

北京阶梯素质教育研究所 组编
中小学学科奥林匹克编辑部



奥林匹克典型题 一题多解 高中卷·物理

奥林匹克出版社

奥林匹克典型题一题多解

(高中卷·物理)

主编	鲍邦松	余爱清	希川
编委	刘立初	陈保宽	周志刚
	李春山	冯爱国	高凯平
	希川	鲍邦松	余爱清
	王微	袁慧梅	马昆宝

奥林匹克出版社

责任编辑:荷 风

封面设计:周春林

图书在版编目(CIP)数据

奥林匹克典型题一题多解. 高中卷·物理/鲍邦松 主编.

—北京:奥林匹克出版社,2001.1

ISBN 7-80067-114-3

I. 奥… II. 鲍… III. 课程—中小学—解题. IV. G634.

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 82750 号

奥林匹克出版社出版发行

(北京西城西外北滨河路 11 号)

邮政编码:100044

新华书店经销

北京国防印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 32 开本 9.75 印张 200000 字

2001 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

印数 1—2000

ISBN 7-80067-114-3/G·288

定价: 11.00 元

前 言

多层次、多角度、立体和全面地审视物理问题,能使人系统而深刻的理解物理概念,明确问题的关键所在;用多途径、多方法来解决物理问题,则能使人思维开阔,增强解决物理问题的能力和信心.本书就是本着以上宗旨,为参加物理竞赛的学生和愿在高考中物理得高分的学生,以及辅导物理竞赛的教师编写的.

本书由有竞赛经验的教师联合编写.内容分为力学篇、热学篇、电学篇、光学原子物理学篇、实验篇五大部分.书中主要收录了近十年来(1990年~2000年)全国高考物理试题中难度较大的试题及全国中学生物理竞赛中的预赛、复赛、决赛试题;另对各地物理竞赛试题及国外竞赛试题、国际奥林匹克物理竞赛试题也收录有一部分.每道试题都有两种或两种以上解法,有的甚至达六种之多.本书还注意到培养学生理论和实验二者都须兼备的能力和素质,所以专设了实验篇,对竞赛实验题也提供了多种解答方案.

每道题解前都设有思路点拨,点明解题的突破口,以便读者能理清问题头绪,明确问题解决的关键所在.以利学生提高分析问题和解决问题的能力,积累解题经验.

本书所涉及的试题范围广,选材新,兼顾了试题的难易,兼顾高考和竞赛,内容全面充实,是近年来竞赛辅导资料中一本不可多得的好书.

由于编者水平所限,书中难免有不当之处,敬请广大读者批评指正!

目 录

前 言

一、力学篇	1
二、热学篇	103
三、电学篇	153
四、光学、原子物理学篇	215
五、实验篇	253

一、力学篇

1-1 一质点沿 x 轴作直线运动,其速度 v 随时间 t 的变化关系如图 1-1 所示,设 $t=0$ 时,质点位于坐标原点 O 处,试根据 $v-t$ 图分别在图 1-2 及图 1-3 中尽可能准确地画:

1. 表示质点运动的加速度 a 随时间 t 变化关系的 $a-t$ 图;
2. 表示质点运动的位移 x 随时间 t 变化关系的 $x-t$ 图.

(第 14 届全国中学生物理预赛试题)

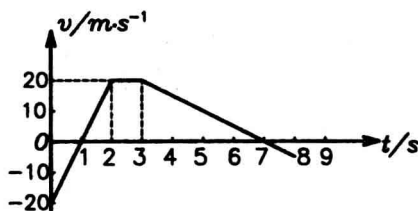


图 1-1

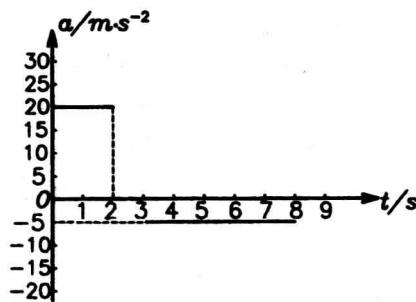


图 1-2

【思路点拨】 ①根据 $v-t$ 中图线特点按时间顺序分段处理及图线斜率等于加速度,图线与横轴所围面积等于位移;②根据匀变

速直线运动的图线在 $v-t$ 图象中是倾斜直线、在 $a-t$ 图中是平行于 t 轴的直线、而在 $x-t$ 图中是抛物线, ③根据匀变速直线运动两个

$$\text{基本公式} \begin{cases} v_t = v_0 + at \\ s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \end{cases}$$

