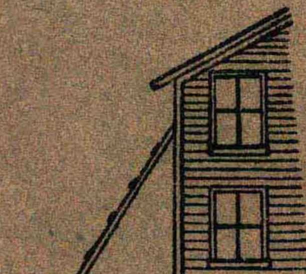
GRANVILLE
SMITH
MIKESH

葛氏
平面三角學題解

蔣伯蒼編演



世界書局發行

三角學

三角學爲數學中重要之一部門，其於測量學上之關係尤大。許多重要之測量學原理與方法，均須藉三角學之應用以完成之，故其重要自不待言。

中學生於學習代數學與幾何學之後，往往繼之以學習三角學；尤以理工科之學生，對三角學之研習尤爲着重。是以本書特在篇首附以學習上之心得，以供讀者參考。惟譯者才疏學淺，下述數端不過就個人學習上之經驗所及，略貢陋見而已。至於乖誤之處，在所難免，尙祈 指正是幸。

須熟習三角函數之性質與意義 三角函數者，三角中各邊互比之數値也。而三角學卽在表示三角形中角與邊互相依賴而變更之眞實性質，故學者對此三角函數必須首先熟習之 六個函數之特質如何？八邊之關係如何？在單位圓中六函數之變化又如何？各象限中六函數之化法有何不同？凡此種種，均爲三角函數重要之特質。學者對此必須熟習其方法，且須澈底明瞭其原理。庶幾隨時可加應用，以達融會貫通之目的。

須熟練三角函數表及對數表之檢查 三角函數之自然數値表爲三角學演算時重要之工具。對數表及三角函數之對數表亦均爲演算數値較大之習題中不可或少之工具。學

學習要點

者對此三表均應明瞭其應用，熟練其翻檢之方法。則遇題目中需用此種數值時，祇須在附錄中一翻卽得。此爲學習三角學基本之技能，學者不可不注意及之。

須熟記各種公式及恆等式　三角解析一章，爲三角學中最重要亦爲最有興趣之一章。在着手解析各種三角習題或證明各種恆等式時，必須應用各種公式及恆等式。此種公式及恆等式在本書第十章中均有詳細之表列，學者當熟讀牢記，並須明瞭其運用之方法，則在着手證明或解析三角式時方可得心應手，運用自如。而三角方程之題目，亦可迎刃而解矣！

須熟繪各種圖形及圖解　許多三角習題之解答，均須賴圖形以爲助。尤以證明某項定律時爲然　蓋其圖形不啻爲解答時之鎖鑰。祇須能繪出圖形，卽可獲得不少暗示，而此項定律之證明亦可由此種暗示而獲得不少容易。且有數種定理，可由繪出正確之圖形而獲得解答時之頓悟。於是數學之推理及思考，亦容易獲得門徑矣！

以上爲學習三角學時之個人心得，讀者若能秉此學習，循序漸進，或可有助於學習之進步焉！

例　　言

1. 本書係根據葛氏平面三角學 (Plane Frigonometry By W. A. Granville) 教本習題所編之題解，每一習題均予以精確詳細之解答.

2. 本書專供教師及學生於教授或演算時之參考.凡家居自修，預備應試，均可以將本題解作爲幫助，但僅爲一般學生在演算困難，思索不得之際，作爲指導，倘完全照書式直抄，以此依賴，放棄練習演算，實非編者向願.

3. 本書編制，分爲七章，每章習題依次解答，每一題解，重於提示，詳簡不一，凡採用世界版漢譯本及其他書局出版之漢譯本，本題解一概適用.

4. 本書在每習題前，均註明原書頁碼，使讀者便於查閱，(世界版譯本頁碼與原書頁碼同)，其他如排式醒目，印刷清晰，校對謹嚴，務期臻於完善，惟編印匆促，脫誤之處，尤恐難免，希國內各專家和讀者教正.

