

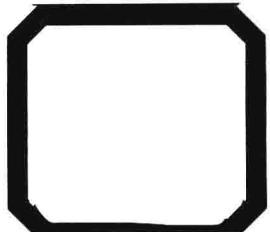
# 高等数学学习题集

北京大学公共经济管理研究中心职业教育研究所 组编  
傅延欣 韩伟 王德 主编



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>



职业教育技能型紧缺人才培养培训工程系列教材

# 高等数学学习题集

北京大学公共经济管理研究中心职业教育研究所 组编

傅延欣 韩伟 王德 主编

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书是《高等数学》(上、下册)教材的配套习题,涉及函数、极限与连续、导数与微分、不定积分、定积分及其应用、多元函数微积分、常微分方程、级数、行列式矩阵与线性方程组、概率统计初步等内容。每章习题有两个部分,习题 A 和习题 B,部分章还有习题 C,每一部分的题型有:填空题,选择题,计算题,证明题,应用题,书后提供了全部习题的参考答案。

本书可作为高职高专基础课程教材的习题集,也可作为其他人员学习高等数学的参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学学习题集 / 傅延欣, 韩伟, 王德主编; 北京大学公共经济管理研究中心职业教育研究所组编.

—北京: 电子工业出版社, 2009.9

(高等职业教育技能型紧缺人才培养培训工程系列教材)

ISBN 978-7-121-09564-1

I. 高… II. ①傅…②韩…③王…④北… III .高等数学—高等学校: 技术学校—习题 IV.O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 170319 号

责任编辑: 刘文杰

印 刷: 北京京师印务有限公司  
装 订:

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 9.75 字数: 249 千字

印 次: 2009 年 9 月第 1 次印刷

印 数: 9 200 册 定价: 18.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,  
联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 [zlts@phei.com.cn](mailto:zlts@phei.com.cn), 盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

服务热线: (010) 88258888。

# 前　　言

高等职业教育是高等教育的一个重要组成部分，而数学是高等职业教育的一门必修公共课。为了满足高职不同专业、不同类别学生的学习需要，我们以培养高素质应用型人才为目标，遵循“夯实基础，突出实用”的原则，组织了学术水平较高，教学实践经验丰富的第一线数学教师，在完成了《高等数学》教材的编写任务后又编写了《高等数学习题集》。

本书共 10 章，第 1 章为函数，第 2 章为极限与连续，第 3 章为导数与微分，第 4 章为不定积分，第 5 章为定积分及其应用，第 6 章为多元函数微积分，第 7 章为常微分方程，第 8 章为级数，第 9 章为行列式矩阵与线性方程组，第 10 章为概率统计初步。每章的习题有两部分，习题 A 和习题 B，部分还有习题 C，每部分的题型有：填空题、选择题、计算题、证明题和应用题。

本书具有以下特点：

(1) 体例科学。各章的内容既体现教学大纲的要求，又突出重点，内容分配合理，科学地规范了高职高专学生学习特点的体系结构。

(2) 内容全面。注重吸收新知识、新成果，使学生在掌握基础知识的层面上，再提高一个层次，达到举一反三的效果。

(3) 结构优化。本书按照大纲教学要求划分章节，保证了内容的基本区分度，力求做到有层次、有梯度、由浅入深、由低到高、相互补充、有机统一。

(4) 选题精当。内容选择和编写紧扣教学大纲，适合高职高专学生学习的特点，注重从知识立意向能力立意转变，注重基础知识、综合能力、实验能力的训练，以提高学生综合运用知识的应试能力。

本书由北京大学公共经济管理研究中心职业教育研究所组编，傅延欣、韩伟、王德担任主编。本书在编写过程中，得到青岛恒星学院有关领导的热情关心和指导，青岛大学林艺教授、航空兵工程学院于尚易副教授对编写工作提出了宝贵意见，在此表示衷心感谢。限于编者水平，不妥之处在所难免，恳请有关专家、教师批评指正。