【解法 1】 定性定量相结合:

0~1s 内从原点沿 x 轴负方向匀减速直线运动, 加速度 $a_1 = k_1 =$

$$\frac{0 - (-20)}{1 - 0} = 20 \text{ m/s}^2, 0 \sim 1 \text{ s 内位}$$

$$\text{移 } x_1 = \frac{-20 \times 1}{2} = -10 \text{ m}; 1 \text{ s} \sim 2 \text{ s}$$

内从 x_1 处向 x 轴正方向匀加速直线运动, $a_2 = 20 \text{ m/s}^2$ 、0~2s 内位

移 $x_2 = 0$; 2s~3s 内从原点 O 沿

轴正方向匀速直线运动, $a_3 = 0$, 0

~3s 位移 $x_3 = 20 \text{ m}$; 3s~7s 内从 x_3 处沿 x 轴正方向减速直线运

动 $a_4 = -5 \text{ m/s}^2$, 0~7s 内位移 $x_4 = 60 \text{ m}$; 7s~8s 内从 x_4 沿 x 轴负

方向匀加速运动, $a_5 = -5 \text{ m/s}^2$, 0~8s 内位移 $x_5 = 57.5 \text{ m}$. 根据匀变速运动在 $a-t$ 图中图线平行于 t 轴和在 $x-t$ 图中图线是抛物线的特点可在图 1-2. 图 1-3 中画出相应图线.

【解法 2】 解析法: 由 $v-t$ 图知 $v(t)$ 分段函数为:

$$v = \begin{cases} -20 + 20t & t \in [0, 2] \\ 20 & t \in (2, 3] \\ 35 - 5t & t \in (3, 8] \end{cases}$$

由 $v_t = v_0 + at$ 得 $a(t)$ 分段函数为:

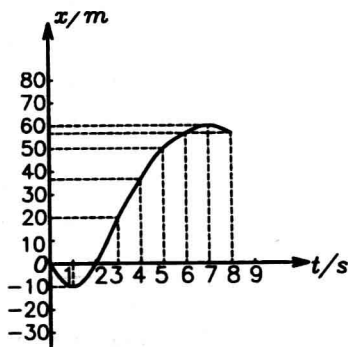


图 1-3

$$a = \begin{cases} 20 & t \in [0, 2] \\ 0 & t \in (2, 3] \\ -5 & t \in (3, 8] \end{cases}$$

由 $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ 得 $x(t)$ 分段函数为:

$$x = \begin{cases} 10(t-1)^2 - 10 & t \in [0, 2] \\ 20(t-2) & t \in (2, 3] \\ -\frac{5}{2}(t-7)^2 + 60 & t \in (3, 8] \end{cases}$$

由 $a(t)$ 分段函数及 $x(t)$ 分段函数可画图 1-2、1-3 图线.

1-2 一木板竖直地立在车上, 车在雨中匀速行进一段给定的路程, 木板板面与车前进方向垂直, 其厚度可忽略, 设空间单位体积中的雨点数目处处相等, 雨点匀速竖直下落, 下列诸因素中与落在木板面上雨点数量有关的因素是

- A. 雨点下落速度 B. 单位体积中雨点数
C. 车行进的速度 D. 木板的面积

(第 12 届全国中学生物理预赛试题)

【思路点拨】 从雨点落到板面上的过程分析雨点落在木板上的雨点数量只与木板扫过的体积有关.

【解法 1】 由于空间单位体积的雨点数目处处相等, 雨点匀速下落时整体竖直向下匀速平移, 相当于空间分布着不动的雨点, 所以木板在雨点通过一段路程的过程中能碰到的雨点数等于单位体积的雨点数乘以木板扫过空间的体积, 所以与雨点下落速度及车行进的速度无关而与单位体积中的雨点数及木板面积有关.

