMBAT MULTICOLLINEARITY .....	邓秀勤(60)
LUCAS NUMBERS OF THE FORM $X^2 - 1$ .....	罗 明(63)
最高公因数倍数和表示通式的结构 .....	罗智华(65)
浅析数学后进生的转化机制 .....	洪宪涛 张文卫(68)
矩阵的惯性 .....	王 丽(70)
点到直线的距离公式的证明 .....	马魁香(73)
关于 W. J. Leveque 的一个定理的推广 .....	杨必成(75)
应用 Frobenius 标准型计算基解矩阵 .....	张云孝(77)

谈高等代数中的分类与讨论	王 峰(79)
矩阵形式的冲突分析法及其稳定性分析	陈静安 戴明强(81)
模 $N$ 原根的分布性质	王 辉 高 丽 胡志兴(83)
非线性接触率和时滞对 SIRS 传染病模型的影响	胡兴志 马知恩 王 辉 高 丽(86)
收敛积分 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 中 $f(x) \rightarrow o(x \rightarrow \infty)$ 的条件	郭祖胜(88)
求一般线性方程组通解的两种简便方法	袁辉坪(90)
几个二阶变系数非线性常微分方程的可积 类型及其通解公式	祝浩锋(93)
关于极限定义的教学	顾庆荷 张丽敏(96)
和新教师谈板书	余子成(97)

## 物理教学与研究

机械设计的教学实践与思考	邢青松(99)
关于理论力学教学问题的探讨	谢宝田 周友明(101)
关于风机水泵节能技术的研究	魏凤成 任保友(103)
宇宙奇点及其哲学困惑	张 欣(105)
电路分析中运放处理方法讨论	刘树平(107)
圆柱齿轮传动的图表处理与计算机辅助设计	林晓新(110)
浅谈狭义相对论的哲学意义	胡 波(114)
雷暴对棉花生产影响的探讨	孟现磊(115)
浅谈原子偶极跃迁选择定则	吉昌雄(117)
电位函数的重要作用	王振锦(119)
根据定义计算线性元件的参数	王振锦(120)
浅谈理论力学中的摩擦教学	孙克恕(121)
影响日光灯管寿命因素的研究	王玉琢(123)
利用“等光程”求薄膜干涉光程 差和棱镜色分辨本领	吴也文 肖忠模(125)
测定水汽化热实验装置的改进	粟新华(126)
网孔电流法	王风池(128)
受控源耦合电感在网孔分析中的处理方法	刘树平(130)
两种光波在任一观察平面上的波场分布	邱森友(133)
利用国家标准进行排气筒几何高度设计的研究	周国强(136)
高斯面上的 $\mathbf{E}$ 和高斯面内的 $\mathbf{q}$	孟振庭(137)
师专物理实验教学改革探讨	任尚坤 赵 山(139)

光子概念 .....	欧阳玉梅(140)
谈碰撞问题的复习教学 .....	庞海艇(143)
运用力学理论指导踢足球 .....	吴寿煜(144)
集中供热微机辅助管理系统 .....	金巨山 邵风云(146)

## 生化教学与研究

诱导效应在有机化学中的应用 .....	温欣荣(148)
浅谈应用性化学人才的培养 .....	方百盈 孟菁(151)
试论生物教学中实施审美教育的途径 .....	张祥沛 徐承水(153)
哺乳动物脑组织提取物对皮肤的生物效应研究 .....	徐承水 张向峰(155)
试论师专化学系开设化学史的必要性 .....	吕少仿(156)
处理化学问题的一种方法 .....	王璟琳(159)
微波加热从槐花米中提取芦丁 .....	彭永芳 萨燕平 杨昌红(162)
钙对渗透胁迫下小麦幼苗细胞透性的影响 .....	孙存华 孙颖(164)
合成色素在高分子多孔小球 GDX-203 上的吸附 .....	胡中华 杨景民 吴效普(166)
反胶束萃取技术及其应用 .....	张亦飞(168)
岩白菜素提取工艺的改进 .....	彭永芳 熊杰 杨昌红(170)
化学反应等压方程的应用及微小液滴的蒸发热 .....	蔡邦宏(172)
无机化学中的含氧酸聚合现象 .....	唐文华 柴东芳(173)
弱酸弱碱盐溶液酸度计算近似条件的讨论 .....	孙庆开 李炳焕(176)
用分光光度法或碘离子选择电极测 $I_3 \rightleftharpoons I + I_2$ 的平衡常数 .....	葛一中(178)
杂多化合物的固相合成及应用评价 .....	覃长森 杨水金(180)
镶炭泡塑对 Cr(VI) 吸附性能的研究 .....	任莉娜 蔡明招 黄建东(182)
用 $CrCl_3 \cdot Py_3$ 为原料制备 2.2-联吡啶类型铬(III)的化合物及光谱分析 .....	杨景民 胡中华 吴效普(186)
排除金属中毒的螯合疗法 .....	梁兰(187)
氨氧化制硝酸演示实验的改进 .....	赵锡安(188)
《无机化学实验》中的一个问题 .....	韩德艳(189)
9-取代苯基荧光酮类试剂在光度分析中的应用 .....	黄应平 顾彦(190)
化学方程式的分类与讨论 .....	吕群(192)
类比在生物学教学中的作用 .....	刘持端(196)
大老岭植物群落的垂直分布 .....	陈芳清 卢斌(198)
试谈质量守恒定律演示实验 .....	胡小铭 吕群(200)



