An abstract, three-dimensional geometric structure composed of translucent blue rectangular blocks, resembling a modern architectural design or a complex structural model, set against a dark blue background.

Structural Optimization  
— Exploration  
and Development

结构优化设计  
——探索与进展

王栋 著



國防工業出版社  
National Defense Industry Press

013024704

TU318  
59

# 结构优化设计

——探索与进展

Structural Optimization

—Exploration and Development

王栋 著



国防工业出版社



北航

C1632315

TU318

59

013054701

图书在版编目 (CIP) 数据

结构优化设计: 探索与进展 / 王栋著. — 北京:  
国防工业出版社, 2013. 3

ISBN 978 - 7 - 118 - 08447 - 4

I. ①结... II. ①王... III. ①结构设计-最优设计  
IV. ①TU318

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 003463 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 787 × 1092 1/16 印张 14 字数 311 千字

2013 年 3 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2050 册 定价 32.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010) 88540777

发行邮购: (010) 88540776

发行传真: (010) 88540755

发行业务: (010) 88540717

# 前 言

结构优化设计(Structural Optimization)是一门包含计算数学、计算结构力学以及工程学等诸多学科知识交叉与融合的综合性学科。自20世纪50年代以来,随着科学计算技术,特别是有限元计算技术和电子计算机软硬件的迅速发展,结构优化设计理论和算法得到巨大的进步和发展,并且越来越受到工程设计人员的普遍重视。在实际结构设计过程中,优化设计技术已经得到广泛的应用。本书是关于结构优化设计理论及其应用的学术著作,其中包括了大量的理论分析、推导和数值计算工作。

作者长期从事结构优化设计教学和相关课题的研究工作,对工程结构静、动力学形状优化设计、形状与尺寸组合优化设计、结构支承(撑)布局(位置和刚度)优化设计以及附加非结构集中质量位置动力学优化设计进行了系统的研究。对这些结构优化设计所涉及的对变量的一阶导数(灵敏度)计算公式和方法、结构优化设计准则进行了广泛而详细的分析。推导了灵敏度计算的理论公式,克服了以往认为设计变量一阶导数计算复杂的问题,从而极大地改善了结构优化设计的效率,完善了结构优化设计理论体系。本书便是这一时期教学经验和科研成果的积累和总结。

本书共分三部分。第一部分(第1章、第2章)简单阐述结构优化设计的基础知识,详细分析获得了几种典型有限单元的基本特性,如单元刚度、质量矩阵,基于离散有限元基本知识在空间总体坐标系中的表达公式等;同时也获得了单元刚度、质量矩阵对截面积和节点坐标的一阶导数计算公式,为随后进行的设计变量灵敏度分析和结构优化设计做必要的准备。由于有限元方法计算精度高、适应性强、计算格式规范统一,因此本书中的大部分优化工作都是建立在有限元理论基础之上。

第二部分(第3章~第6章)详细介绍结构静力学形状优化设计、形状与尺寸组合优化设计、结构支承位置优化设计基础理论知识,重点介绍作者提出的广义“渐进节点移动”优化方法。同时也详细推导了离散桁架结构的节点位移,相对结构形状控制节点的坐标(位置)或杆件截面积的一阶导数(灵敏度)计算公式,梁、薄板结构的变形相对支承位置的一阶导数,以及框架结构的内力(弯矩)相对节点坐标或支承位置一阶导数的计算方法和策略。

第三部分(第7章~第12章)详细介绍结构动力学优化设计的基础理论知识,分析了动力学约束的可行域和重频灵敏度的特性。优化设计了离散桁架结构的截面尺寸、形状及其组合,结构支承的位置和刚度,以及附加非结构集中质量位置等。利用

广义“渐进节点移动”优化算法,在灵敏度分析与计算的基础上,成功对以上结构进行了优化设计。

本书的研究工作先后得到了国家自然科学基金(50575181)、航空科学基金(03B53006, 2007ZA53002)和西北工业大学博士论文创新基金(200228)等项目的资助和大力支持,同时在此还要感谢西北工业大学教材出版基金对本书顺利出版给予的资助。作者特别感谢国防工业出版社在本书编辑出版过程中给予的帮助和支持。