目　次

第 一 章

原本教科書頁數	習　題	本書頁數
7—9	1—27	1—8
10	1—15	8—10
13—14	1—22	10—11
15	1—3	11—13
21—25	1—76	14—36
26—27	1—6	36—38

第 二 章

原本教科書頁數	習　題	本書頁數
32—34	1—22	38—49
36—37	1—18	50—52
40—43	1—51	52—59
43	1—3	59—61
46—47	1—30	61—65
49—50	1—26	65—69
51—52	1—24	69—73
54	1—12	73—74
55—58	1—90	75—98

第 三 章

原本教科書頁數	習　題	本書頁數
64—65	1—10	98—103

原本教科書頁數	習題	本書頁數
67—68	1—17	104—111
71	1	111

第四章

原本教科書頁數	習題	本書頁數
78—80	1—33	112—120
81	1—6	121—122
82	1—6	122—123
82—83	1—30	123—129
84—88	1—39	130—142
91	1—6	143—144
94—96	1—14	145—150
102—103	1—17	153—158
109	1—10	160—165
111—112	1—18	167—172

第五章

原本教科書頁數	習題	本書頁數
114—116	1—45	174—179
118—119	1—18	179—182
122—123	1—28	183—185
124—125	1—12	186—187
126—127	1—8	187—189
127—128	1—10	189—190
132—133	1—35	190—198
134	1—16	199—201
135—136	1—18	201—206
139	1—3	207

原本教科書頁數	習　題	本書頁數
141—144	1—50	207—212
145	1—4	212
147—148	1—30	213—216
152—155	1—55	217—244
157—159	1—24	244—261
162—163	1—24	262—274
167—169	1—28	275—304
171—173	1—24	304—326
175—176	1—22	327—335
177	1—3	336—341
178—179	1—4	345—346
180	1—3	347—348
181—182	1—8	348—354

第　六　章

186—187	1—18	355—359
188—189	1—14	360—363
191—192	1—14	363—366
193	1—4	366—368
194—196	1—19	368—374
200—202	1—26	374—385
204—208	1—80	385—408
211—214	1—64	408—428
216—217	1—14	429—433
221—223	1—36	433—447

原本教科書頁數	習題	本書頁數

第七章

229—230……………………1—8……………………448—450

230—235……………………雜 題……………………451—487

最新葛氏三角學題解

第　一　章

習　題

原本第7—9頁

下列各題皆限於直角三角形,答案之次序爲 sine, cosine, tangent:

1. 設 $a=8, b=15$; 求 A 角諸函數.

[解] $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{64+225}=\sqrt{289}=17.$

$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{8}{17};\qquad \csc A=\frac{c}{a}=\frac{17}{8};$$

$$\cos A=\frac{b}{c}=\frac{15}{17};\qquad \sec A=\frac{c}{b}=\frac{17}{15};$$

$$\tan A=\frac{a}{b}=\frac{8}{15};\qquad \cot A=\frac{b}{a}=\frac{15}{8}.$$

2. 設 $b=5, c=13$, 求 B 角諸函數.

[解] $a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12.$

$$\sin B=\frac{b}{c}=\frac{5}{13};\qquad \csc B=\frac{c}{b}=\frac{13}{5};$$

$$\cos B=\frac{a}{c}=\frac{12}{13};\qquad \sec B=\frac{c}{a}=\frac{13}{12};$$

$$\tan B=\frac{b}{a}=\frac{5}{12};\qquad \cot B=\frac{a}{b}=\frac{12}{5}.$$

3. 設 $a=0.6, b=0.8$; 求 B 角諸函數.

[解] $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{0.36+0.64}=\sqrt{1}=1.$

$$\sin B=\frac{b}{c}=\frac{0.8}{1}=0.8;\qquad \csc B=\frac{c}{b}=\frac{1}{0.8}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4};$$

$$\cos B=\frac{a}{c}=\frac{0.6}{1}=0.6;\qquad \sec B=\frac{c}{a}=\frac{1}{0.6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3};$$

$$\tan B=\frac{b}{a}=\frac{0.8}{0.6}=\frac{4}{3};\qquad \cot B=\frac{a}{b}=\frac{0.6}{0.8}=\frac{3}{4}.$$

4. 設 $b=2,\ c=\sqrt{11}$；求 A 角諸函數.

［解］ $a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{11-4}=\sqrt{7}.$

$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{77}}{11};\qquad \csc A=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{77}}{7};$$

$$\cos A=\frac{b}{c}=\frac{2}{\sqrt{11}}=\frac{2\sqrt{11}}{11};\qquad \sec A=\frac{c}{b}=\frac{\sqrt{11}}{2};$$

$$\tan A=\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{7}}{2};\qquad \cot A=\frac{b}{a}=\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}.$$

5 設 $a=5,\ c=7$；求 B 角諸函數.