编　　者  
2009 年 7 月

# 目 录

第 1 章 函数 .....	1
习题 A .....	1
习题 B .....	4
第 2 章 极限和连续 .....	10
习题 A .....	10
习题 B .....	16
第 3 章 导数与微分 .....	21
习题 A .....	21
习题 B .....	29
习题 C .....	36
第 4 章 不定积分 .....	45
习题 A .....	45
习题 B .....	55
第 5 章 定积分及其应用 .....	64
习题 A .....	64
习题 B .....	73
第 6 章 多元函数微积分 .....	83
习题 A .....	83
习题 B .....	88
第 7 章 常微分方程 .....	94
习题 A .....	94
习题 B .....	100
第 8 章 级数 .....	106
习题 A .....	106
习题 B .....	113
第 9 章 行列式矩阵与线性方程组 .....	121
习题 A .....	121
习题 B .....	125
第 10 章 概率统计初步 .....	129
习题 A .....	129
习题 B .....	133
参考答案 .....	137

# 第1章 函数

## 习题 A

### 一、选择题.

1. 下列各函数中, 属于基本初等函数的是 ( ).  
A.  $f(x) = x^2 + 1$       B.  $f(x) = 3x^2$   
C.  $f(x) = x^{\sqrt{2}}$       D.  $f(x) = \begin{cases} x-1, & x > 0 \\ x^2, & x \leq 0 \end{cases}$
2. 设  $f(x)$  的定义域是  $[0,1]$ , 则  $f(\ln x)$  的定义域是 ( ).  
A.  $[0,1]$       B.  $[0,2]$       C.  $[1,e]$       D.  $[1,2]$
3. 函数  $y = 2^{x-1}$  的反函数是 ( ).  
A.  $\log_2(x+1)$       B.  $\frac{1}{2}\log_2 x$       C.  $\log_2 x + 1$       D.  $2\log_2 x$
4. 设  $f(x)$  的定义域是  $[0,1]$ , 则函数  $g(x) = f\left(x + \frac{1}{4}\right) + f\left(x - \frac{1}{4}\right)$  的定义域为 ( ).  
A.  $[0,1]$       B.  $\left[-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right]$       C.  $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$       D.  $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$
5. 设  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  有定义, 则下列函数中必定是偶函数的是 ( ).  
A.  $[f(x)]^2$       B.  $|f(x)|$       C.  $x^2 f(x)$       D.  $x^2 f(\cos x)$
6. 设  $f(x) = x^3 - x^2 - 1$ , 则  $f(f(1)) =$  ( ).  
A.  $-1$       B.  $-3$       C.  $0$       D.  $1$
7. 下列函数中既是奇函数又是单调增加函数的是 ( ).  
A.  $\sin^3 x$       B.  $x^3 + 1$       C.  $x^3 + x$       D.  $x^3 - x$
8.  $f(x) = \sin(x^2 - x)$  是 ( ).  
A. 有界函数      B. 周期函数      C. 奇函数      D. 偶函数
9. 如果  $y = u^2$ ,  $u = \log_a x$  ( $a > 0, u \neq 1$ ), 则  $y =$  ( ).  
A.  $\log_a x^2$       B.  $\log_a^2 x$       C.  $2\log_a x$       D.  $\log_{a^2} x$
10. 下列函数中不是初等函数的是 ( ).  
A.  $y = 10^{\sqrt[8]{x}}$       B.  $y = \sqrt[3]{\frac{1}{x}}$       C.  $y = \ln(1-x)$       D.  $f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ x^2, & x \leq 0 \end{cases}$
11. 下列各选项中, 函数相等的是 ( ).

- A.  $f(x) = 2 \ln x$ ,  $g(x) = \ln x^2$       B.  $f(x) = \frac{x}{x}$ ,  $g(x) = 1$   
C.  $f(x) = \sqrt{x^2}$ ,  $g(x) = x$       D.  $f(x) = -\operatorname{sgn}(1-x)$ ,  $g(x) = \begin{cases} -1, & x < 1 \\ 0, & x = 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

12. 下列函数的图形与  $y = 2^{x-1}$  的图形关于  $y = x$  对称的是 ( ) .

- A.  $y = \log_2(x+1)$       B.  $y = 1 + \log_2 x$   
C.  $y = \frac{1}{2} \log_2 x$       D.  $y = 2 \log_2 x$

13. 设  $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ,  $g(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ 1-x, & x < 1 \end{cases}$ , 则  $g(f(x)) =$  ( ).