由于作者的水平有限,书中难免会有一些不妥和错误之处,恳请读者不吝指正,以便提高作者的知识水平。

作者

2012年12月

# 目 录

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
1.1 结构优化设计概述 .....	1
1.2 结构优化设计数学模型 .....	3
1.3 结构优化设计分类 .....	5
1.4 结构优化设计主要方法 .....	7
1.4.1 数学规划法 .....	8
1.4.2 优化准则法 .....	8
1.5 结构动力优化设计 .....	8
1.6 本书的内容及安排 .....	10
<b>第 2 章 有限元法基础简介</b> .....	12
2.1 常用直杆单元 .....	12
2.1.1 二力杆单元 .....	12
2.1.2 直梁单元 .....	14
2.2 薄板弯曲单元 .....	17
2.2.1 基本理论 .....	17
2.2.2 矩形板弯单元(R-12) .....	19
2.3 坐标变换 .....	24
2.3.1 空间杆单元 .....	25
2.3.2 平面梁单元 .....	26
2.4 单元刚度和质量矩阵一阶导数计算 .....	26
2.4.1 对其中某一元素的导数 .....	27
2.4.2 对截面尺寸的导数 .....	27
2.4.3 对端点坐标的导数 .....	29
<b>第 3 章 桁架结构形状优化设计</b> .....	38
3.1 优化问题基本描述 .....	39
3.2 节点移动对位移约束的影响 .....	39
3.2.1 节点移动的灵敏度分析 .....	39
3.2.2 节点移动的灵敏度数 .....	41
3.2.3 单一工况下的多节点位移约束 .....	42
3.2.4 多工况、多节点位移约束 .....	43
3.3 库恩—塔克条件 .....	44
3.4 节点移动步长 .....	46

3.5	桁架结构形状优化算例	47
3.6	结构形状优化的局限性	52
	本章小结	53
<b>第4章</b>	<b>桁架结构形状与尺寸组合优化设计</b>	<b>55</b>
4.1	优化问题描述	56
4.2	优化算法	57
4.2.1	尺寸优化设计	57
4.2.2	形状优化设计	59
4.3	渐进优化设计步骤	60
4.4	组合优化算例	61
	附录 平面二杆桁架受力分析	67
	本章小结	68
<b>第5章</b>	<b>结构边界支承位置优化设计</b>	<b>69</b>
5.1	优化问题描述	70
5.2	节点位移相对支承位置的灵敏度分析	71
5.2.1	一般情况	71
5.2.2	梁单元的弹性支承	71
5.2.3	板单元的弹性支承	75
5.3	支承位置优化算法	78
5.4	支承位置优化算例	78
5.5	支承扭转刚度的影响	83
	附录 简支梁最优支承位置分析	85
	本章小结	86
<b>第6章</b>	<b>框架结构弯矩优化设计</b>	<b>88</b>
6.1	优化问题描述	89
6.2	灵敏度分析方法简介	89
6.3	弯矩的灵敏度分析	90
6.3.1	对支承位置坐标的一阶导数	91
6.3.2	对形状设计变量的一阶导数	93
6.4	优化设计步骤	96
6.5	弯矩优化算例	97
	本章小结	102
<b>第7章</b>	<b>结构动力优化设计</b>	<b>103</b>
7.1	结构动力优化中的约束	104
7.2	结构动力约束可行域研究	107
7.3	结构的模态参数灵敏度分析	108
7.3.1	固有频率灵敏度分析	109
7.3.2	固有振型灵敏度分析	110

7.3.3 重频灵敏度分析 .....	112
7.4 重频灵敏度特性分析 .....	114
7.5 重频灵敏度计算简例 .....	118
7.6 粘性阻尼下模态参数灵敏度分析 .....	125
本章小结 .....	128
<b>第8章 重频灵敏度分析结果的应用 .....</b>	<b>129</b>
8.1 频率灵敏度分析过程 .....	129
8.2 数值算例 .....	132
本章小结 .....	135
<b>第9章 桁架结构动力优化设计 .....</b>	<b>136</b>
9.1 固有频率灵敏度分析 .....	137
9.1.1 对杆件截面积的灵敏度 .....	137
9.1.2 对节点坐标的灵敏度 .....	138
9.2 优化问题数学模型 .....	140
9.3 优化算法描述 .....	141
9.3.1 增加频率 .....	141
9.3.2 减小频率 .....	142
9.3.3 库恩—塔克条件 .....	142
9.3.4 每次循环设计变量调整数量 .....	144
9.3.5 优化搜索步长 .....	144
9.4 多阶频率约束处理 .....	144
9.5 桁架结构优化算例 .....	145
本章小结 .....	157
<b>第10章 梁结构支承优化设计 .....</b>	<b>158</b>
10.1 固有频率相对支承设计参数的灵敏度分析 .....	159
10.1.1 频率对支承刚度的灵敏度 .....	159
10.1.2 频率对支承位置的灵敏度 .....	160
10.2 支承位置优化算法 .....	163
10.3 梁结构支承位置优化算例 .....	164
10.4 梁结构支承刚度优化设计 .....	166
10.4.1 梁振动分析 .....	166
10.4.2 最小刚度计算 .....	168
10.4.3 其他典型边界条件最小刚度计算 .....	171
10.5 增加高阶频率所需最小支承刚度 .....	172
10.6 边界条件对附加支承优化设计的影响 .....	173
10.6.1 位移函数的构建 .....	173
10.6.2 边界约束条件的影响 .....	175
10.7 支承扭转刚度对频率灵敏度的影响 .....	177
本章小结 .....	178