选项 B、D 正确.

【解法 2】 从雨点相对木板运动的角度考虑, 以木板为参照物, 雨点相对木板运动的水平分速度与木板对地速度等大反向, 竖直分速度就是雨对地的竖直速度. 设木板相对于地面的速度方向

水平向右,大小为 v_x ,雨点对地匀速下落速度为 v_y ,则雨点相对于木板运动的速度 v 方向与水平方向成 α 角,如图 1-4, $v_x = v \cos \alpha$, $v_y = v \sin \alpha$,图中 ab 直线代表木板平面,则能打在木板上的雨点是底面积为木板面积,倾角为 α 的斜柱体内的所有雨点,而斜柱体高度就是木板水平通过的路程 L . 因此能打在木板上的雨点数只与

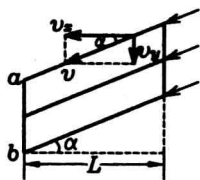


图 1-4

斜柱体的体积和单位体积内的雨点数有关. 从而选项 B、D 正确.

1-3 蚂蚁离开巢沿直线爬行,它的速度与到蚁巢中心的距离成反比,当蚂蚁爬到距巢中心 $L_1 = 1\text{m}$ 的 A 点处时,(见图 1-5)速度是 $v_1 = 2\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$,试问蚂蚁从 A 爬到距巢中心 $L_2 = 2\text{m}$ 的 B 点所需的时间为多少?

【思路点拨】 可以利用微元法:即将 AB 间距分成很小的 n 等份. 则在任一等份内蚂蚁的运动可看成是匀速运动,但在各等份中运动的速度大小不同,将蚂蚁各等份爬行时间相加为所求的时间. 也可以用图象法,由于速度与蚂蚁到巢中心距离成反比可取 $\frac{1}{v}$ 为纵轴,距离巢中心距离 x 为横轴,图线所围面积为时间.

【解法 1】 将蚂蚁巢中心定为坐标原点 O , OA 连线即为 x 轴,则坐标 x 处蚂蚁速度可表示为: $v = k/x = L_1 v_1 / x$

即
$$\frac{1}{v} = \frac{x}{L_1 v_1}$$

将 A 、 B 连线分成 n 等份如图 1-5 所示,每份长 $\Delta x = (L_2 - L_1)/n$,对应的速度为 $v_1, v'_1, v'_2, \dots, v'_{n-1}, v_2$,当 n 很大时,每小段的运动可看成匀速运动,由 A 到 B 所需的总时间为:

$$T = \frac{\Delta x}{v_1} + \frac{\Delta x}{v'_1} + \frac{\Delta x}{v'_2} + \dots + \frac{\Delta x}{v'_{n-1}} + \frac{\Delta x}{v_2}$$

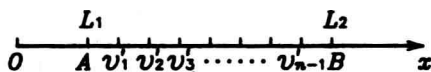


图 1-5

$$\text{因为 } \frac{1}{v'_1} = \frac{1}{v_1} \left(1 + \frac{\Delta x}{L_1}\right) \quad \frac{1}{v'_2} = \frac{1}{v_1} \left(1 + \frac{2\Delta x}{L_1}\right) \quad \frac{1}{v'_3} = \frac{1}{v_1} \left(1 + \frac{3\Delta x}{L_1}\right)$$

.....

所以 $\left\{\frac{1}{v}\right\}$ 为一等差数列, 故:

$$T = \frac{L_2 - L_1}{n} \cdot \frac{\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v'_{n-1}}\right)n}{2} = \frac{L_2 - L_1}{2} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v'_{n-1}}\right)$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $v'_{n-1} \approx v_2$

$$\therefore T = \frac{L_2 - L_1}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right) = \frac{L_2^2 - L_1^2}{2L_1 v_1}$$

