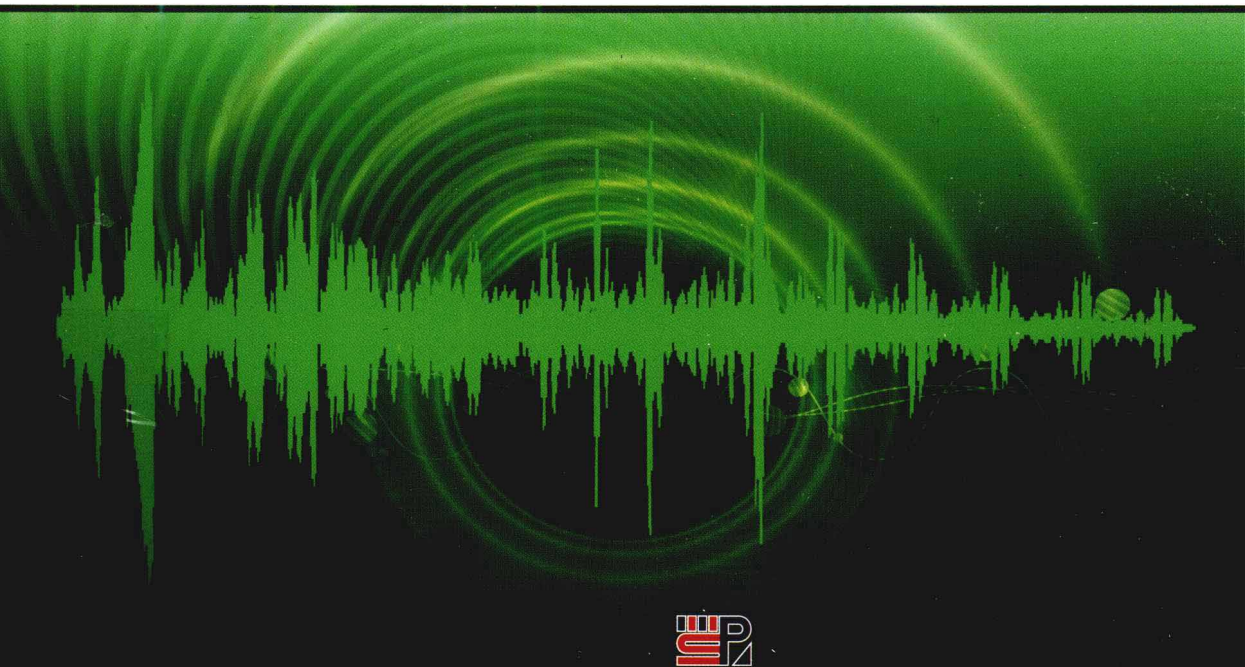


“十二五”国家重点图书出版规划项目

现代声学科学与技术丛书

# 颗粒介质中的声传播 及其应用

钱祖文 著



## 内 容 简 介

本书论述了颗粒介质(特别是体积分数较高的颗粒介质)中的声传播问题,详细地分析了流体中的固体颗粒、液体中的气体颗粒(气泡)以及固体中的异体颗粒(包括固体和流体散射颗粒)所产生的次级波场,重点探讨了颗粒之间的散射场、黏滞波场之间的多体、多次相互作用,进一步讨论了粒径分布以及颗粒的分形结构对声传播的影响,尝试性地研究了非线性散射问题。此外,书中还提议应用声学反演法来测量粒径分布和颗粒的体积分数等参数。研究结果可以应用于海洋物理和工程、冶炼技术、土壤沙漠地表监测和粮食保管等有关领域。

本书可供声学及其相关专业的研究生、高年级本科生及从事此领域工作的科研和工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

颗粒介质中的声传播及其应用/钱祖文著. —北京: 科学出版社, 2012

(现代声学科学与技术丛书)

“十二五”国家重点图书出版规划项目

ISBN 978-7-03-034978-1

I. ①颗… II. ①钱… III. ①颗粒-介质-声传播-研究 IV. ①O422

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 134128 号

责任编辑: 刘凤娟 / 责任校对: 宋玲玲

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 陈 敬

**科学出版社** 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

**源海印刷有限责任公司** 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2012 年 6 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2012 年 6 月第一次印刷 印张: 10 1/4