<b>第 11 章 薄板结构支承优化设计</b> .....	179
11.1 薄板振动微分方程 .....	179
11.2 固有频率对支承位置的灵敏度分析 .....	180
11.3 支承位置优化模型 .....	182
11.4 支承位置优化算例 .....	182
11.5 支承刚度优化分析 .....	186
11.6 支承刚度优化设计算例 .....	187
本章小结 .....	191
<b>第 12 章 集中质量位置优化设计</b> .....	193
12.1 频率对集中质量位置的灵敏度分析 .....	194
12.1.1 梁单元上附带一个集中质量 .....	194
12.1.2 薄板单元上附带一个集中质量 .....	197
12.2 频率对集中质量大小的灵敏度分析 .....	198
12.3 集中质量位置优化步骤 .....	199
12.4 集中质量位置优化算例 .....	200
12.5 集中质量转动惯性对频率灵敏度计算的影响 .....	205
本章小结 .....	209
<b>参考文献</b> .....	211

# 第1章 绪论

## 1.1 结构优化设计概述

优化设计的概念源自于人们的社会生产实践活动。当一个产品设计或一项工程结构设计未满足人们预先所期望的要求时,设计者往往会根据前人或自己的经验积累,遵循一定的“优化”思想和法则,采用各种各样的方法,不断改变设计模型和设计参数,借以改善产品或结构的性能指标,使设计效果达到最佳。

从数学上讲,优化就是求函数的极大值或极小值。这种极值问题可以是有约束的,即满足一定条件的极值问题,也可以是无约束的。但是这种无约束只是相对的,实际上并不存在绝对的无约束情况。对于工程结构而言,通常是在一定的性能约束条件下,按照特定的性能评价指标寻求最佳的设计方案。这里的评价指标可以是工程结构的造价、质(重)量、静力或动力性能以及响应等。通常,结构优化的定义是选取设计参数的一组值,使结构以最小的质(重)量完成所需的功能。

过去,由于缺乏理论分析作指导,在设计方案修改过程中,人们经常采用试凑的方法(Trials and Errors),或通过对若干种设计方案进行直接对比,最终选定“最优”的方案。这时,设计者的经验和直观判断就显得尤为重要,有时甚至依靠设计者的某种独特才智和灵感,才能使设计方案得到有效改进。因此有人把“优化”这项工作看成是一门“艺术”而非“技术”,认为无规律可循<sup>[1]</sup>。然而,这种仅凭设计者经验或灵感选优的方法,常常带有一定的盲目性和局限性。所选的“最优”设计,可能只是若干种设计方案中的较优者,有时甚至无法获得“最优”设计。

与传统优化设计方法不同,现代结构优化设计方法是建立在理论分析基础之上的科学技术<sup>[1]</sup>。它将结构分析、计算力学、数学规划方法、计算机科学和数值计算技术等学科融于一体,借助于科学的计算方法和工具,自动完成设计方案或模型的修改过程。因此,结构优化设计既是传统设计的扩展与延伸,也是现代创新设计领域中的重要核心技术与定量设计方法。它使得设计者由被动的分析校核,转变为主动的设计控制。随着优化理论和优化算法的不断发展和进步,结构分析和计算机技术已广泛应用于结构优化设计领域。这种优化设计方法把设计要求和设计目标,如结构体积、质量、位移、应力、应变、内力、频率、振型、频响函数等,都以数学公式的形式表达出来,并通过专门的计算机分析软件实现结构的优化设计。现代结构优化设计技术具有明确的数学理论基础、力学分析特点和优化设计准则,而设计者的经验似乎无从发挥作用。其实,结构优化设计仍然需要设计人员的经验和智慧。其经验主要反映在两个方面:①包含在优化设计软件开发中,即开发者将经验和才智置入软件之中;②使用者将优化设计经验体现在优化设计软件的使用过程中<sup>[2]</sup>。

结构优化设计技术,又称为结构综合技术,是目前工程结构设计领域中一个比较活跃的研究课题。由于它是结构分析的逆问题,是计算力学的进一步延伸和升华,因此在实际工程中有着广泛的应用前景和价值,吸引了世界上众多的科研人员致力于优化理论和优化技术的研究与开发<sup>[3]</sup>。自上世纪六十年代以来,经过大家多年不懈的努力和实践,结构优化设计已取得了非常丰硕的研究成果,优化技术已成为工程领域中一个强大的设计方法。为满足实际工程需要,许多商业化结构分析软件,如 Nastran、Ansys 等,都配有独立的优化设计模块。与此同时,人们还开发了许多通用的优化设计软件,如 DDDU<sup>[3]</sup>、SOP-SA<sup>[2]</sup>、BOSS - QUATTRO<sup>[4]</sup>等。