［解］ $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{49-25}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}.$

$$\sin B=\frac{b}{c}=\frac{2\sqrt{6}}{7};\qquad \csc B=\frac{c}{b}=\frac{7}{2\sqrt{6}}=\frac{7\sqrt{6}}{12};$$

$$\cos B=\frac{a}{c}=\frac{5}{7};\qquad \sec B=\frac{c}{a}=\frac{7}{5}=1\frac{2}{5};$$

$$\tan B=\frac{b}{a}=\frac{2\sqrt{6}}{5};\qquad \cot B=\frac{a}{b}=\frac{5}{2\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{6}}{12}.$$

6 設 $a=p,\ b=q$；求 A 角諸函數.

［解］ $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{p^2+q^2}.$

$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}}=\frac{p\sqrt{p^2+q^2}}{p^2+q^2};\qquad \csc A=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{p^2+q^2}}{p};$$

$$\cos A=\frac{b}{c}=\frac{q}{\sqrt{p^2+q^2}}=\frac{q\sqrt{p^2+q^2}}{p^2+q^2};\qquad \sec A=\frac{c}{b}=\frac{\sqrt{p^2+q^2}}{q};$$

$$\tan A=\frac{a}{b}=\frac{p}{q};\qquad \cot A=\frac{b}{a}=\frac{q}{p}.$$

7 設 $a=\sqrt{m^2+mn},\ c=m+n$；求 A 角諸函數.

［解］ $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{(m+n)^2-(\sqrt{m^2+mn})^2}$

$=\sqrt{m^2+2mn+n^2-m^2-mn}=\sqrt{mn+n^2}=\sqrt{n(m+n)}.$

$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{\sqrt{m^2+mn}}{m+n};$$

$$\cos A=\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{n(m+n)}}{m+n};$$

$$\tan A=\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{m^2+mn}}{\sqrt{n(m+n)}}=\frac{\sqrt{m(m+n)\cdot n(m+n)}}{n(m+n)}$$

$$=\frac{\sqrt{mn(m+n)^2}}{n(m+n)}=\frac{(m+n)\sqrt{mn}}{n(m+n)}=\frac{\sqrt{mn}}{n};$$

$$\csc A=\frac{c}{a}=\frac{m+n}{\sqrt{m^2+mn}}=\frac{(m+n)\sqrt{m^2+mn}}{m(m+n)}=\frac{\sqrt{m^2+mn}}{m};$$

$$\sec A=\frac{c}{b}=\frac{m+n}{\sqrt{n(m+n)}}=\frac{(m+n)\sqrt{n(m+n)}}{n(m+n)}=\frac{\sqrt{n(m+n)}}{n};$$

$$\cot A=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{n(m+n)}}{\sqrt{m(m+n)}}=\frac{\sqrt{mn(m+n)^2}}{m(m+n)}=\frac{(m+n)\sqrt{mn}}{m(m+n)}$$

$$=\frac{\sqrt{mn}}{m}.$$

8. 設 $\sin A=\frac{3}{5}$, $c=200.5$；求 a.

［解］ $\because$ $\sin A=\frac{a}{c}=\frac{3}{5}$, 而 $c=200.5$.

$\therefore$ $\frac{a}{200.5}=\frac{3}{5}$, $5a=601.5$, $a=120.3$.

9. 設 $\cos A=0.44$, $c=30.5$；求 b.

［解］ $\because$ $\cos A=\frac{b}{c}=0.44$, 而 $c=30.5$.

$\therefore$ $\frac{b}{30.5}=0.44$, $b=0.44\times30.5=13.42$.

10. 設 $\tan A=\frac{11}{3}$, $b=\frac{27}{11}$；求 c.

［解］ $\because$ $\tan A=\frac{a}{b}=\frac{11}{3}$, 而 $b=\frac{27}{11}$.

$\therefore$ $\frac{a}{\frac{27}{11}}=\frac{11}{3}$, $a=\frac{11}{3}\times\frac{27}{11}=9$.

$$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{81+\left(\frac{27}{11}\right)^2}=\sqrt{\frac{10530}{121}}=\frac{9}{11}\sqrt{130}.$$

11. 設 $\tan B=k$, $a=r$; 求 c.

[解] $\because$ $\tan B=\dfrac{b}{a}=k$, 而 $a=r$.

$\therefore$ $b=kr$, $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{r^2+k^2r^2}=r\sqrt{1+k^2}$.