物质反应性与活性中间体 .....	郭景光(201)
钍(IV)—EDTA—氨基酸体系 .....	
混合配合物的研究 .....	王建国(204)
酸碱滴定与络合滴定判据式的统一 .....	鲍升斌(207)
关于镁粉与溴、碘反应中水的催化问题的探讨 .....	何海成(208)
烯胺及其烷基化反应 .....	张秀廉(210)
含氧酸标准电极电势的计算 .....	赵世龙(212)
大一化学平衡常数教学之我见 .....	王高祥(215)
卟啉化学展望 .....	徐春放(217)
轴对称非均匀磁场磁化水防垢除垢基本原理 .....	田真 岳小平(219)
氧化—还原反应方程式配平的最优方法 .....	焦远锡 蔡宗福(221)
浅谈实验教学计划管理 .....	何源 陶尚韵(223)
改革大型仪器管理方法 促进科研工作地开展 .....	刘正铭(224)



# 数学教学与研究

## 从周期分岔到混沌现象谈决定论和统计论的关系

云南省昆明大学 施晓红 昆明理工大学 郭玉中

**摘要:**混沌现象的研究是七十年代以来引起普遍关注的前沿课题。此现象涉及数学、物理学、化学反应动力学、气象学、流体力学、医学、生物种群学等众多领域。混沌研究所获得的丰富内容揭示了自然辩证法在混沌运动上的惊人的正确性。本文通过具体例子说明自然科学中争论已久的机械决定论和统计论的辩证关系。

**关键词:**混沌、决定论、统计论、生物种群学。

### 一、混沌现象

混沌现象的研究自七十年代以来引起科学界异常广泛的兴趣。其研究范围涉及数学、力学、化学反应动力学、人口学、生物种群学、流行病学、气象学、社会学等众多领域。混沌运动起源于客体对象动力学方程解的稳定性,即对客体运动的初始条件强烈敏感性,从而导致决定论方程解的统计解释。现在科学家已经明白,决定论解是动力学方程的线性特征,而混沌运动则是动力学方程更为普遍的非线性特征<sup>[1]</sup>。线性化的方程可认为是局部小范围内非线性的近似描述,因此混沌运动是自然界的普遍现象,今天混沌理论是非线性科学研究的一个重要方面。本文就混沌现象的理解谈谈自然科学中长期困扰人们的机械决定论与统计论的关系。

人类对自然的定量描述,即是将对对象属性数学化,一直采用截然相反的两种方式,其一是决定性描述,在给定时刻对象的状态用 $\varphi(t)$ 表示,则 $\varphi(t)$ 的解释是能预言将来会出现的必然结果。通常 $\varphi(t)$ 满足某个特定的微分方程,给定某时刻 $t_0$ 。客体初始状态 $\varphi(t_0)$ 则由运动方程可唯一地确定体系的解 $\varphi(t)$ 。对 $t > t_0$ 的将来会发生的事情,从 $\varphi(t)$ 能给出确定的预言。这就是决定论描述。另一种相反的描述方式称为统计描述或称偶然描述。即对象状态的出现是随机的,预先无法知道会出现那一个结果,而只能预言某一结果出现的概率。决定论描述通常出现在物理、数学等精细科学中,尤其是牛顿力学体系以及被数学家公理化后的分析力学体系,其坚实的决定论解释对后世的自然科学及哲学产生了重大的影响。而统计解释则通常为经济学、社会学、统计学等大量的人文科学,以及大量尚处在定性描述的唯一象学科所广泛采用。而每门学科由定性到定量的发展通常又以决定论描述逐渐取代统计描述作为方向的。因此,在自然科学里,决定论逐渐获得绝对地位。在自然科学家眼里,外部世界的运动发展和演化本质上是决定论运动,知道今天的一切情况,一千万年后的今天的一切同样能清楚准确地预言,比如那时将处于什么社会形态,某人将正在想什么或干什么。采用统计描述纯粹是因为对客体的运动方程及初始条件尚无足够的知识,因而只能作粗略的统计计划。然而世界原本是在确定的时间链条上移动,这就是著名的机械决定论。

我们所处的世界是否真象机械决定论刻划的那样简单呢?回答是否定的!本世纪初在物理学上爆发的科学革命——量子理论出现的统计描述动摇了决定的基石——牛顿力学体系。这正是世人所知的事实,在此就不赘述,本文关心的是另一个更广泛更深刻的科学反例——混沌运动理论。混沌现象的大量研究表明:客体的运动方程是决定论的,然而其解的解释却是统计性的。自然界大量系统的确受一个决定论意义下的动力学方程支配,但其解异常不稳定,对系统的初始条件 $\varphi(t_0)$ 非常敏感,这意味着系统对环境微小的扰动下其行为将变得面目全非,在数学上讲,系统初始状态无论相差多少,在决定论意义下,所确定的运动解在以后任何时刻也相差很小,即环境的微小扰动不影响体系在固定时间链条上的移动。然而这只是机械决定论依据少数决

定论系统得出的一孔之见。的确存在大量的非决定论系统,它们并非在某个固定的时间链上平动,在外界无数随机的微小的扰动下,在相空间无规则地运动,而它们的动力学行为则只能由统计规律来描述。正因为此类系统的行为对外界的扰动异常敏感,即动之一毫则相差万里,有人形象地比喻混沌现象:若中国东北长白山丛林中的蝴蝶扇动一下翅膀扰动大气流,可能三天后在四川盆地发生一场特大洪灾。故此,混沌现象也称“蝴蝶效应”<sup>[1]</sup>。混沌现象的重大意义在于,它把被机械唯物论推向形而上学极端的决定论重新放回科学合理的位置。混沌现象的出现并没有否定决定论,因为它至今仍然在相当多的自然系统中起基本作用,代表着科学描写自然界的一种重要方法。只是将其从形而上学的供台上拯救出来,恢复它的生机和力量。因此可以说,机械决定论已被混沌现象敲响了丧钟,但决定论却因此健康成长。