结构优化设计的主要方法是数学规划法和优化准则法两大类。数学规划方法理论基础比较强,适应性好,使用方便,几乎能处理各种类型的变量、约束条件、目标函数以及受力状况等。优化准则法虽然计算效率比较高,但它的通用性相对要差一些,对不同性质的问题需建立不同类型的优化准则,而且还需要优化设计人员有一定相关专业的基础知识。在解决实际问题时,两种方法都需要不断重复地计算约束函数、目标函数值,甚至还需要计算它们对设计参数的导数信息。对于大型复杂系统,这种重复计算有时可能需要成百上千次,导致优化设计过程持续时间很漫长,计算成本很高。此外,除非问题本身是一个凸规划,否则,这样得到结构优化设计,还不能保证一定是全局性的最优解。优化过程不得不从多个初始点重新开始,以便能够对各优化设计结果进行比较,最终获得全局最优解。

结构优化设计离不开结构的力学分析与计算。在一定外载荷作用下,根据结构的受力特点和规律,确定结构的最优设计模型或方案,使结构响应满足指定的设计规范要求。这些要求(或者说约束)包括:结构变形(刚度)、应力(强度)、固有振动频率、局部或总体稳定性以及材料利用率等诸多方面。在过去相当长的一个时期内,结构优化设计研究主要依靠变量微(积)分法或变分原理,创建优化设计必须满足的最终状态方程。虽然这种理论分析方法能够提供一般优化设计的通解,对深入理解和分析优化设计的结果和意义有很大帮助。但由于优化问题本身的多样性和复杂性,这种方法只能处理边界条件、受力状况以及结构形式都非常简单的问题。因此其研究范围和推广应用受到极大的限制。随着计算机技术的飞速发展和商用结构分析软件的广泛开发和利用,为结构优化设计研究和应用起到了极大的推动作用。现在,对于大型复杂结构的优化设计问题,完全可以借助有限元分析的强大数值计算功能来得到解决。同时也使许多独特的优化理论和优化算法得到广泛地应用。目前,结构优化设计仍处在快速发展阶段,还有许多理论和技术问题迫切需要解决。

有限元技术是目前工程结构设计非常强大的分析、计算工具。充分利用商业化有限元通用分析软件资源,如 Ansys 或 Nastran 等,完成结构的建模、力学分析计算和结果图形显示。通过二次开发技术,获取结构分析的计算结果,并完成设计变量的灵敏度计算、优化设计和模型修改等工作。采用这种策略所开发的程序,工作量小,结果可靠,且具有较强的可移植性。只要对程序接口略做改动,即可连接到其他有限元通用商业软件上。

本书主要引用作者近十几年的研究成果,所介绍的内容和算例侧重于优化原理在实际工程中的应用。受篇幅所限,有关的结构优化设计基本概念及其理论分析过程,这里只引用相关的结果,不再做详细的阐述和推导,有关的知识在其他一些相关书籍中都有详细

的介绍<sup>[1,5]</sup>。本书的内容是系统地介绍和分析一种简单实用、且行之有效的结构优化新算法,即广义“渐进节点移动法”(Generalized Evolutionary Node Shift Method)。该方法可以应用于结构静力学和动力学领域的多种优化设计问题,特别是结构的形状优化设计问题。优化目标或约束条件包括结构变形、弯矩、应力、应变、局部和总体失稳载荷、固有振动频率以及振型等。该优化算法以设计变量灵敏度计算与分析为基础,首先由灵敏度信息确定设计搜索方向。通过不断改进设计模型,使结构性能逐渐达到最优状态。在随后各章解决各种结构,如桁架、刚架、薄板等优化设计问题的同时,我们将逐渐揭示这种方法的基本概念、理论基础和实际应用特点。