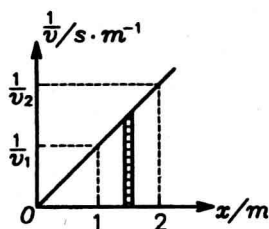
代入数据得 $T = 75s$

【解法 2】 因蚂蚁运动的速度 v 与蚂

蚁离巢的距离 x 成反比, 故 $\frac{1}{v} \propto x$, 作 $\frac{1}{v} - x$

图象如 1-6 所示, 图线为一条通过原点的直线, 将 AB 连线分成相等的足够小 n 段,

每一小段的时间 $\Delta t_i = \frac{\Delta x}{v_i}$, 其数值近似对应



着 $\frac{1}{v} - x$ 图像中矩形的面积, 当 $n \rightarrow \infty$ 时,

矩形面积之和即等于梯形面积, 故蚂蚁从 A 到 B 的时间

$$T = \frac{\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)(L_2 - L_1)}{2} = \frac{L_2^2 - L_1^2}{2L_1 v_1} = 75s$$

1-4 如图 1-7 所示物体 A 置于水平面上, A 前固定一滑轮 B , 高台上有一定滑轮 D , 一根轻绳一端固定在 C 点再绕过 B 、 D ,

BC 段水平, 当以恒定水平速度 v 拉绳上的自由端时, A 沿水平面前进, 求当跨过 B 的两段绳子的夹角为 α 时, A 的运动速度.

【思路点拨】 要确定某时刻两点间的瞬时速度关系通常先分析足够短时间 Δt 内两点的位移情况, 而后利用瞬时速度公式求得, 这种方法称极限法. 另外还可以利用滑轮装置不损功的原理.

【解法 1】 设经过 Δt 时间物体 A 运动到 A' , 如图 1-7 使 $DE = DB'$, 连 $B'E$, 则当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $B'E \perp BD$ 这样绳子自由端 P 右移的距离为 $\Delta s = \overline{BB'} + \overline{BB'} \cos \alpha = BB' (1 + \cos \alpha)$, 则 $v_A = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{BB'}}{\Delta t}$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\overline{BB'}}{\Delta t} (1 + \cos \alpha) \right]$$

$$= (1 + \cos \alpha) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{BB'}}{\Delta t}$$

$$\therefore v = (1 + \cos \alpha) v_A$$

$$v_A = \frac{v}{1 + \cos \alpha}$$

【解法 2】 从能的角度, 拉自由端 P 输入能量的瞬时功率为 P_1 , 通过定滑轮 D 作用于物体对应的瞬时功率为 P_2 , 由于定滑轮不损功, 则 $P_1 = P_2$, 设作用于 P 的拉力为 T , 则

$$P_1 = Tv, \quad P_2 = Tv_A + Tv_A \cos \alpha$$

$$\therefore Tv = Tv_A + Tv_A \cos \alpha$$

$$v_A = \frac{v}{1 + \cos \alpha}$$

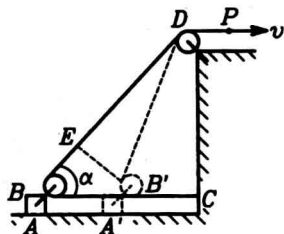


图 1-7

1-5 相距 20m 的两小球 A 、 B 沿同一直线同时向右运动, A 球以 2m/s 的速度做匀速运动, B 球以 -2.5m/s^2 的加速度做匀减速运动, 如图 1-8 所示, 求 B 球的初速度 v_B 为多大时, B 球恰能追赶上 A 球?

(第3届全国中学生力学竞赛试题)

【思路点拨】 此题属“追及”问题,其过程是 B 球追赶离它 20m 远的 A 球,而 A 球以恒定速度运动,只要 B 球的速度大于 A 球速度, A 、 B 两球间的距离将越来越小. 当 B 球速度等于 A 球速度时若恰能追上,之后 B 球速度会小于 A 球速度,它们之间的距离又会越来越大. 可以用公式法和图象法进行求解.