字数: 189 000

**定价: 46.00 元**

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

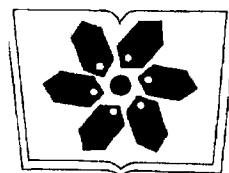
## 《现代声学科学与技术丛书》编委会

主    编：田  静

执行主编：程建春

编    委：（按姓氏汉语拼音排序）

|     |      |     |      |
|-----|------|-----|------|
| 陈伟中 | 陈  宇 | 邓明晰 | 侯朝焕  |
| 李晓东 | 林书玉  | 刘晓峻 | 吕亚东  |
| 马远良 | 钱梦騄  | 邱小军 | 孙  超 |
| 王威琪 | 谢菠荪  | 杨德森 | 杨士莪  |
| 张海澜 | 张仁和  | 张守著 |      |



中国科学院科学出版基金资助出版

# 前 言

浅层海洋沉积物、研磨矿浆、沙漠和土壤特性、水雾的产生与消失以及仓库中的粮食监测等方面的有关工作都需要测量其中颗粒的粒径分布等参数,而声学方法是测量这些参数的有力手段.到目前为止,已知的声学测量方法(设备)所根据的原理仅适用于体积分数(或浓度)很低的颗粒介质,没有考虑到颗粒之间的相互作用,而上面所提到的实际介质其体积分数都比较高,致使这些测量方法不能应用于这类介质.因此,实际应用者很需要一部有关高浓度颗粒介质中声传播方面的著作,但遗憾的是,迄今为止,在国内外的著作中,作者还没有找到一本书能够系统地讨论高浓度颗粒介质中的声传播问题.

本书的作者从20世纪70年代初期致力于这类介质中声传播问题的探索,系统地研究了其中声波、黏滞波的多体、多次相互作用,得到了有用的理论,有关主要结果经实验证实可行,因此我们有理由将它们进行总结并使之成为本书的主要内容.

本书共有12章,其中第1~4章主要讨论单个颗粒(包括气泡)所产生的次级场(包括散射波和黏滞波);第5~8章介绍了颗粒(包括气泡)之间的相互作用理论;第9~11章介绍了我们的理论在实际颗粒介质中的应用,利用分形学方法研究了颗粒形状不规则(非球形)的影响,使得到的理论结果可以应用于实际;所有的章节都讨论了颗粒分布的影响.在第9章和第10章中,我们对国外的有关工作做了适当的评论,第12章扼要地介绍了非线性散射问题.本书涉及的部分数学过程比较冗长以至于令人厌烦,因此,过分繁杂的数学推导过程以附录的形式给出.

为了强调研究工作的原始创新,书中对历史的叙述尽量追踪到原始知识的出处,至少要分清谁是这方面的原始创新者和谁是进一步的发展者.

限于水平和精力,书中难免出现不妥之处,还望同行不吝指正.

作 者

2012年2月

# 符 号 表

## 英文字符

|                  |                                                                                                                               |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $A$              | 矢量势, 它在球坐标中的分量为 $(A_r, A_\theta, A_\varphi)$ , 在方位对称的情况下矢量势表示为 $(0, 0, A)$ , 故在有关章节中将 $A_\varphi$ 简写为 $A$ .                   |
| $A_n^{(m)}$      | 第 $m$ 次散射解的第 $n$ 阶展开系数.                                                                                                       |
| ${}^s A_n^{(m)}$ | 任一个颗粒的散射展开系数, $m, n$ 的含义同上, 左上标 “s” 表明计及散射颗粒的相对位置, $s$ 粒子所产生的第一次散射波和矢量势, 其展开系数分别表示为 ${}^s A_n^{(1)}$ 和 ${}^s C_n^{(1)}$ ,     |
|                  | ${}^s A_n^{(1)} = A_n^{(1)} e^{ikr_{0s} \cos \vartheta_{0s}},$ ${}^s C_n^{(1)} = C_n^{(1)} e^{ikr_{0s} \cos \vartheta_{0s}}.$ |
| $B$              | 耗散函数.                                                                                                                         |
| $B_n$            | 球体以外散射 $P$ 波位移分量的正交展开系数.                                                                                                      |
| $b$              | 耗散系数, 如 $b_0$ .                                                                                                               |
| $b_{th}$         | 热耗散系数.                                                                                                                        |
| $b_{vis}$        | 黏滞耗散系数.                                                                                                                       |
| $b_{rad}$        | 辐射耗散系数.                                                                                                                       |
| $C$              | 广义力函数.                                                                                                                        |
| $C_p$            | 介质的定压克分子热容量.                                                                                                                  |
| $C_v$            | 介质的定容克分子热容量.                                                                                                                  |
| $c$              | 波速.                                                                                                                           |
| $c_0$            | 声波在介质中的 (均匀) 声速.                                                                                                              |
| $c_p$            | 纵波 (压缩波) 的波速.                                                                                                                 |
| $c_s$            | 横波 (切变波) 的波速.                                                                                                                 |
| $c_{v1}$         | 气体的定容比热.                                                                                                                      |
| $c_{p1}$         | 气体的定压比热.                                                                                                                      |
| $c^*$            | 等效复声速.                                                                                                                        |
| $D$              | 分维数.                                                                                                                          |
| $D_1$            | 热扩散系数.                                                                                                                        |
| $E$              | $E_p$ 和 $E_k$ 表示位能和动能.                                                                                                        |
| $G$              | $G = C_p - C_v$ , 普适气体常数.                                                                                                     |
| $h_n^{(1)}(x)$   | 宗量为 $x$ 的 $n$ 阶第一类球 Hankel 函数, 本书中简写为 $h_n(x)$ .                                                                              |
| $h_n^{(2)}(x)$   | 宗量为 $x$ 的 $n$ 阶第二类球 Hankel 函数.                                                                                                |
| $I_0$            | 入射声强.                                                                                                                         |
| ID               | 气泡幕的穿透系数.                                                                                                                     |
| IR               | 气泡幕反射系数.                                                                                                                      |