## 1.2 结构优化设计数学模型

对于一个工程结构优化设计问题,首先必须用与结构的性能密切相关的基本设计参数,对结构进行数学建模。其中,有一部分设计参数是可变的,需要在优化求解过程中被确定。在这一部分参数中,只有线性独立的设计参数才被称为“设计变量”。优化的目的就是要在满足预先指定的限制条件中,寻找出这些设计变量的最佳组合。这些待定的设计参数可以是构件的长度、截面特性(如面积或惯性矩),膜、板壳的厚度,某些关键节点的坐标,一定设计区域内材料分布的存在与否,或是附加构件(附加集中质量或支承弹簧)的位置等。一般情况下,这些设计变量可以是连续变化的。然而,由于工程实际情况的限制,人们很少能得到真正意义上的连续变量。例如,杆件的截面形状和尺寸或板的厚度必须从一组预先定义的离散数值中(如材料表)选取。此时,设计变量是非连续变化的参数,这就极大地增加了问题的求解困难。包含离散变量的优化设计问题,分支定界法是实际工作中应用较多的方法之一<sup>[1,5]</sup>。为了降低求解工作的难度和复杂性,在大多数优化设计问题中,通常暂时不考虑设计变量的离散属性,先将其按连续变量处理<sup>[2]</sup>。

按照变量的性质,可以将设计变量分成五类:① 材料性能设计变量,如弹性模量  $E$ ; ② 构件尺寸设计变量,如杆件的横截面积  $A$ ; ③ 构件形状设计变量,如杆件的长度  $L$ ; ④ 结构形状设计变量,如结构构型控制节点的位置; ⑤ 结构拓扑设计变量。

在优化问题中,至少应有一个衡量设计效果优劣的函数,即优化设计所追求的目标函数。例如,航空结构通常将结构重量作为设计指标,以结构最轻为目标函数。同时,优化问题还可能有一个或几个对结构性能和设计变量实施限制的约束函数,保证结构设计完成后,能够正常发挥作用。例如,强度准则就是结构设计最基本的设计限制。约束函数可以是设计变量的线性或非线性函数,甚至还可能是设计变量的隐函数。实际结构优化问题所涉及的目标函数和约束函数,基本上都是设计变量的非线性函数,即非线性优化问题。目标函数和约束函数可以是下列项目之一:

- (1) 结构质(重)量、体积或造价;
- (2) 在规定的载荷条件下,结构指定点的变形或位移;
- (3) 在规定的载荷条件下,指定构件中的内力(轴力、弯矩或剪力)或应力;
- (4) 系统或构件的失稳载荷;
- (5) 系统的固有振动频率或振型的节点;

(6) 在规定的动载荷条件下,指定点的动态响应或某一频段内的频响函数值。

根据实际需求,以上几项的综合或某一项的函数也常出现在结构优化问题中。除了极简单的问题以外,一般情况下,有关结构的性能和响应,需要通过数值方法才能得到,而有限元法是最常用的数值分析方法。另外,如果优化设计只有一个目标函数,称为单目标优化问题。如果目标函数不止一个,则称为多目标优化问题。多目标优化可以求得一组解集。

最常见的单目标结构优化设计问题用数学公式表示如下:

寻求一组设计变量

$$\mathbf{X} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T \quad (1.1)$$

使目标函数

$$\min \quad \text{或} \quad \max \quad f(\mathbf{X}) \quad (1.2)$$

且满足约束条件

$$g_i(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \cdots, m) \quad (1.3)$$

$$h_i(\mathbf{X}) = 0 \quad (i = m + 1, \cdots, p) \quad (1.4)$$

$$x_j^l \leq x_j \leq x_j^u \quad (j = 1, \cdots, n) \quad (1.5)$$

式中:  $f(\mathbf{X})$  是目标函数;  $g_i(\mathbf{X})$  为不等式约束函数;  $h_i(\mathbf{X})$  为等式约束函数;  $\mathbf{X}$  是设计变量列向量;  $x_j^l$ 、 $x_j^u$  是设计变量  $x_j$  取值的下限和上限。

如果一个向量  $\mathbf{X} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T$  满足所有约束条件,则称其为可行解或可行点 (Feasible Design Point), 所有可行点组成的集合称为可行域 (Feasible Domain)。使目标函数值最小 (或最大) 的可行解就是最优解。

建立结构优化的数学模型,是将实际工程中的优化设计问题,转化为数学问题的一个非常重要的步骤。包括选择设计变量、确定目标函数、建立约束方程,充分反映设计方案的内容和特点等。结构性能 (态) 的约束条件一般如同式 (1.3) 所示的不等式方程。通常,不等式约束函数将由全体设计变量构成的空间,分为可行域和不可行域两部分。最优设计可能在某个约束的可行域内部,也可能在可行域的边界上。除了一些极简单的结构,通常结构的约束方程都难以用设计变量的显式表达。另外,设计变量之间也可能存在某种形式的联系,如保持结构的对称性等。不等式 (1.5) 表示的约束函数称为几何 (或边界) 约束 (Side Constraint), 可以代表对结构设计、制造、工艺甚至美学方面的某些特殊要求等。为了提高优化算法的效率,降低问题的规模和难度,几何约束往往在结构优化过程中被单独处理。此外,虽然结构的平衡、连续以及协调性条件没有直接显示在优化模型中,但它们在结构分析过程中必须首先得到满足。

