

初中数学第四册

补充习题集

吉林省教育学院编

吉林人民出版社

第五章 一元二次方程

习 题 一

用因式分解法解下列方程：

1. (1) $3x^2 = -5x$; (2) $6y = y(2y - 3)$;

(3) $(x+1)^2 + 3x(x+1) = 0$.

2. (1) $x^2 + 7x + 12 = 0$;

(2) $x^2 - 8x + 12 = 0$;

(3) $x^2 + x - 12 = 0$;

(4) $x^2 - 11x - 12 = 0$.

3. (1) $x^2 + 11x + 30 = 0$;

(2) $x^2 + 3x - 40 = 0$;

(3) $x^2 - 11x + 28 = 0$;

(4) $x^2 - 26x - 27 = 0$;

(5) $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$;

(6) $x^2 + (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$.

4. (1) $x(x-2) = 15$;

(2) $(x-1)(x+2) - 40 = 0$;

(3) $(x+3)^2 = 12x$;

(4) $(x+4)^2 = 10x + 15$.

5. (1) $(x+3)^2 + (x+3) = 0$;

$$(2) 3(1-2x)=4x(1-2x);$$

$$(3) 5(3x-2)^2+3(2-3x)=0.$$

$$6. (1) (4x-3)^2-(3x-4)^2=0;$$

$$(2) \frac{4}{25}(2x-1)^2=\frac{1}{100}(2x+1)^2.$$

$$7. (1) (y+3)^2-(y+3)+6=0;$$

$$(2) (2x-3)^2=5(2x-3)-4.$$

用开平方法解下列方程:

$$8. (1) 36x^2=25; (2) \frac{1}{9}x^2=0.04;$$

$$(3) (2y-3)^2=0;$$

$$(4) (x+2)(x-2)=4;$$

$$(5) (2x+5)^2=3;$$

$$(6) (5x-6)^2=2;$$

$$(7) (x+1)^2=1+25\%.$$

用配方法解下列方程:

$$9. (1) x^2+8x-33=0;$$

$$(2) x^2-6x+4=0;$$

$$(3) 3y^2+16y-12=0;$$

$$(4) 2(t^2+2)=7t;$$

$$(5) y^2-\frac{3}{4}y-\frac{5}{2}=0;$$

$$(6) \frac{1}{2}x^2+\sqrt{3}x-\frac{9}{2}=0.$$

用因式分解法解下列关于 x 的方程:

$$10. (1) x^2-(b-3)x=0;$$

$$(2) x^2-ax-6a^2=0;$$

$$(3) x^2 - x - a^2 - a = 0;$$

$$(4) (2x - 3b)^2 - (3x - a)^2 = 0.$$

用配方法解关于 x 的方程:

$$11. (1) x^2 + 2mx + 1 = 0;$$

$$(2) kx^2 - x - 2 = 0 \quad (K \neq 0).$$

习 题 二

1. 用公式法解下列方程:

$$(1) x^2 + 3x - 5 = 0; \quad (2) 2x^2 + 3x - 8 = 0;$$

$$(3) 2y^2 + 11y + 2 = 0;$$

$$(4) x^2 - 3.6x - 7 = 0;$$

$$(5) 3x^2 - 4x + 0.1 = 0;$$

$$(6) \frac{3}{2}t^2 + 5t = 2;$$

$$(7) 3x^2 - 4x + 0.1 = 0;$$

$$(8) 2x^2 - 2(\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0;$$

$$(9) \sqrt{2}z^2 + 4\sqrt{2}z - 2\sqrt{2} = 0.$$

2. 用公式法解下列方程并求根的近似值(精确到 0.1);

$$(1) 2x^2 + 15x + 5 = 0;$$

$$(2) 2x^2 - 3\sqrt{2}x + 2 = 0;$$

$$(3) 6x^2 - 10x - 1 = 0;$$

$$(4) 7x^2 - 27x + 12 = 0.$$

3. 解方程:

$$(1) x^2 - 2x - 3 = 0; \quad (2) x^2 + 6x + 5 = 0;$$

- (3) $x^2 - 10x + 21 = 0$;
 (4) $(5 - x)^2 = x^2 - 25$;
 (5) $x^2 - 9 = 3x + 9$;
 (6) $(x + 2)^2 = 5$;
 (7) $(x - 7)^2 = x - 7$;
 (8) $(3x + 4)^2 = 8(2 + 3x)$;
 (9) $(y + \sqrt{3})^2 = 4y^2$;
 (10) $(x + \sqrt{2})^2 = 2x^2$;
 (11) $(2x - 3)(x - 1) = 6$;
 (12) $(y + \sqrt{5})(y - \sqrt{5}) = 2\sqrt{5}y$;
 (13) $(x + \sqrt{7})^2 = 4\sqrt{7}x$;
 (14) $2x^2 - \sqrt{2}x - 2x + \sqrt{2} = 0$;
 (15) $3x(2x - 1) = 5 - x$.

4. 解下列关于 x 的方程:

- (1) $x^2 + 2ax - 3a^2 = 0$;
 (2) $x^2 + x - m^2 - m = 0$;
 (3) $x^2 - 3ax + 2a^2 - ab - b^2 = 0$;
 (4) $ax^2 - (ac + b)x + bc = 0$; ($a \neq 0$) ;
 (5) $(a^2 - b^2)x^2 - 4abx = a^2 - b^2$ ($a \neq b$) ;
 (6) $(ax - b)^2 + (a - bx)^2 + 4abx = 2(a^2 + b^2)x$.

5. 已知: $y = x^2 + 5x - 6$, x 是什么值时 $y = 0$, $y = 1$,
 $y = -1$?

6. x 是什么值时, $x^2 + 5x - 12$ 与 $2x^2 + x$ 相等.

7. (1) 已知: $x^2 - y^2 = 0$,

求证: $x = y$ 或 $x = -y$.

(2) 已知: $(x + 2y)^2 - 25 = 0$,

求 x 与 y 之间的关系.

8. 不解方程, 判别下列方程根的情况:

$$(1) 3x^2 - 5x + 2 = 0;$$

$$(2) 5x^2 + 6x + 2 = 0;$$

$$(3) 5y^2 - 6y + 1.8 = 0;$$

$$(4) 0.4x^2 + 3 = 2\frac{1}{3}x;$$

$$(5) \frac{1}{5}x^2 - \sqrt{2} = \sqrt{5}x;$$

$$(6) 2t = \sqrt{3}t^2 - \sqrt{\frac{5}{6}};$$

$$(7) x^2 - 3x + \sqrt{5} = 0;$$

$$(8) \sqrt{2}x^2 + 3x + \sqrt{3} = 0.$$

9. m 取什么值时, 下列方程分别有 (1) 两个不相等的实数根? (2) 两个相等的实数根? (3) 无实数根?

$$(1) x^2 + 2x - 2m = 0;$$

$$(2) 4x^2 + (4m + 1)x - (m - 1)^2 = 0.$$

10. a 取什么值时, 下列方程有两个相同的根? 并求出其根。

$$(1) x^2 + ax + 9 = 0;$$

$$(2) x^2 + 12x + a = 0;$$

$$(3) ax^2 + 4x + 1 = 0;$$

$$(4) x^2 + 6ax + 3a + 2 = 0.$$

11. 证明: $(x - 1)(x + 3) = k^2 - 3$ 有两个不相等的实数根。

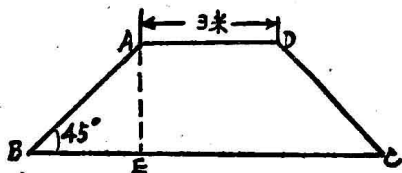
习 题 三

1. 两个数的积等于 187, 一个数比另一个数大 6, 求这两个数.

2. 两个连续自然数的积比它们的和大 109, 求这两个自然数.