|              |                                                        |
|--------------|--------------------------------------------------------|
| $j_n(x)$     | 宗量为 $x$ 的 $n$ 阶球 Bessel 函数.                            |
| $K$          | 黏滞波的复波数、气泡的广义劲度.                                       |
| $k$          | 波数.                                                    |
| $k^*$        | 等效复波数.                                                 |
| $L$          | $L(v, \dot{v})$ 为拉格朗日函数, $v, \dot{v}$ 为广义坐标.           |
| $M$          | 运动的马赫数.                                                |
| $m$          | 质量, 如 $m_2$ 为气泡的广义质量.                                  |
| $N$          | 单位体积内的颗粒数目.                                            |
| $P_n(x)$     | 宗量为 $x$ 的 $n$ 阶 Legendre 多项式.                          |
| $p$          | 声压.                                                    |
| $p(\phi)$    | 以 $\phi$ 为自变量的分布函数.                                    |
| $Q$          | 目标函数, $Q(\phi)$ 为分布函数的方差 (其中 $\phi$ 是 phi 值).          |
| $R$          | 散射颗粒的半径.                                               |
| $r$          | 球坐标 $(r, \vartheta, \varphi)$ 的径向变量.                   |
| $T$          | 绝对温度.                                                  |
| $T(r_0)$     | 位于 $r_0$ 处散射体所对应的散射算子.                                 |
| $TL$         | 插入损失.                                                  |
| $U$          | 流体的内能.                                                 |
| $\mathbf{u}$ | 位移矢量.                                                  |
| $V_0^{(m)}$  | 第 $m$ 次等效入射波的作用下在散射颗粒中心所产生的运动速度.                       |
| $v$          | 速度标量, 在球坐标的情况下, $v_r$ 为法向速度分量, $v_\vartheta$ 为切向速度分量等. |
| $W_s$        | 散射声功率.                                                 |
| $W_\eta$     | 耗散功率.                                                  |
| $z$          | 如 $z = \beta R$ , $\beta$ 为黏滞波的波数, $R$ 为散射颗粒的半径.       |

## 希腊字母

|                |                                                              |
|----------------|--------------------------------------------------------------|
| $\alpha$       | 衰减系数、多方指数.                                                   |
| $\alpha_L$     | 不考虑相互作用时颗粒介质的声衰减系数, 下标 $L$ 表示 Lamb.                          |
| $\alpha_s$     | 计及散射相互作用和粒径分布时的声衰减系数.                                        |
| $\alpha_{sv}$  | 计及散射、黏滞波相互作用和粒径分布时的声衰减系数.                                    |
| $\beta$        | 黏滞波的波数.                                                      |
| $\beta^*$      | 等效复压缩率.                                                      |
| $\gamma$       | 气体的比热比.                                                      |
| $\gamma_0$     | 描述零阶相互作用的常数.                                                 |
| $\gamma_1$     | 描述一阶相互作用的常数.                                                 |
| $\gamma^{(n)}$ | $\gamma^{(n)} = [\gamma_0 A_0^{(n)} + \gamma_1 A_1^{(n)}]$ . |
| $\delta$       | 阻尼常数.                                                        |
| $\delta_{th}$  | 热阻尼常数.                                                       |
| $\delta_{vis}$ | 黏滞阻尼常数.                                                      |
| $\delta_{rad}$ | 辐射阻尼常数.                                                      |
| $\phi$         | 散射体粒径 $R$ 的 phi 值, 这里的 $R$ 是以 mm 为单位.                        |
| $\phi_n^{(m)}$ | 第 $m$ 次多体散射声场的合速度势, 本书中 $n = 1, 2$ .                         |