由于目标函数与约束函数都是设计变量的函数,根据实际需要,有时可对它们进行互换。当对所追求的设计目标施加一定的限制并需要满足时,它将成为约束函数;相反,如果要寻求某个受约束的结构性能的极限值时,它即可成为目标函数。例如在结构动力学优化设计时,为了防止结构可能与外激励发生共振,可以在限定结构质量的条件下,寻求使结构的最低阶 (第一阶) 频率 (基频) 达到最大的设计。也可以寻求使结构的第一阶频率大于 (或小于) 某个特定值的最小质量设计。在结构拓扑优化设计时,

一般体积(或质量)是作为约束条件给定,结构的柔度(刚度的倒数)是设计的目标函数;也可以在给定变形(或柔度)条件下,寻求体积(或质量)最小的结构拓扑优化设计。

### 1.3 结构优化设计分类

如前节所述,结构优化问题主要依赖于目标函数、约束函数以及设计变量的类型,不同类型的设计变量需要用不同的数学方法来处理。根据设计变量的性质,结构优化设计一般划分为拓扑优化、形状优化和尺寸优化三个层次。依据问题的复杂程度,通常认为拓扑优化设计比形状优化和尺寸优化更具难度。

#### 1. 拓扑优化

在结构的初步设计阶段(如方案设计阶段),特别是复杂结构及部件的概念设计阶段,对于给定的优化目标和约束函数,拓扑优化可用来定性地描述最佳的结构构型(外形)设计,为进一步详细设计提供科学的依据。在新结构(或产品)开发过程中,若无先前的设计资料可以借鉴,则拓扑优化能起到非常重要的作用。因此,拓扑优化设计对理论界有很强的挑战性,对工程界也有很大的吸引力。在过去的几十年里,研究人员在拓扑优化方面做了许多工作,在某些领域已取得了很大的成就,理论及方法也日趋成熟。

对于离散杆系结构,如桁架或框(刚)架结构,拓扑优化需要确定结构最佳的传力路线,或者是最少的构件数量及其正确的连接形式,确定节点以及节点之间的杆件在空间的排列顺序。而对于连续体,拓扑优化要在给定设计区域内,对一定量(质量或体积)的材料进行合理配置和分布,使结构在给定载荷作用下,满足“最大刚度”准则要求。人们普遍认为拓扑优化比形状或尺寸优化效益更高,更能节省材料。从基(本)结构(Ground Structure)的角度看,低效的构件或材料将从设计区域内删除掉,使结构以最佳的布局方案传递外力<sup>[6]</sup>。连续体拓扑优化通常会在结构内部产生孔洞现象,如图 1-1 所示,因此拓扑优化也称为实体-孔洞(Solid-Empty)问题。拓扑设计变量代表材料的有或无,在优化过程中,它们只能取离散值 0 或 1。因此,理论上讲拓扑优化设计应采用分支定界技术求解<sup>[2]</sup>。

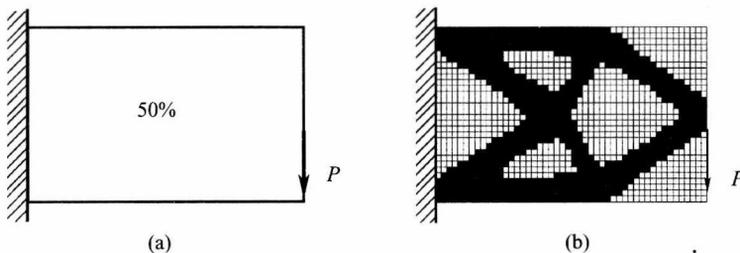


图 1-1 拓扑优化问题  
(a) 初始设计; (b) 最优设计。

从基结构的设计角度考虑,拓扑优化可以采用类似于尺寸优化的技术来处理。此时,只要允许构件尺寸取零值,然后自动删除即可,即从基结构中删除一些不必要的构件。然而,拓扑优化比尺寸优化要复杂得多。因为在优化过程中,设计变量的集合和有限元分析

模型都在不断改变, 先前删除的构件有可能还会回到结构中来。因此, 孔洞的数量、位置等都无法预先知晓, 必须不断地重新生成有限元网格, 并在某些局部区域自动进行网格细分。