- A.  $1 + f(x)$       B.  $1 - f(x)$       C.  $f(x) - 1$       D.  $f(x)$

14. 函数  $y = \frac{\arcsin(1-x)}{\sqrt{x-1}}$  的定义域是 ( ).

- A.  $[0, 2]$       B.  $(1, +\infty)$       C.  $(1, 2]$       D.  $[1, 2]$

15. 设  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ , 当  $x \neq 0$  时,  $f\left[\frac{1}{f(x)}\right] =$  ( ).

- A.  $\frac{x-1}{x}$       B.  $\frac{x}{x-1}$       C.  $1-x$       D.  $x$

### 二、填空题.

1. 设  $f(x) = 3x^2 - 1$ , 则  $f(\sqrt{3}) =$  \_\_\_\_\_.

2. 已知函数  $f(x+1)$  的定义域是  $[-1, 1]$ , 则  $f(x)$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

3. 函数  $f(x) = \begin{cases} x+1, & 0 < x < 1 \\ x-1, & 1 < x < 3 \end{cases}$  的定义域是 \_\_\_\_\_,  $f\left(\frac{1}{2}\right) =$  \_\_\_\_\_.

4. 函数  $y = x^2 - 1$  的图像关于 \_\_\_\_\_ 轴对称.

5. 已知  $f(x) = \sin x$ ,  $f(\varphi(x)) = 1 - x^2$ , 则  $\varphi(x) =$  \_\_\_\_\_, 定义域为 \_\_\_\_\_.

6. 设  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = e^x$ , 则  $f[g(x)] =$  \_\_\_\_\_.

7.  $f(x) = \ln|x| - \sec x$  是 \_\_\_\_\_ (奇或偶) 函数.

8. 设  $f(x) = \lg 7$ , 则  $f(x+1) - f(x-1) =$  \_\_\_\_\_.

9. 函数  $y = \arcsin(x-3)$  的定义域为 \_\_\_\_\_.

10. 设  $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ , 求  $f(0) =$  \_\_\_\_\_,  $f(a) =$  \_\_\_\_\_.

### 三、求下列函数的函数值.

1.  $f(x) = \frac{|x-2|}{x+1}$ , 求  $f(2)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(0)$ ,  $f(a)$ .

2.  $f(x) = |1+x| + \frac{9(x-1)}{|2x-5|}$ , 求  $f(-2)$ ,  $f(0)$ .

3. 已知  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$  ( $x \neq -1$ ),  $g(x) = 1-x$ , 求  $f(f(x))$ ,  $g(g(x))$ ,  $f(g(x))$ ,  $g(f(x))$  的表达式, 并指出它的定义域.

四、求下列函数的反函数.

1.  $y = \sqrt[3]{x+1}$ .

2.  $y = \frac{1-\sqrt{1+2x}}{1+\sqrt{1+2x}}$ .

五、应用题.

某运输公司规定吨公里（每吨货物每公里）运价在  $a$  公里以内  $k$  元, 超过  $a$  公里的部分 8 折优惠. 求每吨货物运价  $m$  (元) 和路程  $s$  (公里) 之间的函数关系.