---

|                |                                                        |
|----------------|--------------------------------------------------------|
| $\varphi$      | 声波速度势或位移势, 球坐标的方位角.                                    |
| $\varphi_i$    | 入射波的势.                                                 |
| $\varphi_s$    | 次级波 (散射波) 的势.                                          |
| $\eta$         | 切变黏滞系数.                                                |
| $\kappa$       | 介质的压缩系数, $\kappa_s$ 为介质的等熵压缩系数; $\kappa_T$ 为介质的等温压缩系数. |
| $\kappa_1$     | 热传导系数.                                                 |
| $\lambda, \mu$ | 拉密系数.                                                  |
| $\nu$          | 黏滞率.                                                   |
| $\vartheta$    | 球坐标的极角.                                                |
| $\vartheta_1$  | 气体的温度变化.                                               |
| $\rho$         | 密度.                                                    |
| $\rho^*$       | 等效密度.                                                  |
| $\sigma$       | 散射体与它周围介质的密度比.                                         |
| $\sigma_s$     | 球形颗粒的散射截面.                                             |
| $\sigma_g$     | 球形颗粒的最大横截面.                                            |
| $\vec{\sigma}$ | 二阶应力张量, 分量为 $\sigma_{ij}$ .                            |
| $\varsigma$    | 体积黏滞系数.                                                |
| $\tau$         | 伴随坐标系中的时间变量.                                           |
| $\tau_N$       | 散射体的体积分数.                                              |
| $\omega$       | 角频率.                                                   |
| $\psi$         | 标量势, 位移势.                                              |
| $\psi_e^{(n)}$ | 散射体的第 $n$ 次等效入射场的势.                                    |

# 目 录

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| 绪论                            | 1  |
| 参考文献                          | 2  |
| 第 1 章 散射问题的陈述                 | 4  |
| 参考文献                          | 6  |
| 第 2 章 流体中刚性 (硬) 颗粒的散射         | 7  |
| 2.1 理想流体介质中不动的球形硬颗粒的散射        | 8  |
| 2.1.1 对于小颗粒, $kR \ll 1$       | 9  |
| 2.1.2 对于大颗粒, $kR \gg 1$       | 9  |
| 2.2 黏性流体中运动颗粒的声散射             | 10 |
| 2.3 黏性流体中运动颗粒所引起的声衰减          | 13 |
| 2.4 黏滞衰减与散射衰减                 | 15 |
| 参考文献                          | 15 |
| 第 3 章 气泡介质中的声传播 —— 单个气泡的振动与散射 | 17 |
| 3.1 单个气泡的小振幅振动                | 18 |
| 3.2 气泡中的能量耗散 —— 热耗散           | 20 |
| 3.2.1 热耗散                     | 21 |
| 3.2.2 气泡的全部体积变化               | 23 |
| 3.3 黏滞耗散和辐射“耗散”               | 26 |
| 3.4 理论与实验比较                   | 30 |
| 3.5 单个气泡的声散射                  | 31 |
| 参考文献                          | 34 |
| 第 4 章 固体中球形弹性颗粒的散射            | 35 |
| 4.1 波动方程                      | 35 |
| 4.2 平面波散射                     | 37 |
| 4.3 边界连续条件                    | 40 |
| 4.4 固体中的空腔散射                  | 43 |
| 4.5 流体中弹性散射体的散射               | 43 |
| 第 4 章 后记                      | 44 |
| 参考文献                          | 45 |