## 2. 形状优化

结构形状优化设计, 可以用来确定连续体结构的内部或外部几何边界形状, 或两种材料之间的界面形状。也用来确定杆系结构(桁架或刚架)形状控制节点的位置, 而杆件的截面尺寸保持不变。形状优化属于可动边界问题, 其目的是为了改善结构内力传递路径, 以达到降低应力或应力集中, 提高结构的强度, 增加结构的刚度等。图 1-2(b) 所示为平面桁架结构图 1-2(a) 的形状优化设计。形状优化不改变结构原来的拓扑构型设计, 即不增加新的孔洞或节点, 也不允许有孔洞或节点重合而引起单元删除现象出现。在形状优化过程中, 结构性能或响应与设计变量之间一般呈现非线性关系, 使得形状优化过程中, 设计变量的灵敏度分析与计算存在一定的困难。因此, 迄今为止, 形状优化设计取得的理论和应用成果较少。

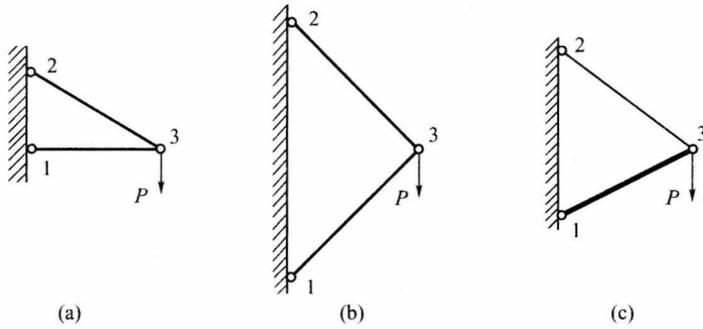


图 1-2 平面桁架结构

(a) 初始设计; (b) 形状最优设计; (c) 形状与尺寸优化设计。

另外, 还有一类优化问题已得到人们的普遍重视, 即结构支承(撑)或附加非结构集中质量位置的优化设计。众所周知, 支承的作用是用来固定结构, 防止结构产生过渡(刚体或弹性)位移和变形。结构与其边界支承一起, 构成一个完整的系统, 实现结构设计的基本功能。而附加非结构集中质量, 可代表结构所承载的设备、配重等。图 1-3 所示悬臂梁在  $B$  点附加一个点(铰)支承。结构支承或非结构集中质量位置的不同设计, 也能够极大地改善结构的力学性能。从力学分析角度来看, 可以把这些附加构件的作用作为一个施加在结构上的集中外力  $F_B$ ——支承反力或惯性力——来统一处理。外力  $F_B$  作用点

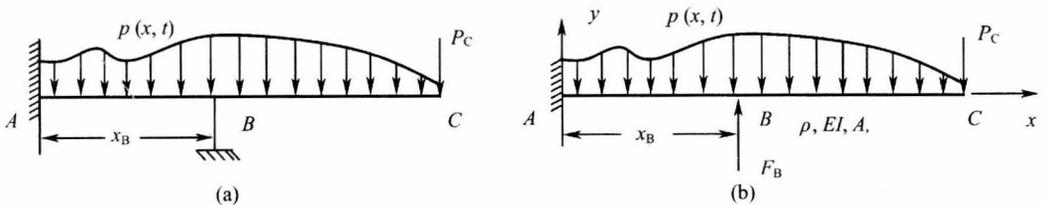


图 1-3 悬臂梁支承位置优化及受力分析示意图

(a) 结构图; (b) 受力图。

的位置  $B$  的优化设计,也属于结构形状优化设计范畴的问题。

### 3. 尺寸优化

结构尺寸优化中的设计变量一般是杆的横截面积、梁的截面惯性矩、板的厚度或是复合材料的分层厚度或铺层角度。通过调整构件的尺寸,从而达到优化设计的目的。与拓扑或形状优化相比,尺寸优化相对比较简单。因为在优化过程中,不需要有限元网格重新进行划分,而且设计变量与刚度矩阵一般是线性或简单的非线性关系。图 1-4 所示为桁架结构尺寸优化设计。经过众多研究者多年的不懈努力和研究,尺寸优化技术已经比较成熟。在尺寸优化中,设计变量可以是连续的,也可以是离散的。实际结构设计时,尺寸参数一般在某个离散集合之内选取。通常情况下,应将结构的形状和尺寸同时进行优化设计,图 1-2(c)所示为平面桁架结构图 1-2(a)的形状与尺寸同时优化设计。

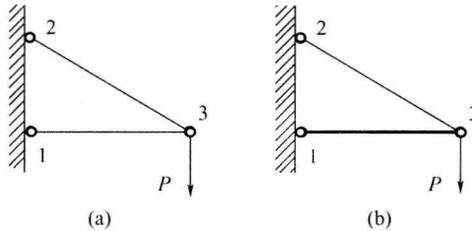


图 1-4 结构尺寸优化问题  
(a) 初始设计; (b) 最优设计。

有时,引入中间变量可以显著降低问题的非线性特性,如杆件截面积的倒数或其内力。引入中间变量也能使目标和约束函数的导数计算得到一定程度的简化,精度得以提高。这种技术对大型复杂结构优化设计非常实用。