3. 直角三角形的斜边同它的一条直角边的比等于 $13:12$, 而另一条直角边的长等于 15cm , 求三角形的周长和面积.

4. 从正方形的铁片上截去 3 厘米宽的一条长方形, 剩下的面积是 10 平方厘米, 原来这块铁片的面积是多少?



(第 5 题)

5. 修筑一条河堤, 河堤的横截面如图所示, 堤长 100 米, 顶宽 3 米, 坡度角 45° , 已知共用土方 3600 方, 求堤高.

6. 一块长比宽多 6 尺的矩形场地, 四周开一条 3 尺宽的道路, 而场地的面积与道路的面积恰好相等, 求场地的长和宽.

7. 有一个两位数, 它的十位上的数与个位上的数的和是 8, 把个位上的数与十位上的数交换后所得的数乘以原来的数就得 1855, 求原来的数.

8. 某生产队在一九七五年粮食亩产 942 斤的基础上, 一九七七年又获得了丰收, 亩产达到 1096 斤, 求平均每年的

增长率（精确到0.01）。

9. 一九六三年四环素每片售价0.16元，经过两次降价后，每片售价0.05元，问平均每次降价百分之几（精确到0.01）？

10. 某产品两年后产量翻一翻，求每年平均增长率。

习 题 四

1. 求下列方程两根的和与两根的积。

(1) $x^2 - 10x + 20 = 0$;

(2) $x^2 + 17x - 5 = 0$;

(3) $23x^2 + 65x - 8 = 0$;

(4) $7x^2 + 6x = 0$;

(5) $43x^2 + 21 = 0$ 。

2. k 取何值时，下列方程有一根分别为 (1) 8，
(2) 7，(3) $a - b$ 。

(1) $x^2 + kx - 24 = 0$;

(2) $kx^2 - 15x - 7 = 0$;

(3) $x^2 - 2ax + k = 0$ 。

3. 已知方程 $3x^2 - 5x - 6 = 0$ 的两根是 x_1 、 x_2 ，不解方程，求 $\frac{x_1 + x_2}{x_1} + \frac{x_1 + x_2}{x_2}$ 的值。

4. 已知 α 、 β 是方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两个根，求下列各式的值：

(1) $\alpha^2 + \beta^2$;

(2) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$;

$$(3) \alpha^3 + \beta^3; \quad (4) \alpha^4 + \beta^4.$$

5. 若方程 $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) 的两个根是两个连续整数, 求证: $a^2 - b^2 + 4ac = 0$.

6. 求作一个一元二次方程, 使它的两个根是:

$$(1) -\frac{2}{3} \text{ 与 } \frac{4}{5}; \quad (2) \sqrt{3} + 2 \text{ 与 } -\sqrt{3} + 2;$$

$$(3) \frac{p-q}{p+q} \text{ 与 } \frac{p+q}{p-q};$$

$$(4) \frac{-p + \sqrt{p^2 + 4q}}{2} \text{ 与 } \frac{-p - \sqrt{p^2 + 4q}}{2}.$$

7. 已知下列两数的和与它们的积, 求这两个数:

$$(1) \text{ 和等于 } \sqrt{3}, \text{ 积等于 } \frac{1}{3},$$

$$(2) \text{ 和等于 } 4^m, \text{ 积等于 } 4m^2 - 9n^2.$$

8. 不解方程, 求作一个一元二次方程, 使它的根分别是方程 $3x^2 - 2x - 2 = 0$ 的根的 (1) 倒数, (2) 相反数, (3) n 倍, (4) 平方.

9. p 为何值时, 方程 $3x^2 - px + q = 0$ 两根平方和为 19?

10. a, b 为何值时, 方程 $ax^2 + bx + 10 = 0$ 的两根和与积都是 10?

11. 求作一个新的二元二次方程, 使它的根比方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的根都大 2.

12. 求作一元二次方程, 其中一次项系数等于 -15, 一个根比另一个根大一倍.