**习题 B****一、选择题.**

1. 设函数  $f(x)$  的定义域为  $[0,1]$ ，则  $f(x-2)$  的定义域为 ( )。
  - A.  $[1,2]$
  - B.  $[2,3]$
  - C.  $[0,1]$
  - D.  $[-1,0]$
2. 函数  $y = \ln(2^x - 1)$  的定义域为 ( )。
  - A.  $(-\infty, +\infty)$
  - B.  $(0, +\infty)$
  - C.  $[1,2]$
  - D.  $[0, +\infty)$
3. 设  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ，则  $f[f(-1)] =$  ( )。
  - A. 2
  - B. -1
  - C. 1
  - D.  $\infty$
4. 下列各对函数中表示同一函数关系的是 ( )。
  - A.  $\ln x^2$  与  $2 \ln x$
  - B.  $e^{-\frac{1}{2} \ln x}$  与  $\frac{1}{\sqrt{x}}$
  - C.  $(\sqrt{x})^2$  与  $\sqrt{x^2}$
  - D.  $x$  与  $\sin(\arcsin x)$
5. 设  $f(x) = \frac{4x}{x-1}$ ，则  $f^{-1}(3) =$  ( )。
  - A. 3
  - B. -3
  - C. 4
  - D. -4
6. 设  $g(x) = 1-x$ ，并且当  $x \neq 0$  时有  $f(g(x)) = \frac{x}{1-x}$ ，则  $f\left(\frac{1}{2}\right) =$  ( )。
  - A.  $\frac{1}{3}$
  - B. 3
  - C. 0
  - D. 1
7. 设  $f(x) = 4x^2 + bx + 5$ ，若  $f(x+1) - f(x) = 8x + 3$ ，则  $b$  应为 ( )。
  - A. 1
  - B. -1
  - C. 2
  - D. -2
8.  $f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < \frac{\pi}{3} \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{3} \end{cases}$ ，则  $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$  ( )。
  - A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - B.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - C. 2
  - D. -2
9. 函数  $y = \frac{1}{2^x}$  在  $(0, +\infty)$  内是 ( )。
  - A. 有界函数
  - B. 无界函数
  - C. 常量
  - D. 无穷大量
10. 函数  $y = \arcsin x + \sqrt{1-x}$  的定义域是 ( )。
  - A.  $[0,1]$
  - B.  $[1,2]$
  - C.  $[0,1] \cup [2,3]$
  - D.  $[-1,1]$
11. 下列表示同一个函数的是 ( )。
  - A.  $\lg(x+2)^2$  和  $2 \lg(x+2)$
  - B.  $\frac{(x-1)(x+3)}{x-1}$  和  $x+3$
  - C.  $\sqrt{(x+1)(x-1)}$  和  $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$
  - D.  $\sqrt{(x+3)^2}$  和  $|x+3|$

12. 设  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x+1}{x}$ , 则  $f^{-1}(x) = (\quad)$ .
- A.  $x-1$       B.  $x+1$       C.  $-x-1$       D.  $-x+1$
13. 设  $f(x) = \cos(\sin x)$ ,  $g(x) = \sin(\sin x)$ , 则  $(\quad)$ .
- A.  $f(x)$  是奇函数,  $g(x)$  是偶函数      B. 两个都是偶函数  
C.  $f(x)$  是偶函数,  $g(x)$  是奇函数      D. 两个都是奇函数
14. 设  $f(x)$  的定义域为  $[0,1]$ , 则  $\text{的定义域为} (\quad)$ .
- A.  $\left[-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right]$       B.  $\left[-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$       C.  $\left[\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right]$       D.  $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$ .
15. 设  $f(x) = x^2$ ,  $\varphi(x) = 2^x$ , 则  $f[\varphi(x)] = (\quad)$ .
- A.  $2^{x^2}$       B.  $x^{2x}$       C.  $x^{2^x}$       D.  $2^{2x}$ .

**二、填空题.**

1. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x-2}$  的定义域是\_\_\_\_\_.
2. 已知函数  $f(2x) = 3x-1$ , 且  $f(a)=4$ , 则  $a=$  \_\_\_\_\_,  $f(2)=$  \_\_\_\_\_.
3. 函数  $y = \sqrt{x+3} (x \geq 0)$  的反函数是\_\_\_\_\_.
4. 函数  $y = \lg(x-1) + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$  的定义域为\_\_\_\_\_.
5. 已知  $f(x)$  的定义域为  $[0,1]$ , 求  $g(x) = f(x+a) + f(x-a) (a > 0)$  的定义域\_\_\_\_\_.
6. 设  $f(x) = e^{x-1}$ , 则  $f(\ln(f(x))) =$  \_\_\_\_\_.
7. 设  $f(x)$  的定义域为  $[-2,2]$ , 则函数  $f(x+1) + f(x-1)$  的定义域是\_\_\_\_\_.
8. 若  $f(x+1) = x + \cos x$ , 则  $f(1) =$  \_\_\_\_\_.
9. 函数  $f(x) = \sqrt{x-2} + \frac{1}{x-3} + \lg(4-x)$  的定义域为\_\_\_\_\_.
10. 函数  $y = \left| \sin \frac{x}{2} \right|$  的最小正周期是\_\_\_\_\_.