|                                          |    |
|------------------------------------------|----|
| <b>第 5 章 多体多次散射理论</b> .....              | 46 |
| 5.1 等效入射波 .....                          | 46 |
| 5.2 多体、多次散射理论 .....                      | 49 |
| 5.2.1 两个散射体的相互作用 .....                   | 49 |
| 5.2.2 三个散射体的相互作用 .....                   | 51 |
| 5.2.3 $N$ 个散射体的相互作用 .....                | 52 |
| 参考文献 .....                               | 54 |
| <b>第 6 章 气泡介质中的声传播多体、多次散射</b> .....      | 55 |
| 6.1 气泡介质中 (多体、多次) 相互作用理论 .....           | 55 |
| 6.2 同尺寸气泡的相互作用振动方程 .....                 | 58 |
| 6.3 不同尺寸气泡分布的影响 .....                    | 59 |
| 6.4 二相介质 .....                           | 60 |
| 参考文献 .....                               | 61 |
| <b>第 7 章 气泡幕中的声传播</b> .....              | 62 |
| 7.1 气泡幕的声反射和声穿透 .....                    | 62 |
| 7.2 气泡幕的插入损失和反射 .....                    | 63 |
| 7.3 产生气泡幕的方法 .....                       | 64 |
| 7.4 理论与实验比较 .....                        | 64 |
| 7.5 声学反演法测量气泡幕的有关性能 .....                | 66 |
| 7.6 结论 .....                             | 68 |
| 参考文献 .....                               | 68 |
| <b>第 8 章 流体中固体散射体的多体多次散射</b> .....       | 70 |
| 8.1 液体中固体粒子的多体、多次散射相互作用 .....            | 70 |
| 8.2 颗粒大小分布 .....                         | 74 |
| 8.3 散射波、黏滞波相互作用 .....                    | 79 |
| 8.3.1 单一粒径散射体问题 .....                    | 79 |
| 8.3.2 散射体具有粒径分布 .....                    | 84 |
| 参考文献 .....                               | 85 |
| <b>第 9 章 海洋浅层沉积物以及泥砂、矿砂介质中的声传播</b> ..... | 87 |
| 9.1 海洋浅层沉积物的颗粒分布 .....                   | 87 |
| 9.2 Hamilton 对海洋浅层沉积物测量数据的处理 .....       | 90 |
| 9.3 按照颗粒介质理论对数据处理作进一步讨论 .....            | 91 |
| 9.4 颗粒介质的分形修正 (形状不规则颗粒) .....            | 94 |
| 参考文献 .....                               | 98 |

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| 第 10 章 海洋浅层沉积物和砂土中的声速 .....          | 100 |
| 10.1 颗粒介质中的声速 .....                  | 100 |
| 10.2 海洋沉积物中的声速 .....                 | 102 |
| 10.3 砂堆中的声速 .....                    | 104 |
| 10.4 颗粒介质与孔隙介质 .....                 | 105 |
| 参考文献 .....                           | 106 |
| 第 11 章 液滴粒径和含水量的分析 .....             | 108 |
| 11.1 水雾中的声衰减 .....                   | 108 |
| 11.2 声学反演法测量水雾的颗粒分布和含水量 .....        | 108 |
| 参考文献 .....                           | 110 |
| 第 12 章 颗粒介质中的非线性散射初步 .....           | 112 |
| 12.1 硬颗粒的非线性偶极子振动 .....              | 112 |
| 12.2 颗粒介质中的非线性散射 .....               | 113 |
| 12.3 颗粒介质的黏滞系数 .....                 | 118 |
| 12.4 颗粒的非线性振动 .....                  | 119 |
| 参考文献 .....                           | 119 |
| 附录 1 球 Bessel 函数和 Legendre 多项式 ..... | 120 |
| 附录 2 平面波声强、散射截面和耗散功率 .....           | 122 |
| 附录 3 黏滞波的波动方程 .....                  | 127 |
| 附录 4 声波激励流体中颗粒的偶极运动 .....            | 129 |
| 附录 5 等效入射黏滞波展开式的证明 .....             | 131 |
| 附录 6 次级波有关量的计算 .....                 | 136 |
| 附录 7 形状不规则颗粒构成的介质中的声传播 .....         | 140 |
| 参考文献 .....                           | 141 |
| 附录 8 气泡散射的计算 .....                   | 142 |
| 附录 9 球坐标系统 .....                     | 145 |

## 绪 论

今后我们所讨论的介质是由主体 (背景介质) 和客体 (异物) 组成的, 其中被称为主体的介质可以是流体, 也可以是固体, 而包含于主体介质中的客体称为散射体, 将整个介质 (包括主体和散射体) 称为颗粒介质.