## 二、机械决定论的最后丧钟

法国大数学家拉普拉斯(P·S·Laplace)曾经说过:只要给我宇宙中所有质量的初始条件,我将能预言未来的一切。玻尔兹曼(L·Boltzmann)奠定了气体动力学基础,提出了著名的H定理却因此陷入了机械决定论和统计描述的泥潭中不能自拔。玻恩(M·Bohn)在玻尔(N·Bohr)半量子决定论轨道概念上发展了量子理论的统计解释,使物理学在单体问题上第一次突破了机械决定论框架,然而以发展狭义相对论和广义相对论而震惊世界的科学巨人爱因斯坦却至死不接受量子论的统计解释,他坚信世界是在因果性驱动下,在稳定的时间链条上平动。由此他学派的玻姆(D·Bohm)用了毕生的精力去研究量子论统计行为更深层次的决定论基础——隐参数理论<sup>[2]</sup>,企图将微观粒子统计行为奠定在决定论基石上。当然他没有取得成功,自然界并不是某人想出来的,它有其自身内在的性质——统计性。然而另一种形式的机械决定论观点却悄悄地在物理学中出现并得到了普遍的承认,这就是统计性是大自由度系统的特征。因为从气体分子运动论看,分子的运动严格服从牛顿力学,然而Imol的分子的热力学宏观系统却表现出统计行为,因此很多人相信量子场同样是一个无穷的自由度系统<sup>[3]</sup>,其每个自由度仍然满足决定论方程,只是自由度的大量堆积,决定论行为转变为统计行为。这种观点再一次企图否定统计性。量子场是否就是无穷自由度系统有待于科学的进一步发展来证实,但小自由度系统是决定论系统,多自由度系统则是统计性系统,这种说法却很有问题。

混沌运动的发现,对机械决定论是致命的一击。生物种群学中的逻辑斯特模型<sup>[4]</sup>,天体物理的三体运动,地球磁极随年代变化,Benard 热对流,流体力学中的 Lorenz 模型<sup>[5]</sup>,化学反应动力学中的 Belousov-Zhabotiski 反应等均是小自由度系统。小自由度系统一直认为是决定论统治的领域,然而混沌运动的研究表明:无论小自由度还是大自由度,均可表现出统计性。因此统计性是普遍存在的客体属性。以统计性为死敌的机械决定论在二十世纪末被彻底埋葬了。

事实上,机械决定论的武断和机械在自然辩证法里是不言而喻的。决定论和统计论表现了客体对象必然性和偶然性,它们构成了对象运动规律的两种表象。不同点在于前者通过平滑的时间链条表现出来,而后者则通过大量离散、起伏的随机事件表现出来。无统计性也就没有决定性,尤其值得注意的是,正是从离散、有随机误差的实验测量的统计曲线中提炼出决定论规律。另一方面,看来杂乱无章的随机事件却包含着确定的统计规律。决定论和统计性各自的内部均包含对方的颗粒,故它们在一定条件下可以相互转化。

## 三、通向混沌的道路

正如上文所述,决定论运动和统计性的混沌运动均是普通存在的,不能因发现混沌运动而否认决定论运动的存在。的确没有人会怀疑明天太阳将从东方升起。而决定论运动与混沌运动之间并没有不可逾越的鸿沟,它们可以相互转化。研究表明,具有决定意义的周期轨道和混沌统计性之间不仅可以相互转变,而且在转化过程严格遵守质量互变规律。这一点几乎每个混沌运动系统是普遍满足的。下面举生物种群学中著名的逻辑斯特模型来加以说明。

### 1. Rogistic 模型<sup>[4]</sup>

一生物群体每一代均有一个确定的个体数目,若第  $n$  代为  $x_n$ ,  $(n+1)$  代则为  $x_{n+1}$ , 由此将形成此种群的世代序列  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ 。第  $(n+1)$  代数  $x_{n+1}$  与第  $n$  代个体数  $x_n$  成正比,即  $x_n$  对  $x_{n+1}$  有  $ax_n$  贡献,若再假定每个体只繁殖一个后代,则  $a=1$ 。另一方面,每个体的食物来源却因其它个体的存在而减少,故降低了存活率。这意味着生存竞争使  $x_{n+1}$  减少一项  $\mu x_n^2$ 。 $\mu$  为实参数表示该种群的生存竞争强烈程度。于是得

$$x_{n+1} = x_n - \mu x_n^2$$

这就是著名的 Rogistic 模型。在人口学中仍然是经典模型。

## 2. 周期轨道

在上述运动方程  $x_{n+1} = x_n - \mu x_n^2$  中, 由于存在生存竞争, 种群个体数目不会无限增殖, 而是在某代后趋于一个稳定值  $x^*$ 。或多个稳定值  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*$ 。若有多个稳定值, 意味着第  $n$  代到达  $x_1^*$  后,  $(n+1)$  代为  $x_2^*, \dots, (n+m)$  代为  $x_m^*$ 。第  $(n+m+1)$  又回到  $x_1^*$ , 以后依次周期循环, 每  $m$  代循环一周。前者称为单周期轨道, 后者则称为  $m$  一周周期轨道, 无论种群最初一低  $x_1$  为多少数目, 经若干代繁衍后, 终将达到稳定值。也就是说这是决定论意义的运动。