**三、求函数值.**

1.  $f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & x < 1 \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$ , 求  $f(1)$ ,  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ,  $f(\pi)$ .

2. 已知分段函数  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & x > 1 \end{cases}$ , 求  $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ,  $f\left(f\left(\frac{3}{2}\right)\right)$ .

3. 已知  $f(x-1) = x^2 + 2x + 1$ , 求  $f(x)$ .

四、求下列函数的定义域.

1.  $y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{1-x^2}$ .

2.  $y = \arcsin \frac{x-1}{2} + \sqrt{x-2}$ .

$$3. \quad y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} + \ln(x + 4).$$

$$4. \quad f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x - 2}}.$$

$$5. \quad f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{2x^2 - x - 1}.$$

6. 设函数  $f(x)$  的定义域为  $[0,1]$ , 求函数  $y = f(4x^2)$ ,  $y = f(x-2)$ ,  $y = f(\tan x)$  的定义域.

五、判定下列函数的奇偶性.

1.  $f(x) = 5x^2 - \cos x + 1$

2.  $g(x) = \sin x + \cos x$ .

3.  $l(x) = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$ .

4.  $h(x) = x \frac{a^x - 1}{a^x + 1} \quad (a > 1)$ .

六、指出下列函数是怎样复合而成的.

1.  $y = 5^{(2x+1)^2}$ .

2.  $y = \arcsin(3^{-x^2})$ .

3.  $y = \arctan(\ln 3x)$ .

4.  $y = \sqrt{\ln(1-3x)}$ .

### 七、应用题.

1. 一商家销售每种商品的价格满足关系  $P = 7 - 0.2x$  (万元/吨),  $x$  为销售量, 商品的成本函数为  $C = 3x + 1$  (万元). 若每销售一吨商品税务部门征税  $t$  (万元), 试将该商家税后利润  $L$  表示为  $x$  的函数.

2. 某工厂生产某种产品的年产量为  $x$  台, 每台售价为 250 元, 当年产量在 600 台内时可全部售出, 当年产量超过 600 台时经广告宣传后可再多售出 200 台, 每台的平均广告费用为 20 元, 若生产再多, 本年就售不出去了. 试建立本年的销售收入  $R$  与年产量  $x$  之间的函数关系.

# 第2章 极限和连续

## 习题 A

### 一、选择题.

1. 函数  $y = f(x)$  在点  $x_0$  处有定义是  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在的一个 ( )  
A. 必要非充分条件      B. 充分非必要条件  
C. 充分必要条件      D. 无关条件.
2. 已知下列四数列: ①  $x_n = 2$ ; ②  $x_n = \frac{2}{3n+1}$ ; ③  $x_n = (-1)^{n+1} \frac{2}{3n+1}$ ;  
④  $x_n = (-1)^{n-1} \frac{3n-1}{3n+1}$ ; 则其中收敛的数列为 ( ).  
A. ①      B. ①②      C. ①④      D. ①②③
3. 设  $x_n = \begin{cases} \frac{1}{n}, & n \text{为奇数} \\ 10^{-7}, & n \text{为偶数} \end{cases}$ , 则必有 ( ).  
A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$       B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 10^{-7}$   
C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \begin{cases} 0, & n \text{为奇数} \\ 10^{-7}, & n \text{为偶数} \end{cases}$       D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  不存在
4. 设  $f(x) = \begin{cases} |x| + 1, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  的值为 ( ).  
A. 1      B. 2      C. 3      D. 4
5. 下列变量在自变量给定的变化过程中不是无穷大的是 ( ).  
A.  $\frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}}$  ( $x \rightarrow +\infty$ )      B.  $\ln x$  ( $x \rightarrow +\infty$ )  
C.  $\ln x$  ( $x \rightarrow 0^+$ )      D.  $\frac{1}{x} \cos \frac{nx}{2}$  ( $x \rightarrow \infty$ )
6. 当  $x \rightarrow \infty$  时, 函数  $f(x) = x + \cos x$  是 ( ).  
A. 无穷小量      B. 无穷大量      C. 有极限且极限不为零      D. 有界函数
7.  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  是函数  $f(x)$  在  $x = a$  处连续的 ( ).  
A. 必要条件      B. 充分条件      C. 充要条件      D. 无关条件
8.  $y = x^2 + 1$ ,  $x \in (-\infty, 0]$  的反函数是 ( ).