一列波在均匀的各向同性介质中传播时, 只要不碰到边界, 它将以“自由波”的形式继续向前传播. 如果介质中存在其他物体 (客体), 它们的波传播特性与其周围的主体介质有区别, 则介质中的声场除了原来入射的部分以外, 还出现了另外一部分, 前者称为入射波, 后者称为次级波 (包括散射波和黏滞波), 后者与前者叠加. 液体中的气泡、空气中的尘埃、海水中的浮游生物和悬浮泥沙甚至海洋浅层沉积物中的泥砂颗粒、仓库中的粮食以及被冶炼矿浆中的矿粒等都是非均匀体的实例. 由于散射体的散射改变了波场特性, 故需要对它进行专门研究并加以利用, 从而形成一门分支学科——(广义的) 声散射. 这里在声散射的前面加了“广义的”这个修饰词, 意思是它区别于经典的声散射. 如果我们将入射波当做原始波, 那么就将它在颗粒介质中所产生的其他波称为次级波, 而散射波只是其中的一部分.

瑞利研究了微小粒子对波的散射<sup>[1,2]</sup>, 并得到了散射光的强度反比于光波波长四次方的结果即所谓长波散射或瑞利散射. 众所周知, 可见光的波长是在  $400\sim 700\text{nm}$  范围, 而大气分子的大小是在十分之几纳米的范围, 粒子的大小比光波波长小  $2\sim 3$  个数量级, 故它对光的散射应当服从瑞利散射规律. 按照这个规律, 短波区的散射所能够达到的强度近似为长波区散射的 9 倍, 由此可以解释天空是蓝色的原因.

另一方面, 当散射体的大小越来越大大于波长时, 例如, 云中的水滴其粒径是  $\mu\text{m}$  或更大的量级, 大于可见光的波长, 它们对光的散射而言, 几何光学理论亦成立, 则散 (反) 射光强度依赖于波长的程度越来越弱, 故云中水滴对光的散 (反) 射越来越不依赖于波长, 致使人们看到云层的散射光越来越接近于太阳光的颜色 (白或灰白色).

从上面两个例子可见, 散射规律取决于波长与粒子大小的比例. 如用声波波长  $\lambda$  作为特征长度来划分, 散射可以分成 3 种情况: ① 当粒子的大小  $a$  远小于波长 ( $\lambda \gg a$ ) 时, 服从瑞利散射规律<sup>[3]</sup>; ② 当粒子的大小接近于波长的量级 ( $\lambda \propto a$ ) 时, 属于过渡区散射; ③ 当粒子的大小远大于波长 ( $\lambda \ll a$ ) 时, 服从几何散射规律. 在历史上研究这类问题存在两种方法, 第一种方法是分离变量和正交展开的数学方法, 它是将散射体近似地看作光滑的规范形状 (如球、椭球和柱等), 利用正交函数

展开的方法来处理散射问题,得到的结果是以级数和的形式来表示;第二种方法是将积分方程和正交展开方法相结合,藉此来研究散射问题,进一步化归代数方程组的形式来求解 ( $T$  矩阵)<sup>[4,5]</sup>.

对于规范体而言,第一种方法的典型处理结果是 Mie 散射解<sup>[2]</sup>. 当  $\lambda \gg a$  时 (情况①), 由 Mie 散射的级数解可以得到瑞利散射解, 并且收敛很快. 对于情况③可以用正交函数的大宗量近似化归几何反射的情况, 故对这两种情况下的研究比较容易. 但对于情况②来说, 若散射体是规范的标准体, 如果我们使用 Mie 散射级数解的方法来处理该问题, 那么级数收敛很慢, 为了保证收敛, 所取的项数要足够多. 当然, 在计算技术相当发达的今天, 这类计算已不构成太大的问题, 毫无疑问, 这时所需的计算时间比较长. 如果散射体的形状虽然不是规范的标准体, 但可以用光滑函数来描述它时, 则利用第二种方法来处理显然是方便的. 以上我们是用声波波长的尺度来观察散射体的, 由于所论介质中的耗散主要是由于黏滞, 故在这类介质中研究声衰减问题时, 我们必须要用黏滞波波长的尺度来观察颗粒的形状. 当我们用这一尺度观察散射体时, 如果它们的几何形状不是光滑的, 以至于需要用分形几何学来描述, 那么处理这类物体的散射则属于分形散射学的范畴<sup>[6-8]</sup>.