## 3. 倍周期分岔

研究表明稳定轨道  $x^*$  数值及周期数随生存竞争参量  $\mu$  增加而变化, 当生存竞争很小时, 只有一稳定轨道, 但若  $\mu$  增大到  $\mu_1$  单周期轨道分岔  $2^1$  轨道, 类似地  $\mu \rightarrow \mu_n$  时出现  $2^n$  周期轨道。  $\mu \rightarrow \mu_\infty$  时倍周期分岔结束, 系统进入混沌运动区。更有趣的是, 在倍周期分岔序列中, 临界点  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n, \dots$  表现出相当严格的规律, 即 Feigenbaum 普适枚度律<sup>[5]</sup>。即任意两相邻点间距  $(\mu_{n+1} - \mu_n)$  以  $1/4.6692016$  的普适比例缩小。这说明生存竞争强度  $\mu$  的量变引起周期分岔质的飞跃, 而关节点的变化又满足严格的枚度律。

## 4. 混沌区

当生存竞争达到某一程度时, 种群进入混沌状态, 此时种群永远不会达到稳定值,  $x_n$  在随机变化, 而且  $x_n$  对最初一代个体数  $x_1$  异常敏感, 最初代有微小差别的两群种若干代后将变得截然不同, 即使内部的生存竞争相同也照样如此。这意味着任何小的环境影响, 种群数目相差很大。即是说种群处于完全紊乱状态, 根本无法控制。然而种群个体数目却表现出统计性:  $x_n$  出现在  $x$  处的几率满足确定的概率分布  $p(x)$ 。

## 5. 周期窗口

当生存竞争继续增强到某一  $\mu_1$  时, 种群的紊乱状态停止而进入另一个周期轨道序列区。如  $3^n$  序列。其情形与  $2^n$  倍周期分岔序列完全相似, 同样表现出临界点的普适枚度律, 只是普常量变成一个新值。当周期序列结束, 又进入混沌区, 混沌区结束后又进入周期轨道序列……这种交替无穷进行下去。

以上周期分岔到混沌的现象决不限于生物学。实际上, 无论多么不同的现象和领域, 均表现出上述相似的规律。

生物种群学的 Rogistic 模型展现出的现象和规律揭示了自然辩证法的决定论和统计论的关系及相互转化过程中质量互变规律惊人的正确性。毋庸置疑, 自然辩证法是普遍适用的、严格的自然法则。

混沌现象的研究目前处于非常活跃、进展异常迅速的状态。这里只例举了无数混沌运动的一例来谈决定论和统计性的辩证关系, 以及两者相互转化规律。事实上, 混沌现象包含着相当丰富的内容。大概没有多少人在混沌现象研究中不感到自然辩证法的深邃, 普适, 严密和精确。

## 参考文献

- [1] 卢佩 孙建华 混沌学传奇 上海翻译出版社, 1991
- [2] Bohm. D. Quantum Theory. 1954
- [3] 李正道. 场论与子物理引论 科学出版社, 1982
- [4] May R. M Nature 261(1976)459, collet P, Eckmannj -P. Iterated maps on the interval as dynamical system.
- [5] Lorenz E. N. , J. Atomssci, 20(1963)130
- [6] Feigenbaum. M. J. , J. stat. Phys. 19(1978)25; ibid. 21(1979), 669.

# 一个积分论

河南开封教育学院 韩世忠

摘要:本文利用降低和升高 Legendre 多项式的阶数,并且降低  $X^k$  的次数来讨论一个积分的计算问题,获得了这个积分的两个计算公式。最后,本文利用所建立的积分公式与[1]文的代数和进行了比较。

关键词:积分;积分公式;Legendre 多项式。

我们在实际应用中,曾经遇到过这样的积分  $\int_{-1}^{+1} X_\nu(x) x^k dx (\nu=0, 1, 2, \dots, k \geq \nu)$ ,

这里  $X_\nu(x)$  表示第  $\nu$  阶勒让特(Legendre)多项式,即  $X_\nu(x) = \frac{1}{2^\nu \nu!} \frac{d^\nu}{dx^\nu} (x^2-1)^\nu (\nu=0, 1, 2, \dots)$ 。

关于这个积分,[1]文用一个代数和形式来表示,要计算这个代数和必须在预先编制好的系数数值表中查得所需要的系数,然后才能进行计算,不过,用这种方法计算容易产生一些误差,这就给实际应用带来了一定的影响。因此,我就考虑上面的积分是否可以用一个公式来计算呢?经过研究这是完全可以的。本文利用降低和升高勒让特多项式的阶数,并且降低  $X^k$  的次数,以及应用勒让特多项式性质的方法来建立上面积分的计算公式。

对于这样的积分,我们在这里假定:(1) $k \geq \nu$ ;(2) $k+\nu$  不能是奇数,因为如果不是这样,我们所讨论的积分都能变为零。

为了计算这个积分,我们利用勒让特多项式的一个关系式

$$X'_{\nu+1}(x) - X'_{\nu-1}(x) = (2\nu+1) X_\nu(x) (\nu \geq 1).$$

把这个公式代入上面的积分,并令

$$\begin{aligned} J_{\nu,k} &= \int_{-1}^{+1} X_\nu(x) x^k dx = \frac{1}{2\nu+1} \int_{-1}^{+1} [X'_{\nu+1}(x) - X'_{\nu-1}(x)] x^k dx \\ &= \frac{1}{2\nu+1} [X_{\nu+1}(x) - X_{\nu-1}(x)] x^k \Big|_{-1}^{+1} - \frac{k}{2\nu+1} \int_{-1}^{+1} [X_{\nu+1}(x) - X_{\nu-1}(x)] x^{k-1} dx. \end{aligned}$$

$$\text{因为 } X_\nu(1) = 1, X_\nu(-1) = (-1)^\nu, \text{ 所以 } \frac{1}{2\nu+1} [X_{\nu+1}(x) - X_{\nu-1}(x)] x^k \Big|_{-1}^{+1} = 0.$$

$$\text{因此,我们得到递推公式 } J_{\nu,k} = \frac{k}{2\nu+1} J_{\nu-1,k-1} - \frac{k}{2\nu+1} J_{\nu+1,k-1}.$$