- A.  $y = \sqrt{x} - 1, x \in [1, +\infty)$       B.  $y = -\sqrt{x} - 1, x \in [0, +\infty)$   
 C.  $y = -\sqrt{x-1}, x \in [1, +\infty)$       D.  $y = \sqrt{x-1}, x \in [1, +\infty)$
9.  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  不连续是因为 ( ) .  
 A.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  不存在      B.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  不存在  
 C.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq f(0)$       D.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq f(0)$
10. 当  $x \rightarrow x_0$  时,  $\alpha$  和  $\beta (\neq 0)$  都是无穷小. 当  $x \rightarrow x_0$  时, 下列变量中可能不是无穷小的是 ( ).  
 A.  $\alpha + \beta$       B.  $\alpha - \beta$       C.  $\alpha \cdot \beta$       D.  $\frac{\alpha}{\beta}$
11. 当  $x \rightarrow 0$  时, 下列函数中为  $x$  的高阶无穷小的是 ( ).  
 A.  $1 - \cos x$       B.  $x + x^2$       C.  $\sin x$       D.  $\sqrt{x}$
12. 当  $x \rightarrow 1$  时, 函数  $\frac{x^2 - 1}{x-1} e^{\frac{1}{x-1}}$  的极限为 ( ).  
 A. 2      B. 0      C.  $\infty$       D. 不存在但也不为无穷大
13. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $(1 - \cos x)^2$  是  $\sin^2 x$  的 ( ).  
 A. 高阶无穷小      B. 同阶无穷小, 但不等价  
 C. 低阶无穷小      D. 等价无穷小
14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 ax}{x^3}$  ( $a$  为常数) 等于 ( ).  
 A. 0      B. 1      C.  $a^3$       D.  $\frac{1}{a^3}$
15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1} =$  ( ).  
 A.  $e + 1$       B.  $e$       C. 1      D.  $\infty$
16. 因为  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ , 那么  $e^x =$  ( ).  
 A.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$       B.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$       C.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^{nx}$       D.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{x}{n}}$
17. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{2n-1}\right)^2 =$  ( ).  
 A. 0      B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\infty$

## 二、填空题.

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} =$  \_\_\_\_\_.

2. 设  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ ax + b, & x > 0 \end{cases}$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ , 当  $b = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ .

3. 设  $\alpha(x)$  是无穷小量,  $E(x)$  是有界变量, 则  $\alpha(x)E(x)$  为 \_\_\_\_\_.

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5.  $x=1$  是函数  $\frac{1}{x-1}$  的第 \_\_\_\_\_ 类 \_\_\_\_\_ 型间断点.

6. 若函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan ax}{x}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$ , 在  $x=0$  处连续, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 设  $f(x) = \begin{cases} x+1, & |x| < 2 \\ 1, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$ , 则  $f(x+1)$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( x^2 \sin \frac{1}{x^2} + \frac{\sin 3x}{x} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 设  $f(x)$  在  $x=1$  处连续, 且  $f(1)=3$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10.  $x=0$  是函数  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$  的第 \_\_\_\_\_ 类 \_\_\_\_\_ 型间断点.

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{2}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12.  $f(x) = \frac{x^2 - x}{|x|(x^2 - 1)}$  的间断点是 \_\_\_\_\_, 其中可去间断点是 \_\_\_\_\_, 跳跃间断点是 \_\_\_\_\_.

### 三、计算题.

1. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x, & x < 3 \\ 0, & x = 3 \\ x^2, & x > 3 \end{cases}$ , 试画出  $f(x)$  的图形, 并求单侧极限  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$  和  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ .

2. 设  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3}}{x}$ , 回答下列问题:

1) 函数  $f(x)$  在  $x=0$  处的左右极限是否存在?