在均匀流体中出现一个不均匀体, 它对声波产生散射, 空间的场由入射场和次级波场两部分组成, 单个小尺度规范体散射问题的研究已颇为深入, 其解析解的形式也很干净利索. 如果空间存在多个散射体, 但相邻散射体之间的距离很大, 以至于它们之间的相互作用可以忽略不计, 则将这种由主体加散射体组成的集合称为稀悬浮体. 另一方面, 若这类介质中颗粒的体积分数较大, 以至于它们之间的相互作用不可忽略, 则将这种集合称为浓悬浮体. 在浓悬浮体中, 如果它们之间只存在单次相互作用, 我们将相应的问题称为多体一次散射问题; 若它们之间存在多次相互作用, 我们就将相应的问题称为多体、多次相互作用问题<sup>[9]</sup>. 自然界许多颗粒介质是浓悬浮体, 如海洋浅层沉积物、冶炼中的矿浆、气泡幕、沙漠以及地表的土壤等. 在进行有关问题的操作时, 我们需要知道其中的颗粒大小和分布、它们的体积分数等参数, 而声学方法是测量这些参数的有力工具, 因此本书将着重讨论浓悬浮体 (即体积分数较大的颗粒介质) 中的声传播问题.

本书还初步讨论了非线性散射问题<sup>[10,11]</sup>.

另外, 由于不同的学科领域对国外学者名字的中文译名存在差异, 故书中对于数学函数和物理方程等的名称 (如 Bessel 函数、Navier-Stokes 方程等其外文部分) 不加翻译.

## 参 考 文 献

- [1] [http://en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh\\_scattering](http://en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh_scattering).

- 
- [2] BORN M, WOLF E. Principles of optics. 7th (expanded) Ed. London: Cambridge University Press, 2001.
  - [3] RAYLEIGH L. The Theory of Sound. New York: Dover Publications, Inc., 1945.
  - [4] WATERMAN P C. Matrix formulation of electromagnetic scattering. Proc. IEEE, 1965: 805–812.
  - [5] WATERMAN P C. New formation of acoustic scattering. Jour. Acoust. Soc. Am., 1969, 45: 1417–1429.
  - [6] QIAN Z W. Fractal dimensions of sediments in nature. Phys. Rev. E, 1996, 53: 2304.
  - [7] QIAN Z W. Wave scattering on a fractal surface. J. Acoust. Soc. Am., 2000, 107: 260–262.
  - [8] QIAN Z W. Some applications of fractals in acoustics. Current Topic in Acoustical Research, 2003, 3: 101–107.
  - [9] 程建春, 田静. 创新与和谐 —— 中国声学进展. 北京: 科学出版社, 2008.
  - [10] “10000 个科学难题”物理学编委会. 10000 个科学难题 (物理学卷). 北京: 科学出版社, 2009.
  - [11] WANG D, QIAN Z W, et al. Nonlinear vibration of water droplets in atmosphere. 14th Nonlinear Acoustics. Nanjing: Nanjing University Press, 1996: 281–286.

# 第 1 章 散射问题的陈述

一列单频平面波在均匀各向同性介质 (以后称为主体介质或背景介质) 中传播时, 其数学表达式可以表示为

$$\varphi(x, t) = \varphi_0 e^{j\omega(t - \frac{x}{c_0})}$$

它满足波动方程

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1)$$

式中  $\omega$  是声波频率,  $c_0$  是声波在该介质中的声速. 对于流体介质, 声速可表示为

$$c_0 = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} \quad (1.2)$$

式中  $P$  和  $\rho$  分别为压力和密度. 如果介质的状态可用这两个热力学变量来描述, 则声速为

$$c_0 = \sqrt{\frac{1}{\rho\kappa}} \quad (1.3)$$

式中  $\kappa$  为介质的压缩系数, 若声波传播过程是绝热的, 则  $\kappa = \kappa_s$ ,  $\kappa_s$  为介质的等熵压缩系数; 若声波传播过程是等温的, 则  $\kappa = \kappa_T$ ,  $\kappa_T$  为介质的等温压缩系数.

若主体介质是各向同性的固体, 其中传播的波有纵波 (压缩波) 和横波 (切变波), 它们的波速分别为

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (1.4)$$

和

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (1.5)$$

式中  $\lambda$  和  $\mu$  分别为各向同性主体介质的两个拉密系数,  $\rho$  为主体介质的密度.