现在,我们把所得到的公式逐步地代入下去,可得一连串公式。

第二次代入是

$$J_{\nu,k} = C_2^0 \frac{k(k-1)}{(2\nu+1)(2\nu-1)} J_{\nu-2,k-2} - C_2^1 \frac{k(k-1)(2\nu+1)}{(2\nu+3)(2\nu+1)(2\nu-1)} J_{\nu,k-2} + C_2^2 \frac{k(k-1)}{(2\nu+3)(2\nu+1)} J_{\nu+2,k-2}.$$

第三次代入是

$$\begin{aligned} J_{\nu,k} &= C_3^0 \frac{k(k-1)(k-2)}{(2\nu+1)(2\nu-1)(2\nu-3)} J_{\nu-3,k-3} - C_3^1 \frac{k(k-1)(k-2)[2(\nu-1)+1]}{(2\nu+3)(2\nu+1)(2\nu-1)(2\nu-3)} J_{\nu-1,k-3} \\ &+ C_3^2 \frac{k(k-1)(k-2)[2(\nu+1)+1]}{(2\nu+5)(2\nu+3)(2\nu+1)(2\nu-1)} J_{\nu+1,k-3} - C_3^3 \frac{k(k-1)(k-2)}{(2\nu+5)(2\nu+3)(2\nu+1)} J_{\nu+3,k-3}. \end{aligned}$$

第  $\nu$  次代入,则得

$$\begin{aligned} J_{\nu,k} &= C_\nu^0 \frac{k(k-1)\dots(k-\nu+1)}{(2\nu+1)(2\nu-1)\dots 7 \cdot 5 \cdot 3} J_{0,k-\nu} - C_\nu^1 \frac{k(k-1)\dots(k-\nu+1)(2 \cdot 2+1)}{(2\nu+3)(2\nu+1)\dots 7 \cdot 5 \cdot 3} J_{2,k-\nu} + C_\nu^2 \\ &\frac{k(k-1)\dots(k-\nu+1)(2 \cdot 4+1)}{(2\nu+5)(2\nu+3)\dots 9 \cdot 7 \cdot 5} J_{4,k-\nu} - C_\nu^3 \frac{k(k-1)\dots(k-\nu+1)(2 \cdot 6+1)}{(2\nu+7)(2\nu+5)\dots 11 \cdot 9 \cdot 7} J_{6,k-\nu} + \dots + (-1)^{\nu-1} C_\nu^{\nu-1} \\ &\frac{k(k-1)\dots(k-\nu+1)[2 \cdot 2(\nu-1)+1]}{[2\nu+2(\nu-1)+1]\dots(2\nu+1)[2(\nu-1)+1]} J_{2(\nu-1),k-\nu} + (-1)^\nu C_\nu^\nu \frac{k(k-1)\dots(k-\nu+1)}{[2\nu+2(\nu-1)+1]\dots(2\nu+1)} J_{2\nu,k-\nu}. \end{aligned}$$

或者,以更简单的形式,同时也就完成了下面定理1的证明。

**定理1** 如果积分  $J_{v,k}$  中的  $k > v$ , 并且  $k+v$  不为奇数时, 则

$$\begin{aligned}
 J_{v,k} = & \frac{k!}{(k-v)!} \left\{ c^v \frac{1}{(2v+1)!!} J_{v,k-v} - C_1^v \frac{1!!(2 \cdot 2+1)}{(2v+3)!!} J_{2,k-v} \right. \\
 & + C_2^v \frac{3!!(2 \cdot 4+1)}{(2v+5)!!} J_{4,k-v} - C_3^v \frac{5!!(2 \cdot 6+1)}{(2v+7)!!} J_{6,k-v} \\
 & + \cdots + (-1)^{v-1} C_{v-1}^v \frac{(2v-3)!! [2 \cdot 2(v-1)+1]}{[2v+2v(v-1)+1]!!} J_{2(v-1),k-v} \\
 & \left. + (-1)^v C_v^v \frac{(2v-1)!!}{[2v+2(v-1)+1]!!} J_{2v,k-v} \right\} \quad (1)
 \end{aligned}$$

这里  $(2v+1)!! = (2v+1)(2v-1)\cdots 5 \cdot 3 \cdot 1$ 。

特别指出, 在公式(1)中, 当  $k=v$  时, 则有  $J_{k,k} = \frac{k!}{(2k+1)!!} J_{0,0}$ 。

因为除了第一项中的积分  $J_{0,0} = 2 \neq 0$  外, 其余各项中的积分都等于0, 即

$$\int_{-1}^{+1} x_j(x) dx = 0, \text{ 其中 } j \text{ 为任何自然数, 因此, 我们就证明了}$$

**定理2** 积分  $J_{k,k}$  可用下面的公式表示:

$$J_{k,k} = \int_{-1}^{+1} X_k(x) x^k dx = \frac{2 \cdot k!}{(2k+1)!!} \quad (2)$$