根据结构所受外力的特点,结构优化设计可分为静力优化和动力优化。目前结构静力优化进展很快,研究成果较多。而结构动力优化,特别是在动载荷作用下,结构的动响应优化设计研究成果较少,结构动力学拓扑优化设计研究就更少。结构动力优化的应用和实际成效远落后于优化理论的发展。有关固有频率、振型、动力响应的灵敏度分析与计算、高度密集频率的动力学问题的分析和优化设计、大型复杂结构动力优化问题的建模和求解方法、基于动态特性设计的结构拓扑优化等,都极富有研究和应用价值。在航空航天、土木、桥梁等具有结构设计的工程部门,运用结构动力优化设计技术,必将带来巨大的经济效益<sup>[2]</sup>。

## 1.4 结构优化设计主要方法

数学规划法(Mathematical Programming, MP)和优化准则法(Optimality Criteria, OC)是求解优化问题最主要的两种方法。现有许多研究和应用,都是基于这两种方法解决优化设计问题。实际结构优化问题,通常都包含等式和不等式约束条件。多数情况下,优化设计问题无法得到理论解。因而只能采用数值解法,通过反复修改和调整模型,逐步逼近最优设计,这就需要花费一定的时间。而每一步迭代过程通常由两部分组成:① 结构分析与收敛性检验;② 修改模型参数获得一组新的设计变量值。从某种意义上来说,迭代次数

依赖于问题的复杂程度。每次迭代步长(修改量)也是有限的,因此非常费时,尤其是对动力优化问题。致使结构优化设计变得效率低、成本高。开发快速、高效的优化算法,也是结构优化设计研究的一项关键技术。

#### 1.4.1 数学规划法

数学规划法以规划理论为基础,它的数学关系的推导比较严谨,能在 $N$ 维设计空间内确定一个函数的极值(极大或极小值)。它对约束和目标函数的形式一般没有特别要求,因而比优化准则法有更广泛的适应性。但是,数学规划法计算量较大,对于多变量的结构优化问题,收敛太慢。数学规划法包括拉格朗日乘子法、可行方向法、共轭梯度法、牛顿法、序列线性规划法以及序列二次规划法等,各有优缺点<sup>[7]</sup>。这些方法都需要计算目标和约束函数的灵敏度信息,即目标函数和约束函数对每个设计变量的一阶导数值。有些算法(如牛顿法、序列二次规划法)甚至需要计算对设计变量的二阶导数值。另外,由于采用近似技术,而近似计算公式只在设计点附近才足够准确,因此这些算法一般对设计变量的每次修改量都施加一定的限制(Move Limit)。近年来,随机搜索法,如遗传算法和模拟退火法等得到人们的普遍重视,因为这些算法不需要计算目标和约束函数的导数信息,可以使优化设计问题得到一定程度上的简化。

对于一般的结构优化问题,可以采用有限差分技术简单代替设计变量的灵敏度分析。但是,如果设计变量很多,这样做的计算工作量非常巨大,而且计算结果受差分步长的影响很大,计算精度很难得到保证<sup>[1]</sup>。为了提高灵敏度计算精度,也可以采用半解析的方法近似计算灵敏度值。对一些简单的问题,通过结构力学分析,可以得到精确的一阶导数表达式,使得灵敏度计算变得简单、易行,而且不受设计变量规模的限制。经过一次有限元结构分析,即可计算得到全部设计变量的灵敏度值。

#### 1.4.2 优化准则法

准则设计法首先要建立直观的、可操作的设计变量必须遵循的优化准则,如满应力准则。许多优化准则是基于库恩-塔克(Kuhn-Tucker)优化设计条件推演得到。但也有些优化准则是根据力学的基本概念和工程经验建立起来的,如等强度设计准则、应变能密度一致准则等。通常认为优化准则法收敛快,要求结构重分析的次数一般与设计变量的数目没有太多关系,而且编程相对比较简单。但是对不同类型的优化设计问题,优化准则的形式各不相同,必须根据不同问题的性质,构造不同的设计迭代公式。近年来,优化准则法和数学规划法相互渗透、融合,吸收对方的优点,形成了相应的序列近似规划法,在结构优化设计中取得了很大的成功<sup>[1]</sup>。

### 1.5 结构动力优化设计

在动态载荷作用下,结构会发生随时间变化的弹性变形运动。这些运动可以用位移、应力、速度、加速度、频率、振型等物理量来描述,统称为结构的动态(力)响应。研究动态响应的问题,就称为结构动力学问题。如果动态外载荷的频率与结构的某一固有频率相等或很接近,即使外力很小,结构也会产生非常显著的振幅。从而引起结构内部很大的