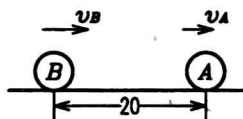


图 1-8

【解法 1】 当 B 球恰好能追上 A 球,应有 $v'_B = v_A$, 所需时间 t

$$= \frac{v'_B - v_B}{a} = \frac{v_A - v_B}{a} \quad (1)$$

A 、 B 两球 t 时间内位移 $S_A = v_A t = v_A \frac{v_A - v_B}{a}$ (2)

$$S_B = \frac{v'^2_B - v_B^2}{2a} = \frac{v_A^2 - v_B^2}{2a} \quad (3)$$

又 $\because S_B = S_A + 20$ (4)

②③代入④整理得: $v_B^2 - 4v_B - 96 = 0$

$$v_B = 12\text{m/s}, v_B = -8(\text{舍去})$$

$\therefore B$ 球的初速度 $v_B = 12\text{m/s}$ 时, 恰好能追上 A .

【解法 2】 先在 $v-t$ 图中分别作出 A 、 B 球运动图线如图 1-9 所示, 两图线相交于 F , t_0 时刻刚好追上, t_0 时刻之前 $v_B > v_A$, B 追 A 越来越近, t_0 时刻之后 $v_A > v_B$, B 落后 A 越来越远.

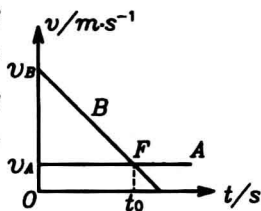


图 1-9

$$\therefore \begin{cases} t_0 = \frac{v_B - v_A}{|a|} \\ 20 = \frac{1}{2}(v_B - v_A)t_0 \end{cases}$$

则 $20 = \frac{(v_B - v_A)^2}{2|a|}$ 代入数据得:

$$v_B = 12 \text{ m/s}$$

1-6 顶杆 AB 可在竖直槽 K 内滑动, 其下端由凸轮 M 推动, 凸轮绕 O 轴以角速度 ω 转动, 如图 1-10, 在图示的瞬时, $OA = r$, 凸轮轮缘与 A 接触处法线 n 与 OA 之间的夹角为 α , 试求此瞬时顶杆 AB 的速度.

(第 11 届全国中学生物理预赛试题)

【思路点拨】 相关物系的速度一般有三种解法: ① 可根据物系相关速度关系; ② 由相对运动知识; ③ 极限法.

【解法 1】 因为接触物系在接触面法线方向的分速度相同, 切向分速度在无相对滑动时亦相同, 杆 AB 的速度 $\vec{v}_A$ 可分解为沿接触面法向分速度 $\vec{v}_n$ (如图 1-11), 凸轮边杆接触点速度 $r\omega$ 沿接触法线分速度也为 $\vec{v}_n$, 由几何关系有:

$$r\omega \sin \alpha = v_A \cos \alpha$$

$$\therefore v_A = r\omega \tan \alpha$$

【解法 2】 根据相对运动知识顶杆 AB 对地速度 $\vec{v}_A$ 等于杆对凸轮的速度 $\vec{v}_1$ 和凸轮上接触点对地速度 $\vec{v}_2$ 的矢量和 (如图 1-12).

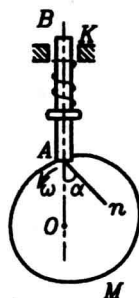


图 1-10

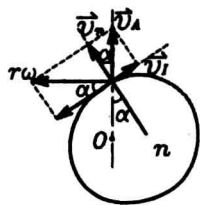


图 1-11

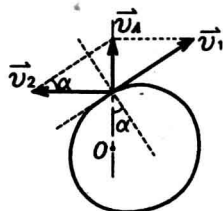


图 1-12

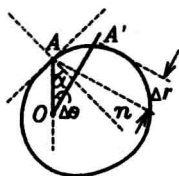


图 1-13

$$\therefore v_2 = r\omega,$$

$$\therefore v_A = r\omega \tan \alpha$$

【解法 3】 设 t 时刻顶杆与凸轮的接触点为 A , 经很短时间 Δt , 接触点为凸轮上的 A' 点, OA 与 OA' 夹角为 $\Delta\theta$ 如图 1-13 则

$$\Delta r = r(t + \Delta t) - r(t) = r\Delta\theta \cdot \tan \alpha$$

$$\begin{aligned} \therefore v_A &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = r \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \cdot \tan \alpha \\ &= r\omega \tan \alpha \end{aligned}$$

1-7 如图 1-14 所示, 两直杆交角为 θ , 交点为 A . 若两杆各以垂直于自身的速度 v_1 和 v_2 沿纸面运动, 则交点 A 的速度大小为多大?