12. 若 $b=2a$, 求 A 角諸函數.何故 a 與 b 均不見於答案中?

[解] $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2+4a^2}=\sqrt{5a^2}=a\sqrt{5}$.

$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{a}{a\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5};$$

$$\cos A=\frac{b}{c}=\frac{2a}{a\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5};$$

$$\tan A=\frac{a}{b}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2};$$

$$\csc A=\frac{c}{a}=\frac{a\sqrt{5}}{a}=\sqrt{5}.$$

$$\sec A=\frac{c}{b}=\frac{a\sqrt{5}}{2a}=\frac{\sqrt{5}}{2};$$

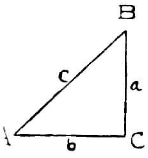
$$\cot A=\frac{b}{a}=\frac{2a}{a}=2.$$

因 $c=a\sqrt{5}$, 故在每一函數中, a 皆可約去;故答案之中無 a 及 b.

13. 一直角三角形之斜邊，爲一腰之三倍. 求對此腰之角之諸函數.何故此答案與此腰之長無關?

[解] $c=3a$, $b=\sqrt{(3a)^2-a^2}=\sqrt{9a^2-a^2}=\sqrt{8a^2}=2\sqrt{2}a$.

$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{a}{3a}=\frac{1}{3};$$



$$\cos A=\frac{b}{c}=\frac{2\sqrt{2}a}{3a}=\frac{2}{3}\sqrt{2};$$

$$\tan A=\frac{a}{b}=\frac{a}{2\sqrt{2}a}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4};$$

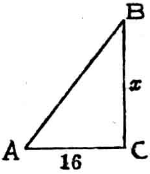
$$\csc A=\frac{c}{a}=\frac{3a}{a}=3;$$

$$\sec A=\frac{c}{b}=\frac{3a}{2\sqrt{2}a}=\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4};$$

$$\cot A=\frac{b}{a}=\frac{2\sqrt{2}a}{a}=2\sqrt{2}.$$

因 $b=2\sqrt{2}a$，故每一函數中，a 皆可約去，故答案與此腰之長無關。

14. 設一直角三角形之一腰爲16，而對此腰之角之餘切爲$\frac{3}{4}$；則其他一邊之長爲何？



[解]　$b=16$，$\cot B=\frac{3}{4}$，$a=x$.

$$\cot B=\frac{a}{b}=\frac{x}{16}.$$

$$\frac{x}{16}=\frac{3}{4},\quad 3x=64,\quad x=12\frac{1}{3}.$$

15. 設 $A=30^\circ$，$a=25$；求 c，B 及 b.

[解]　$B=90^\circ-A=90^\circ-30^\circ=60^\circ$.

$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{25}{c}\ \text{或}\ \sin A=\sin 30^\circ=\frac{1}{2}.$$

$$\frac{25}{c}=\frac{1}{2},\quad c=25\times 2=50.$$

$$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{\overline{50}^2-\overline{25}^2}=\sqrt{2500-625}=\sqrt{1875}=25\sqrt{3}.$$

16. 設 $B=30^\circ$，$c=48$；求 b，A 及 a.

[解]　$A=90^\circ-B=90^\circ-30^\circ=60^\circ$.

$$\cos A=\frac{b}{c}=\frac{b}{48}\ \text{或}\ \cos A=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}.$$

$$\frac{1}{2}=\frac{b}{48},\quad 2b=48,\quad b=24.$$

$$a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{\overline{48}^2-\overline{24}^2}=\sqrt{2304-576}=\sqrt{1728}=24\sqrt{3}.$$

17. 設 $B=45^\circ$，$b=20$；求 c，A 及 a.

［解］ $A=90^\circ-B=90^\circ-45^\circ=45^\circ.$

$$\cos A=\frac{b}{c}=\frac{20}{c} \text{ 或 } \cos A=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{20}{c},\ \sqrt{2}c=40,\ c=\frac{40}{\sqrt{2}}=20\sqrt{2}.$$

$$a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{(20\sqrt{2})^2-20^2}=\sqrt{800-400}=\sqrt{400}=20.$$

18. 若一腰為他腰之 $\sqrt{3}$ 倍，則此直角三角形之二銳角各為若干度？

［解］ $a=1,\ b=\sqrt{3}\ \ c=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2.$

$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{1}{2}.\quad A=30^\circ,\quad B=90^\circ-30^\circ=60^\circ.$$

19. 一直角三角形，若其斜邊為一腰之 $\sqrt{2}$ 倍，則其銳角各為若干度？

［解］ $a=1,\ c=\sqrt{2},\ b=\sqrt{(\sqrt{2})^2-1^2}=\sqrt{2-1}=\sqrt{1}=1.$

$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{1}{\sqrt{2}}.\quad A=45^\circ,\quad B=90^\circ-45^\circ=45^\circ.$$

20. 設 $\sec B=\frac{2}{3}\sqrt{3}$ 及 $c=480$，求 B, A, a 及 b.