13. 若方程 $x^2 - (3m + 2n)x - 3 = 0$ 的根与方程 $y^2 - 4y + m - 3n = 0$ 的根相同, 求 m 的值.

14. 方程: $2x^2 + mx - 2m + 1 = 0$ 的两根的平方和是

$7\frac{1}{4}$, 求 m 的值.

15. 在实数集合内分解因式:

(1) $3x^2 + 11x + 6$;

(2) $4y^2 - 12y + 3$;

(3) $-2x^2 - 3x + 5$;

(4) $10x^2y^2 - xy - 2$;

(5) $a^2 + 50a + 125$;

(6) $-2m^2n^2 - 3mn + 4$;

(7) $x^2 - 3\sqrt{2}x - 1$;

(8) $\sqrt{3}y^2 - 2\sqrt{5}y + \sqrt{3}$.

习 题 五

1. 解下列方程:

(1) $3x^3 - 10x^2 - 8x = 0$;

(2) $(3x + 1)(x^2 + 5x - 36) = 0$;

(3) $(x - 1)(x + 3)(2x - 5) = 0$;

(4) $x^3 - 4x^2 - 4x + 16 = 0$;

(5) $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 7$;

(6) $(3x^2 - 2x)^2 - 4(x^2 + 1)^2 = 0$;

(7) $4x^3 = 9x^2$; (8) $x^4 - 1 = 0$;

(9) $x^3 - 4x^2 - 31x + 70 = 0$;

(10) $a(a - 1)(a - 2)(a - 3) + 1 = 0$.

2. 解下列方程:

$$(1) x^4 + 5x^2 + 6 = 0;$$

$$(2) 2x^4 - 7x^2 + 6 = 0;$$

$$(3) 3y^4 + 11y^2 + 6 = 0;$$

$$(4) 4p^4 - 17p - 15 = 0;$$

$$(5) a^2 b^2 x^4 = b^4 x^2 - a^2 b^2 + a^4 x^2;$$

$$(6) 4x^4 + a^2 = x^2 + 4a^2 x^2.$$

3. 用换元法解下列方程:

$$(1) (x^4 + 1)^2 + 13(x^4 + 1) - 30 = 0;$$

$$(2) (x^2 + 2x)^2 - 14(x^2 + 2x) - 15 = 0;$$

$$(3) (2x + 3)^4 - 13(2x + 3)^2 + 36 = 0;$$

$$(4) (2y^2 - y - 32)(2y^2 - y - 5) - 124 = 0$$

4. 解下列方程:

$$(1) \frac{1}{x+2} + \frac{4x}{x^2-4} = 1 + \frac{2}{x-2};$$

$$(2) \frac{4}{x-5} + \frac{x-3}{12-x} = \frac{x-45}{x^2-17x+60};$$

$$(3) \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3};$$

$$(4) \frac{2x-1}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1};$$

$$(5) \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1;$$

$$(6) \frac{4}{9y^2-1} - \frac{4}{3y+1} - \frac{y}{1-3y} = 0;$$

$$(7) \frac{2x+1}{2x-1} - \frac{3(2x-1)}{7(2x+1)} - \frac{3x}{4x^2-1} = 0;$$

$$(8) \frac{2y-5}{y^2-3y} - \frac{y+2}{y^2+3y} + \frac{y-5}{y^2-9} = 0.$$

5. 用换元法解下列方程:

$$(1) \left(\frac{x^2-1}{x} \right)^2 + \frac{7}{6} \left(\frac{x^2-1}{x} \right) - 4 = 0;$$

$$(2) x^2 + 3x - \frac{20}{x^2+3x} = 8;$$

$$(3) \frac{4x^2+2x}{x^2+6} + \frac{x^2+6}{4x^2+2x} - 2 = 0;$$

$$(4) \frac{6x+2}{x^2+3x+2} = 5 - \frac{2x^2+6x+4}{3x+1}.$$

6. 解下列方程:

$$(1) \sqrt{x^2-7} = x-5;$$

$$(2) \sqrt{x^2-1} = \sqrt{3};$$

$$(3) \sqrt{x-3} + 6 = x;$$

$$(4) \sqrt{2x-4} + \sqrt{x+5} = 1;$$

$$(5) \sqrt{x - \sqrt{3x+7}} = 1;$$

$$(6) \sqrt{2x} - \frac{4}{\sqrt{2+x}} + \sqrt{2+x} = 0;$$

$$(7) \frac{x}{x + \sqrt{1+x^2}} + \frac{x}{x - \sqrt{1+x^2}} + 2 = 0.$$

7. 用换元法解下列方程:

$$(1) \sqrt{3x^2+13} + 3x^2+13 = 6;$$

$$(2) 2x^2 - 4x + 3\sqrt{x^2-2x+6} = 15;$$

$$(3) \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}} - \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}} = \frac{3}{2};$$

$$(4) 6\sqrt{\frac{x}{x+9}} + \sqrt{1 + \frac{9}{x}} = 5.$$

8. 解下列关于 x 的方程:

$$(1) x + \frac{1}{x} = a + \frac{1}{a};$$

$$(2) \frac{x+a}{x-b} + \frac{x+b}{x-a} = 2; \quad (a+b \neq 0).$$

$$(3) \frac{2x}{x+m} + \frac{x}{x-m} = \frac{m^2}{4x^2 - 4m^2};$$

$$(4) x + \sqrt{a^2 + x^2} = \frac{5a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

9. 两个小组一起工作, 12天建成一座水池。如果单独做, 其中一个小组可以比另一小组早10天完成, 那末每个小组单独做各需要几天?

10. 两架飞机同时由飞机场飞往相距1600公里的某地, 第一架飞机的速度比第二架飞机的速度每小时多80公里, 因此, 第一架飞机比第二架飞机早一小时飞抵预定地点, 求每一架飞机的速度。

11. 轮船顺流航行48公里, 逆流返回, 全程往返共用去5小时。已知水的流速是每小时4公里, 求轮船在静水中的速度。

12. 卡车车轮的周长比自行车车轮的周长大50cm。在450m的距离上, 自行车的车轮多转75周, 求自行车和卡车的车轮的周长。

13. 甲、乙二城相距 260 公里。汽车由甲城向乙城开出 2 小时后，停车 30 分钟，为了要按时到达乙城，必须把速度增加 5 公里/小时。求汽车原来的速度。

14. 已知等腰三角形的底为 a ，并且腰与底的比为 $3:2$ ，求这个三角形的面积。

习 题 六

1. 解方程组：

$$(1) \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x^2 - 4y^2 - 5 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 24 \\ y^2 - 5x = 0 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 6 \\ x^2 - y^2 - x - y = 2 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 9y^2 - 4x^2 = 32 \\ 9(y-1)^2 - x^2 = 8 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 2 \\ y^2 - x^2 = 5 \end{cases} \quad (6) \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - 4xy + 3y^2 = 0 \end{cases}$$

$$(7) \begin{cases} x^2 + 4xy + 16y^2 = 16 \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 9 \end{cases}$$

$$(8) \begin{cases} xy + y^2 = 18 \\ x^2 - 2xy = 21 \end{cases} \quad (9) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

$$(10) \begin{cases} x + y = 5 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \end{cases}$$

$$(11) \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{\frac{1}{y}} = 5 \\ \sqrt{xy} = \frac{1}{6} \end{cases} \quad (12) \begin{cases} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{5}{6} \\ x - y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$(13) \begin{cases} 4x^2 + xy + y^2 = 85 \\ xy = 12 \end{cases}$$

$$(14) \begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy - 4x - 4y + 3 = 0 \\ xy + 2x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$(15) \begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy \\ 4x - 4y = xy \end{cases}$$

$$(16) \begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 + x + 4y - 2 = 0 \\ 2x^2 + xy - y^2 + x - 5y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$(17) \begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y + 2 = 0 \\ 2x^2 + 5xy + 2y^2 + x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$(18) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 13 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 91 \end{cases}$$

$$(19) \begin{cases} x(x+y+z) = 8 \\ y(x+y+z) = 16 \\ z(x+y+z) = 40 \end{cases} \quad (20) \begin{cases} x(y+z) = 6 \\ y(z+x) = 12 \\ z(x+y) = 10 \end{cases}$$