(第 2 届全国中学生力学初赛试题).

【思路点拨】 一种方法根据速度的定义求解. 设在时间 t 内, a 杆发生的位移为 $AM = v_1 t$, b 杆发生的位移为 $AN = v_2 t$, 则两杆交点在时间 t 内位移

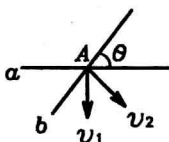


图 1-14

为 AA' , 如图 1-15 所示. 根据速度大小 $v = \frac{AA'}{t}$ 求得. 另一种方法根据运动的合成求解. 不要把两杆运动速度与两杆交点速度混淆.

【解法 1】 设经时间 t , a 、 b 杆位置如图 1-15 所示, 则 $AM = v_1 t$, $AN = v_2 t$, $AA' = vt$. 在三角形 ABA' 中, 由数学知识可得

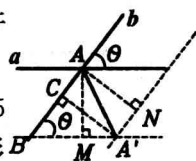


图 1-15

$$\overline{AB} = \frac{\overline{AM}}{\sin \theta} = \frac{v_1 t}{\sin \theta}$$

$$\overline{A'B} = \frac{\overline{AN}}{\sin \theta} = \frac{v_2 t}{\sin \theta}$$

$$\therefore \overline{AA'^2} = \overline{AB^2} + \overline{A'B^2} - 2 \overline{AB} \cdot \overline{A'B} \cos \theta = \left(\frac{v_1 t}{\sin \theta} \right)^2 + \left(\frac{v_2 t}{\sin \theta} \right)^2 -$$

$$2 \frac{v_1 v_2 t^2 \cos \theta}{\sin^2 \theta}$$

$$(vt)^2 = \left(\frac{v_1 t}{\sin \theta}\right)^2 + \left(\frac{v_2 t}{\sin \theta}\right)^2 - 2 \frac{v_1 v_2 t^2 \cos \theta}{\sin^2 \theta}$$

$$\therefore v = \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \theta}$$

【解法 2】 根据运动的独立性, 设 a 不动, b 杆以垂直于自身的速度 v_2 运动, 则交点 A 沿杆 a 的运动速度为 $v_2' = v_2 / \sin \theta$. 如图 1-16 所示, 同理当 b 杆不动时, a 杆以垂直自身的速度 v_1 运动时, 交点 A 沿 B 杆运动的速度为 $v_1' = v_1 / \sin \theta$, 如图 1-17 所示.

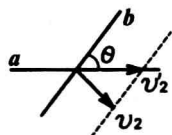


图 1-16

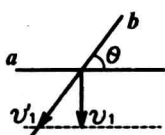


图 1-17

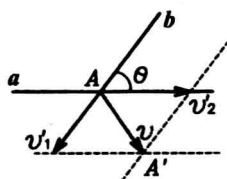


图 1-18

根据运动合成的知识可知, 当 a 、 b 杆同时都以垂直于自身速度运动时, 交点 A 的速度应为 $\vec{v} = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'$. 如图 1-18 所示, 即

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_1'^2 + v_2'^2 - 2v_1' v_2' \cos \theta} \\ &= \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \theta} \end{aligned}$$

1-8 一水枪需将水射到离喷口的水平距离为 3.0m 的墙外. 从喷口算起, 墙高为 4.0m, 若不计空气阻力, 取 $g = 10 \text{m/s}^2$, 求所需的最小初速度及对应的发射仰角. (1989 年高中理科试验班招生考试试题).