［解］ $B=30^\circ,\ A=90^\circ-30^\circ=60^\circ.$

$$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{a}{480} \text{ 或 } \sin A=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a}{480},\quad 2a=480\sqrt{3},\quad a=240\sqrt{3}.$$

$$\cos A=\frac{b}{c}=\frac{b}{480} \text{ 或 } \cos A=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}.$$

$$\frac{1}{2}=\frac{b}{480},\quad 2b=480,\quad b=240.$$

21. 設 $A=30^\circ;\ 45^\circ;\ 60^\circ$. 求 $\sin^2A+\cos^2A$ 之值.

［解］ $A=30^\circ$: $\sin^2 A+\cos^2 A=(\sin 30^\circ)^2+(\cos 30^\circ)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1.$

$$A=45^\circ:\ (\sin 45^\circ)^2+(\cos 45^\circ)^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{2}{4}+\frac{2}{4}=1.$$

$$A=60^\circ:\ (\sin 60^\circ)^2+(\cos 60^\circ)^2=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=1.$$

22. 試證 $\cos 60^\circ=2\cos^2 30^\circ-1$.

［證］ $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$,

$$2\cos^2 30^\circ-1=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-1=2\times\frac{3}{4}-1=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}.$$

23. 試證 $\tan 30^\circ=\dfrac{\sec 60^\circ}{(\sec 60^\circ+1)\csc 60^\circ}$.

［證］ $\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$$\frac{\sec 60}{(\sec 60^\circ+1)\csc 60^\circ}=\frac{2}{(2+1)\times\frac{2\sqrt{3}}{3}}=\frac{2}{3\times\frac{2\sqrt{3}}{3}}=\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

24. 表下列諸函數，以其餘角之函數：

(*a*) $\tan 30^\circ$.

［解］ $\tan 30^\circ=\cot(90^\circ-30^\circ)=\cot 60^\circ$.

(*b*) $\cos 20^\circ$.

［解］ $\cos 20^\circ=\sin(90^\circ-20^\circ)=\sin 70^\circ$.

(*c*) $\sec 81^\circ$.

［解］ $\sec 81^\circ=\csc(90^\circ-81^\circ)=\csc 9^\circ$.

(*d*) $\sin 33^\circ 33'$.

［解］ $\sin 33^\circ 33'=\cos(90^\circ-33^\circ 33')=\cos 56^\circ 27'$.

(*e*) $\csc 72^\circ 17.4'$.

［解］ $\csc 72^\circ 17.4'=\sec(90^\circ-72^\circ 17.4')=\sec 17^\circ 42.6'$.

25. 試證：

(*a*) $\sin 32^\circ-\cos 58^\circ=0$.

［證］ $\because\ \cos 58^\circ=\sin(90^\circ-58^\circ)=\sin 32^\circ$.

$\therefore\ \sin 32^\circ-\cos 58^\circ=\sin 32^\circ-\sin 32^\circ=0$.

(*b*) $\csc 12^\circ+\sec 78^\circ=2\csc 12^\circ=2\sec 78^\circ$.

［證］ $\because\ \csc 12^\circ=\sec(90^\circ-12^\circ)=\sec 78^\circ$.

$\therefore\ \csc 12^\circ+\sec 78^\circ=\sec 78^\circ+\sec 78^\circ=2\sec 78^\circ$.

$\because\quad \sec 78^\circ=\csc(90^\circ-78^\circ)=\csc 12^\circ.$

$\therefore\quad \csc 12^\circ+\sec 78^\circ=\csc 12^\circ+\csc 12^\circ=2\csc 12^\circ.$

26. 設 $\sin 2A=\cos 3A$, 求此直角三角形之銳角 A 及 B.