2. 第一生产队的一个打麦组打麦子，先用第一台打麦机打了一半，然后用第二台打剩下的，一共打9天，如果两台一起打，4天就可以打完，每一台打麦机单独打所有的麦子各要多少天？

3. 某一工程，甲乙两队一起干12天完成，若两队合作8天后，乙队接着单独作5天完成，求每队单干各需要多少天才能完成？

4. 两城相距430公里，客车走完这段距离比货车快4

小时，如果客车的速度每小时增加 8 公里，货车的速度每小时增加 2 公里，那么客车走完这段距离比货车快 5 小时，求每列火车的速度。

5. 两人滑冰，沿长 2 公里的圆形道上同向而行，每隔 20 分钟相遇一次，已知甲走完一圈比乙快 1 分钟，求每人每小时的速度。

6. 菱形的边长等于 2.5cm ，面积等于 6cm^2 ，求它的对角线的长。

7. 一个三位数的数字和等于 11，数字的平方和等于 45，若由这个三位数减去 198，则得到一个数字相同而次序颠倒的三位数，求原数。

1. 解下列方程：

$$(1) \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x = 0;$$

$$(2) 0.3x^2 + x - 0.3 = 0;$$

$$(3) x^2 - \frac{2}{5}x = \frac{1}{10}; \quad (4) 3x^2 + 4x - 4 = 0;$$

$$(5) 4x^2 - 17x - 15 = 0;$$

$$(6) n^3 - (n-1)^3 = 3;$$

$$(7) (4x-3)^2 - (3x+2)^2 = 0;$$

$$(8) \frac{(x+3)^2}{3} - x = \frac{x+3}{4} - \frac{2x-1}{2};$$

$$(9) (x-4)(4x-3) + 3 = 0;$$

$$(10) (x-3)^2 + (x+4)^2 - (x-5)^2 = 17x + 24;$$

$$(11) 4x^2 + 6x = 9x^2 - 15x;$$

$$(12) 47 - x(3x + 4) = 2(17 - 2x) - 62;$$

$$(13) 10(x - 2) + 19 = (5x - 1)(1 + 5x);$$

$$(14) (3x - 8)^2 - (4x - 6)^2 + (5x - 2)(5x + 2) = 96;$$

$$(15) (x + 2)(x + 3)(x - 4)(x - 5) = 120;$$

$$(16) \frac{x(x - 7)}{3} - 1 = \frac{11x}{10} - \frac{x - 4}{3};$$

$$(17) \frac{(x + 3)^2}{5} + 1 - \frac{(3x - 1)^2}{5} = \frac{x(2x - 3)}{2};$$

$$(18) \frac{6}{1 - x^2} = \frac{2}{1 + x};$$

$$(19) \frac{14}{x^2 - 9} + \frac{4 - x}{3 + x} = \frac{9}{x + 3} - \frac{1}{3 - x};$$

$$(20) \frac{30}{x^2 - 1} - \frac{13}{x^2 + x + 1} = \frac{7 + 18x}{x^3 - 1};$$

$$(21) \frac{1}{x - 6} + \frac{1}{x - 4} = \frac{1}{x + 2} + \frac{1}{x - 7};$$

$$(22) \frac{1}{x^3 - x^2 + x - 1} - \frac{4}{x + 1} = \frac{x^2 + 10x}{x^4 - 1} - \frac{4x^2 + 21}{x^3 + x^2 + x + 1};$$

$$(23) x\sqrt{x^2 - 4} = x^2 + 2x;$$

$$(24) \sqrt{x - 9} = \frac{36}{\sqrt{x - 9}} - \sqrt{x};$$