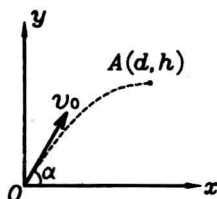


图 1-19

【思路点拨】 从喷口喷出的水流作斜抛

运动以喷口为原点建立图 1-19 所示坐标, v_0 方向与 x 轴夹角为 α 水流轨迹在坐标平面内, 取墙顶为 A 点, 其坐标为 (d, h) , 由斜抛运动规律位移关系式可求解. 也可以由速度关系式求解.

【解法 1】 水流作斜抛运动, 设水由喷口喷出到墙顶的时间为 t , 则

$$d = v_0 \cos \alpha \cdot t \quad (1)$$

$$h = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

由①式和②式消去 t 可得

$$h = d \tan \alpha - \frac{g d^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\text{而} \quad \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$

$$\text{所以} \quad h = d \tan \alpha - \frac{g d^2}{2 v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha)$$

$$\text{即} \quad \tan^2 \alpha - \frac{2 v_0^2}{g d} \tan \alpha + \frac{2 v_0^2 h}{g d^2} + 1 = 0 \quad (3)$$

③式是关于 $\tan \alpha$ 的二次方程, 其判别式

$$\Delta = \frac{4 v_0^4}{g^2 d^2} - 4 \left(\frac{2 v_0^2 h}{g d^2} + 1 \right)$$

当 $\Delta \geq 0$ 时, $\tan \alpha$ 有实数解, 所以

$$\frac{4 v_0^4}{g^2 d^2} - 4 \left(\frac{2 v_0^2 h}{g d^2} + 1 \right) \geq 0 \quad (4)$$

④式化简并配方可得

$$(v_0^2 - gh)^2 \geq (d^2 + h^2) g^2$$

$$v_0 \geq \sqrt{g \sqrt{d^2 + h^2} + gh}$$

将 $d = 3.0 \text{ m}$, $h = 4.0 \text{ m}$ 代入上式得

$$v_0 \geq 3 \sqrt{10} \text{ m/s}$$

所以 v_0 的最小值 $v_{0\min} = 3 \sqrt{10} \text{ m/s}$

此时判别式 $\Delta=0$, 所以从③式中可得

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{0\min}^2}{gd} = \frac{90}{10 \times 3} = 3$$

即 $\alpha = \operatorname{arctg} 3$

【解法 2】如图 1-20 v_0 方向与 x 轴夹角为 α , 根据斜抛运动规律有

$$d = v_x t$$

$$h = v_y t - \frac{1}{2} g t^2$$

由上两式可解得:

$$v_x = \frac{d}{t} \quad \text{①}$$

$$v_y = \frac{h}{t} + \frac{1}{2} g t \quad \text{②}$$

由①式和②式有

$$\begin{aligned} v_0^2 &= v_x^2 + v_y^2 = \left(\frac{d}{t}\right)^2 + \left(\frac{h}{t} + \frac{1}{2} g t\right)^2 \\ &= \left[\frac{\sqrt{d^2 + h^2}}{t} - \left(\frac{1}{2} g t\right)\right]^2 + g h + g \sqrt{d^2 + h^2} \end{aligned}$$

$$\text{当 } \frac{1}{2} g t = \frac{\sqrt{d^2 + h^2}}{t} \text{ 时则 } t^2 = \frac{2 \sqrt{d^2 + h^2}}{g} = \frac{2 \sqrt{3^2 + 4^2}}{10} = 1 \text{ s}^2 \quad \text{此时}$$

$$v_0^2 \text{ 有最小值且 } v_{0\min} = \sqrt{g \sqrt{d^2 + h^2} + g h}$$

$$\text{代入数据得 } v_{0\min} = 3 \sqrt{10} \text{ m/s}$$

$$\text{将 } t \text{ 代入①式有 } v_x = 3 \text{ m/s}$$

$$\text{而 } v_x = v_{0\min} \cos \alpha$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{v_x}{v_{0\min}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{故 } \operatorname{tg} \alpha = 3$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} 3$$

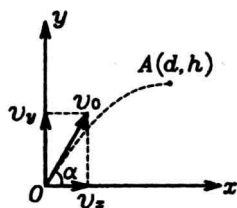


图 1-20