关于积分  $J_{v,k}$ , [1]文是用代数和的方法进行计算的, 也就是说, 在数值表中查得系数  $a_i, V$  的数值, 代入公式才能计算。不过, 用这种方法来计算这样的积分是相当复杂的, 出现的误差有时是很大的, 同时也很容易出错, 而用公式(1)和(2)来计算就比较简便, 计算程序也没有那么复杂, 下举一例, 分别用两种方法计算, 从而进行比较。

**例** 计算积分  $J_{4,6} = \int_{-1}^{+1} X_4(x) x^6 dx$  之值。

**解法(一)** 利用公式(1), 得  $J_{4,6} = \frac{6!}{2!} \left( c^4 \frac{1}{9!} J_{0,2} - C_1^4 \frac{5}{11!} J_{2,2} \right)$ 。 其中  $J_{0,2} = \int_{-1}^{+1} x^2 dx = \frac{2}{3}$

由公式(2), 可计算积分  $J_{2,2}$  之值, 即  $J_{2,2} = \int_{-1}^{+1} X_2(x) x^2 dx = \frac{2 \cdot 2!}{5!} = \frac{4}{15}$

因此,  $J_{4,6} = \frac{6!}{2!} \left( \frac{1}{9!} \cdot \frac{2}{3} - \frac{20}{11!} \cdot \frac{4}{15} \right) = \frac{16}{231} = 0.06926$ 。

**解法(二)** [1]文是利用下面一个公式来计算这个积分的, 即①  $\int_{-1}^{+1} X_4(x) x^6 dx = \frac{2}{5^6} \sum_{i=1}^5 a_{i,4} i^6$ 。

首先, 在数值表中, 分别查得系数  $a_{1,4}, a_{2,4}, a_{3,4}, a_{4,4}, a_{5,4}$  的值, 在这里把所查得的这些系数的值转抄如下:

$$a_{1,4} = 10.06285, a_{2,4} = -5.69441, a_{3,4} = 1.99174, a_{4,4} = -0.45737, a_{5,4} = 0.08428.$$

将这些值代入上面公式, 得

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^5 a_{i,4} i^6 &= 10.06285 - 5.69441 \cdot 2^6 + 1.99174 \cdot 3^6 - 0.45737 \cdot 4^6 + 0.08428 \cdot 5^6 \\
 &= 10.06285 - 364.44124 + 1451.97845 - 1873.38752 + 1316.8975 = 541.08755.
 \end{aligned}$$

因此,  $J_{4,6} = \int_{-1}^{+1} X_4(x) x^6 dx = \frac{2}{15625} \cdot 541.08755 = 0.06926$ 。

在这个例的第二种解法中, 所用到的公式是将积分区间  $[-1, +1]$  分成十个相等的部分, 计算量就这么大。如果将这种区间分成二十个, 三十个, 四十个等相等的部分, 计算量就不可想象, 更是惊人, 可以说无法进行正常的计算, 除非应用特殊的计算工具, 如果将积分区间分成十个, 二十个, 三十个, 四十个等相等的部分,

① 关于这个公式以及系数  $a_{i,4} (i=1, 2, 3, 4, 5)$  之值, 可参看 E. 米凯拉德捷的《数学分析的数值方法》, P. 623。

# 检查用 Z-80 指令系统编程逻辑错误的

## 程序研究设计

河南教育学院 杨型武 河南地震局 李继凯

TP-801 单板微型计算机作为一种小型智能部件,应用于生产过程控制、仪器仪表控制以及数据处理的各种装置中。TP801-Z80 提供了实用的、简易的开发功能,用户能方便地使用其开发手段以开发应用系统(包括开发应用程序)。当欲将程序加载到 TP801-Z80 单板机中去时,是程序脱机汇编成目的代码之后,以键盘操作逐字节输入的方式来实现的。汇编输入过程中,当程序较长时,出错是难以避免的。本文旨在探讨对存入单板机内存中代码错误进行检错的程序设计问题。并循此思路编写出检错程序。经过反复试验运行,效果良好,达到研究设计的予期目的。

### 一、问题的提出:

从键盘输入一个新编程序[键入程序],检查工作是必不可少的。对于新设计的程序键入后,有可能出现以下几个方面的问题:

- 1、由于笔下之误,手工汇编时写错了指令的某个字节,有可能使该指令成为另一操作的指令或指令字节发生变化后,引起下面程序的错乱,或构不成 Z-80 指令。
- 2、在用键盘输入时,有可能因敲错键造成程序出错。
- 3、在修改程序过程中,漏掉某条转移指令地址号或偏移量的修改,或修改得不正确,有可能出现转移到的地址不为指令地址,或不是要求的转移地址。

这些错误的出现,都必须在运行前检查出来予以纠正,否则有可能造成整个程序的破坏。对于较长的程序,由于输入费时费工,更需要仔细检查核对,确保无误后方可运行。

然而截止目前,所有用 Z-80 芯片构成的自动控制、检测装置系统以及 TP-801 单板机,对于键入程序逻辑错误的检查,还停留在人工检查,不仅费时费力,而且容易漏错。若能设计出一种检查程序,即用这种检查程序去自动地检查键入的应用程序的逻辑错误,一经发现有错就及时予以纠正,那将是很有意义的。基本想法产生后,立即着手进行设计,并获得圆满成功,上机试验也顺利通过,应用起来也很方便。