［解］ $\because\quad \sin 2A=\cos 3A$ 或 $\sin 2A=\sin(90^\circ-3A)$.

$$2A=90^\circ-3A,\quad 5A=90^\circ.$$

$$\therefore\quad A=18^\circ,\quad B=90^\circ-18^\circ=72^\circ.$$

27. 若 $\tan(30^\circ-x)=\cot(30^\circ+3x)$, 則此銳角 x 之值爲何?

［解］ 設 $\tan(30^\circ-x)=\cot(30^\circ+3x)$,

或 $\tan(30^\circ-x)=\tan(90^\circ-30^\circ-3x)$.

$$30^\circ-x=60^\circ-3x,\quad 2x=30^\circ.$$

$$\therefore\quad x=15^\circ.$$

習　　題

原本第 10 頁

用第 11 頁上表 A, 求下列函數之數值:

1. $\sin 28^\circ$.

［解］ $\sin 28^\circ=0.4695$.

2. $\tan 42^\circ$.

［解］ $\tan 42^\circ=0.9004$.

3. $\cos 67^\circ$.

［解］ $\cos 67^\circ=0.3907$.

4 $\cot 81$.

［解］ $\cot 81^\circ=0.1584$.

5. $\sec 3^\circ$.

［解］ $\sec 3^\circ=1.0014$.

6. $\tan 73^\circ$.

［解］ $\tan 73^\circ=3.2709$.

7. $\csc 46^\circ$.

［解］ $\csc 46^\circ=1.3902$.

8. $\cos 46^\circ$.

［解］ $\cos 46^\circ=0.6947$.

9. 應用表 A, 證實第 4 頁上之定理.

［證］ 看表 A, $\sin 42^\circ$ 之函數等於 $\cos 48^\circ$ 之函數; $\cot 36^\circ$ 之函數卽等於 $\tan 54^\circ$ 之函數. 所以第 4 節之定理,一銳角之函數等於其餘角函數無不適合也.

10. 直角三角形之斜邊常長於其腰. 試應用此理說明何種函數常小於 1? 何種常大於 1? 何種非小於 1 卽大於 1? 用表 A 證實之.

［證］ 因正弦,餘弦之函數爲腰長比斜邊,故恆小於 1. 如表 A 中, $\sin 85^\circ=0.9962$, $\cos 1^\circ=0.9998$.

因正割, 餘割之函數爲斜邊比腰長, 故其函數恆大於 1. 如表

A 中，$\sec 34° = 1.2062$, $\csc 69° = 1.0711$.

其餘正切，餘切之函數可小於 1 或大於 1；0° 至 45° 時正切之函數小於 1；而餘切之函數恆大於 1. 如 $\tan 37° = 0.7536$, $\cot 37° = 1.3270$, 45° 至 90° 時適相反，如 $\tan 88° = 28.636$, $\cot 88° = 0.0349$.

11. 用表 A 說明當角之度數由 0° 增加至 90° 時，何種函數之數值增大？何種減小？

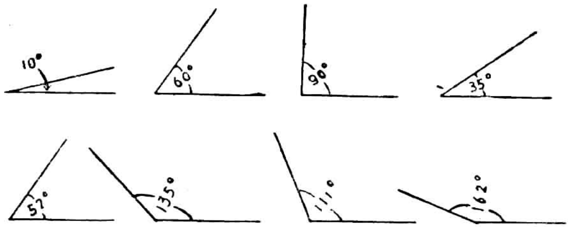
［解］ 從表 A 上觀察，得結果如下：

(1) 正弦 (sin), 正切 (tan), 正割 (sec) 之諸函數值爲增大.

(2) 餘弦 (cos), 餘切 (cot), 餘割 (csc) 之諸函數值爲減小.

12. 用量角器作下列諸角：10°; 60°; 90°; 35°; 57°; 135°; 111°; 162°.

［作法］ 先作一線，使線之一端與分角器底線之中點相合，然後在所需之角度分點畫一點，與端作連線卽得.



13. 作一三角形，用量角器測其三角．求角之和以驗所測之角正確否？

［作法］ 用三直線作成任意三角形，用量角器測量其角之度數，然後求三角之和，視其是否爲 180°.

14. 試以四位小數表 30°, 45° 及 60° 之函數值．以表 A 核對其結果.

［解］ $\sin A = \sin 30° = \dfrac{1}{2} = 0.5000.$

$$\sin A = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1.4142}{2} = 0.7071.$$

$$\sin A = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1.7321}{2} = 0.8660.$$