当主体介质中出现散射体时, 后者的有关物理参数与主体介质不同, 用通常的数学物理方法处理这类边界值问题, 可以得到严格的相应解答; 但从效果上来看, 我们可以认为这时局部区域的介质声速发生了改变, 即

$$c = c_0 + \Delta c \quad (1.6)$$

式中  $\Delta c$  是该局部区域介质声速的变化量. 因为声波传播满足波动方程

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (1.7)$$

将 (1.6) 式代入 (1.7) 式有

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{(c_0 + \Delta c)^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \approx \nabla^2 \varphi - \frac{1}{c_0^2} \left( 1 - 2 \frac{\Delta c}{c_0} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0$$

或者

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \approx - \frac{2}{c_0^2} \frac{\Delta c}{c_0} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1.8)$$

这个结果表明, 在包含散射体的介质中, 波动方程成为非齐次的, 即成为有源问题, 这个源的强度正比于  $\frac{\Delta c}{c_0}$ , 从而构成散射的散射源. 在这样的情况下, 介质中传播的除了入射波  $\varphi_i$  以外, 还有次级波 (散射波)  $\varphi_s$ , 即

$$\varphi = \varphi_i + \varphi_s \quad (1.9)$$

将 (1.9) 式代入 (1.8) 式, 考虑到  $\varphi_i$  满足波动方程, 忽略高阶小项  $2 \frac{\omega^2}{c_0^2} \frac{\Delta c}{c_0} \varphi_s$ , 即应用玻恩近似,  $|\varphi_s| \ll |\varphi_i|$ , 于是 (1.8) 式可以近似为

$$\nabla^2 \varphi_s - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial t^2} = - \frac{2 \Delta c}{c_0^3} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} \quad (1.10)$$

这个结果表明, 当介质中某处的局部参数, 如密度和 (或) 压缩系数不同于均匀介质中的量值时, 就会产生散射波, 其局部源强度正比于 (1.10) 式的右端.

上述结果表明, 如果介质中的声速存在不均匀的情况, 则介质中就会出现次级波的波源, 从而产生次级波. 若这种不均匀在空间是连续分布的, 则对 (1.10) 式积分, 从而求得所讨论问题的解<sup>[1,2]</sup>. 不过我们所关心的问题是在均匀主体介质中出现散射体, 介质的性质不是连续分布的, 而是区域性的突变, 而在每一个各自的区域中, 它们的性质是均匀的. 为了研究这样的散射问题, 我们是在各自的区域分别求解方程 (1.1) 式, 并将得到的解在边界上连接. 寻求我们关心的解有三条途径: 第一, 散射体具有规范的几何形状, 如球形、柱形以及椭球形等, 对于这样的散射问题, 人们往往在不同的介质中分别应用分离变量正交函数展开的方法来描述有关的声场, 而这些场在边界上要满足连续条件<sup>[3-6]</sup>, 由此得到相应问题的解答, 不过级数解有时收敛很慢; 第二, 当散射体不是规范的标准体, 但其形状可以用光滑函数来描述时, 或者即使散射体具有规范的几何形状, 但利用分离变量正交函数展开的方法处理起来级数收敛很慢, 对于这两种情况, 都可以用  $T$  矩阵的方法来处理<sup>[7-9]</sup>, 毋庸置疑, 用这样得到的解来处理散射体之间的相互作用问题时不太方便;

第三, 如果散射体的几何形状不是光滑的, 甚至处处不可微, 则需要用分形几何学来描述, 处理这类物体的散射则属于分形散射学的范畴<sup>[10-12]</sup>.

### 参 考 文 献

- [1] Чернов Л. А. Распространение волн в среде со случайными неоднородностями. Изд-во АН СССР, 1958.
- [2] Томарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. Изд-во Наука, 1967.
- [3] BORN M, WOLF E. Principles of Optics. 7th (expanded) Ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [4] RAYLEIGH L. The Theory of Sound. New York: Dover Publications, Inc., 1945.
- [5] EPSTEIN P S, et al. The absorption of sound in suspensions and emulsions. I. Water fog in air, J. Acoust. Soc. Am., 1953, 25: 553.
- [6] YING C F, TRUELL R. Scattering of a plane longitudinal wave by a spherical obstacle in an isotropically elastic solid. J. Applied Physics, 1956, 27: 27-38.
- [7] WATERMAN P C. Matrix formulation of electromagnetic scattering. Proc. IEEE, 1956: 805-812
- [8] WATERMAN P C. New formation of acoustic scattering. Jour. Acoust. Soc. Am., 1969, 45: 1417-1429.
- [9] 王志良, 任伟. 电磁散射理论. 成都: 四川科学技术出版社, 1994.
- [10] QIAN Z W. Fractal dimensions of sediments in nature. Phys. Rev. E, 1996, 53: 2304.
- [11] QIAN Z W. Wave scattering on a fractal surface. J. Acoust. Soc. Am., 2000, 107: 260-262.
- [12] QIAN Z W. Some applications of fractals in Acoustics. Current Topic in Acoustical Research, 2003, 3: 101-107.