### 二、设计过程中的思考与实践:

逻辑错误检查程序设计的目的,在于能检查出键入程序的以下错误:

---

分别来计算同一个积分,就会产生一些误差,而用第一种计算方法,即用公式(1)和(2)的方法来计算就避免了这种情况,而且也比较准确。

另外从这个例题的第一种解法中,我们可以看出,在应用公式(1)时,一般地只用到前几项,除了当  $k \geq 3v$  时,需要用到全部的项外,其余所有的项都消失了,这里,我们还可以看到,在应用公式(1)和(2)时,有时用好几次,如例 2 就两次地用到了公式(1)和(2)

### 参考文献

- [1] M. E. 米凯拉德捷,教学分析的数值方法,科学出版社。
- [2] И. П. 纳唐松,函数构造论,科学出版社。





Z-80 指令系统表的设计:

为使上述逻辑错误检查能够完成,必须设计一个科学、合理的指令系统数据表。对 Z-80 指令系统的反汇编表编排规律分析结果表明:

1、指令系统中全部指令的第一字节从 00H—FFH, 256 个数全部覆盖了。因此,第一字节无论落在 00—FFH 中的任何一个数,都可以构成一条指令的第一字节,因此第一字节不会出现构不成指令的逻辑错误。

2、以 DD 或 FD 为第一字节的指令,后续字节是相应一致的,即只要能构成第一字节为 DD 的指令,也就能构成第一字节为 FD 的指令,两者的后续字节可公用同一数表。

3、以 ED 为第一字节的指令,后续字节另列数表,按字节数分类从多字节到少字节排列。同类字节由小数到大数排列。

4、所有一字节指令不列入表中,只要在表中未找到的指令,均为一字节指令,作一字节指令处理即可。

5、指令系统数据表的排列规律同 3。

三、检查程序实际运行效果达到预期目的。所列被查错误均能按规定方式显示,交界过渡平稳,连续性好,显示稳定可靠,操作运行方便。

#### 四、程序运行使用说明:

本程序在运行前,必须键入被查程序的首地址,末地址,指令条数。具体分配如下:

在 2F50H 单元,键入被查程序首地址低八位,

在 2F51H 单元,键入被查程序首地址高八位,

在 2F52H 单元,键入被查程序终地址低八位,

在 2F53H 单元,键入被查程序终地址高八位,

在 2F54H 单元,键入被查程序指令条数低八位,

在 2F55H 单元,键入被查程序指令条数高八位。

检查过程中,若需暂停运行,以便分析修改错误时,可按 MON 键,暂停检查程序运行。需继续往下运行时,则按 EXEC 键即可。

#### 五、结语

作为当代核心技术之冠的计算机技术发展迅猛,更新换代很快。但作为教学和生产过程、仪器仪表控制,单板机仍有其独特优点。由于其功能有限,所以对单板机软件需进行重开发工作,这就要求编程者对 Z-80 微处理器指令系统,对 TP801-Z80 的监控功能有深入理解,对 Z-80 汇编语言程序设计有相当功底。这对学习掌握计算机软硬件工作原理,开拓思路无疑是有益的。例如在原机上当扫描一个已驻入内存的程序代码,只能用“NEXT”键一步一步去观察,无法向前滚动显示,费时费工,很不方便。我们设计了一套程序,输入后只要设置显示区的首末地址就能一个字节一个字节地连续自动显示,且显示时间可以设定,有了该程序可以简化用户对程序的检查核对手续。

# 域上对称矩阵保逆的加法映射\*

黑龙江大学 曹重光

摘要: 本文刻划了域上对称矩阵空间保逆的加法映射的形式。

设  $F$  是特征不为 2 和 3 的域,  $S_n(F)$  及  $M_n(F)$  分别记  $F$  上  $n \times n$  对称矩阵及全矩阵空间,  $T$  为  $S_n(F)$  到  $M_n(F)$  的加法映射, 即  $T(A+B) = T(A) + T(B)$ . 对  $S_n(F)$  中的任意  $A$  和  $B$  成立, 如果对  $S_n(F)$  中每一个可逆阵  $A$  都有  $T(A)^{-1} = T(A^{-1})$ , 则称  $T$  为保逆的加法映射, 其全体构成之集合记为  $\Gamma$ . 本文给出  $\Gamma$  中任意元的表达式刻划. 目前关于保一定特征的加法映射的研究还刚刚开始(见[1][2]), 鉴于线性算子的研究已相当广泛和深入(见[3]), 加法映射的研究应具有良好的前景.

本文中  $E_{ij}$  记  $(i, j)$  位置是 1, 其余位置是 0 的矩阵,  $I_n$  记  $n$  阶单位阵,  $[1, n]$  记前  $n$  个自然数集合, 当  $i \neq j$  时  $\Delta_{ij}(a)$  记  $aE_{ij} + aE_{ji}$ ,  $\Delta_{ij}(1)$  简记为  $\Delta_{ij}$ ,  $M_{ij}$  记  $I_n - E_{ii} - E_{jj}$

引理 1 设  $T \in \Gamma$ , 则对任意  $a \neq 0$  及  $i \in [1, n], j \in [1, n], i \neq j$ , 以下各式成立.

- (1)  $T(I_n)T(E_{ii}) = T(E_{ii})T(I_n) = T(E_{ii})^2$       (2)  $T(E_{ii})T(E_{jj}) = T(E_{jj})T(E_{ii}) = 0$
- (3)  $T(E_{ii})^2 + T(E_{jj})^2 = T(\Delta_{ij}(a))T(\Delta_{ij}(a^{-1}))$       (4)  $T(\Delta_{ij}(a))T(M_{ij}) = T(M_{ij})T(\Delta_{ij}(a^{-1})) = 0$
- (5)  $T(aE_{ii})T(M_{ij}) = T(M_{ij})T(a^{-1}E_{jj}) = T(aE_{ij})T(a^{-1}E_{ji}) = 0$       (6)  $T(aE_{ii})T(\Delta_{ij}(a^{-1})) = T(\Delta_{ij}(a))T(a^{-1}E_{jj})$
- (7)  $T(\Delta_{ij})T(I_n) = T(I_n)T(\Delta_{ij}) = T(E_{ii})T(\Delta_{ij}) + T(\Delta_{ij})T(E_{ii}) = T(E_{jj})T(\Delta_{ij}) + T(\Delta_{ij})T(E_{jj})$

证明 由  $T \in \Gamma$  有  $T(I_n + E_{ii})T(I_n - \frac{1}{2}E_{ii}) = I_n$  及  $T(I_n - 2E_{ii})^2 = I_n$  可推得(1). 再由(1)及  $T(I_n - 2E_{ii} - 2E_{jj})^2 = I_n$  推出  $T(E_{ii})T(E_{jj}) + T(E_{jj})T(E_{ii}) = 0$ . 注意到  $T(I_n - 2E_{ii} + E_{jj}) \cdot T(I_n - 2E_{ii} - \frac{1}{2}E_{jj}) = I_n$

又可推出(2). 由  $T(M_{ij} \pm \Delta_{ij}(a))T(M_{ij} \pm \Delta_{ij}(a^{-1})) = I_n$  及  $T(M_{ij} \pm 2\Delta_{ij}(a))T(M_{ij} \pm \frac{1}{2}\Delta_{ij}(a)) = I_n$  可推出(3)及(4). 再注意到  $T(aE_{ii} + M_{ij} \pm \Delta_{ij}(a)) \cdot T(M_{ij} - a^{-1}E_{jj} \pm \Delta_{ij}(a^{-1})) = I_n$  可得(6)及  $T(aE_{ii})T(a^{-1}E_{jj}) = T(aE_{ij}) - T(M_{ij})T(M_{ij})T(a^{-1}E_{jj})$ . 由此及  $T(M_{ij} + aE_{ii} \pm 2\Delta_{ij}(a)) \cdot T(M_{ij} - \frac{1}{2}a^{-1}E_{jj} \pm \frac{1}{2}\Delta_{ij}(a^{-1})) = I_n$  可推出  $T(aE_{ii})T(M_{ij}) = 0$ , 从而不难推出(5). 取  $a = 1$ , 将(6)代入(4)得(3).

引理 2<sup>[4]</sup>  $A^2 = I_n$  且  $A \neq \pm I_n$  则存在可逆阵  $p$  使  $A = p \text{diag}(-I_r, I_s) p^{-1}$ ,  $r + s = n$ .

引理 3 设  $T \in \Gamma$ , 则存在可逆阵  $P$  使

$$T(E_{ii}) = \epsilon p E_{ii} p^{-1} \quad \forall i \in [1, n] \text{ 且 } T(\Delta_{ij}) = \epsilon p \Delta_{ij} p^{-1} \quad \forall i \neq j \text{ 其中 } \epsilon = \pm 1$$

证明 如果有某个  $i \in [1, n]$  使  $T(E_{ii}) = 0$ , 则对一切  $j \neq i$ , 由(7)知  $T(\Delta_{ij}) = 0$  成立. 又取  $a = 1$  看引理 1

(3)知  $T(E_{jj})^2 = 0$ , 代入引理 1(1)得  $T(E_{jj}) = 0$ , 从而  $T(I_n) = \sum_{i=1}^n T(E_{ii}) = 0$ , 这与  $T(I_n)^2 = I_n$  矛盾, 故对一切  $i \in [1, n]$  有  $T(E_{ii}) \neq 0$ .

由  $T(I_n)^2 = I_n$  及引理 2 知存在可逆阵  $p_1$  使  $T(I_n) = p_1 \text{diag}(-I_r, I_s) p_1^{-1}$  或  $I_n$  或  $-I_n$ , 由引理 1(1)得

$$(1) T(E_{ii}) = p_i \text{diag}(A_i, B_i) p_i^{-1} \quad \forall i \in [1, n] \text{ 其中 } A_i^2 = -A_i, B_i^2 = B_i \text{ 且 } A_i, B_i \in M_s(F), B_i \in M_r(F).$$

$$(2) T(E_{ii})^2 = T(E_{ii}) \quad (3) T(E_{ii})^2 = -T(E_{ii})$$

无论哪种情况发生, 都可仿照[5]的引理 2 的证明, 推出对某个可逆阵  $p_2$  及一切  $i \in [1, n]$  有

$$T(E_{ii}) = p_2 \epsilon_i E_{ii} p_2^{-1} \text{ 其中 } \epsilon_i = \pm 1 \text{ 由上式及引理 1(4)可推得 } T(\Delta_{ij}) p_2 (aE_{ii} + bE_{ij} + cE_{ji} + dE_{jj}) p_2^{-1} \text{ 又由引理 1(3)有 } T(\Delta_{ij})^2 = p_2 (E_{ii} + E_{jj}) p_2^{-1}.$$

于是有  $a = -d, a^2 + bc = 1$ . 再由  $T(E_{ii} + \Delta_{ij})T(\Delta_{ij} - E_{jj}) = I_n$  可得  $a^2 + \epsilon_i a +$

\* 国家自然科学基金资助课题