



大师经典书系  
伊库纳契夫的趣味科学

# 七天

## 玩转趣味数学



(俄)伊库纳契夫 著 木木 编译

INTERESTING  
MATHEMATICS

$$1^x + 2 = 3$$

176个经典问题分析解读+15

七天玩转趣味数学

影响众多数学家一生的  
经典启蒙读物

揭开数学学习奥秘的  
经典科普名著

最能激发学习兴趣的数学引领指南

大科普名著之一=

北京理工大学出版社  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



大师经典书系

伊库纳契夫的趣味科学

# 十天

## 玩转 趣味数学



(俄)伊库纳契夫 著 木木 编译

INTERESTING  
MATHEMATICS

$$1^{\div} + 2^{\times} = 3$$



北京理工大学出版社  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

---

图书在版编目 (CIP) 数据

伊库纳契夫的趣味科学：七天玩转趣味数学 / (俄罗斯) 伊库纳契夫著；  
木木编译. —北京：北京理工大学出版社，2013.4

ISBN 978-7-5640-7196-7

I. ①伊… II. ①伊… ②木… III. ①数学—青年读物②数学—少年读  
物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 312542 号

---

---

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室) 68944990 (批销中心) 68911084 (读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京画中画印刷有限公司

开 本 / 710 毫米 × 1000 毫米 1/16

印 张 / 15

字 数 / 200 千字

版 次 / 2013 年 4 月第 1 版 2013 年 4 月第 1 次印刷

责任校对 / 杨 露

定 价 / 29.80 元

责任印制 / 边心超

---

图书出现印装质量问题，本社负责调换



“科学里有许多绝妙而稀奇的思想，却总被关在狭小的盒子里，只有握着钥匙的少部分人才可能走近它们，那不是太可惜了吗？他们把那盒子打开，让思想飘散，摆脱华贵的科学束缚，跳出沉重的历史阴影。”

这是一个读者对俄罗斯经典科普著作的评价。这段话中的“他们”，指的就是本套丛书的作者：尼查耶夫、伊库纳契夫和别莱利曼——俄罗斯3位最著名的科普作家。他们关于数理化的学习看法，以及为科普事业所作出的探索、努力，都是今天的教育者们需要学习的。

在中国，数理化学习一向是令许多家长、老师、孩子头疼、为难的“巨大工程”，偏偏中国目前的应试教育又最为看重这3门课程。

在这套书的编译过程中，我们在使读者获得原作者原汁原味的表达的同时，也努力使其更贴近现代人的生活，在普及科学知识之余，更能提高孩子的学习成绩和科学思维。这一点，也是广大家长和教师最为看重的。

本套丛书内容完全忠于原版，作者个个都是俄罗斯著名的大师级人物，而这些伟大的科学家写作这套丛书的目的是为了使科学知识更易于被大众，尤其是孩子们所接受，使他们从小接触到美妙而富于乐趣的科学知识。

事实上，在中国，喜欢科普图书的爱好者不在少数，从60后、70后到80

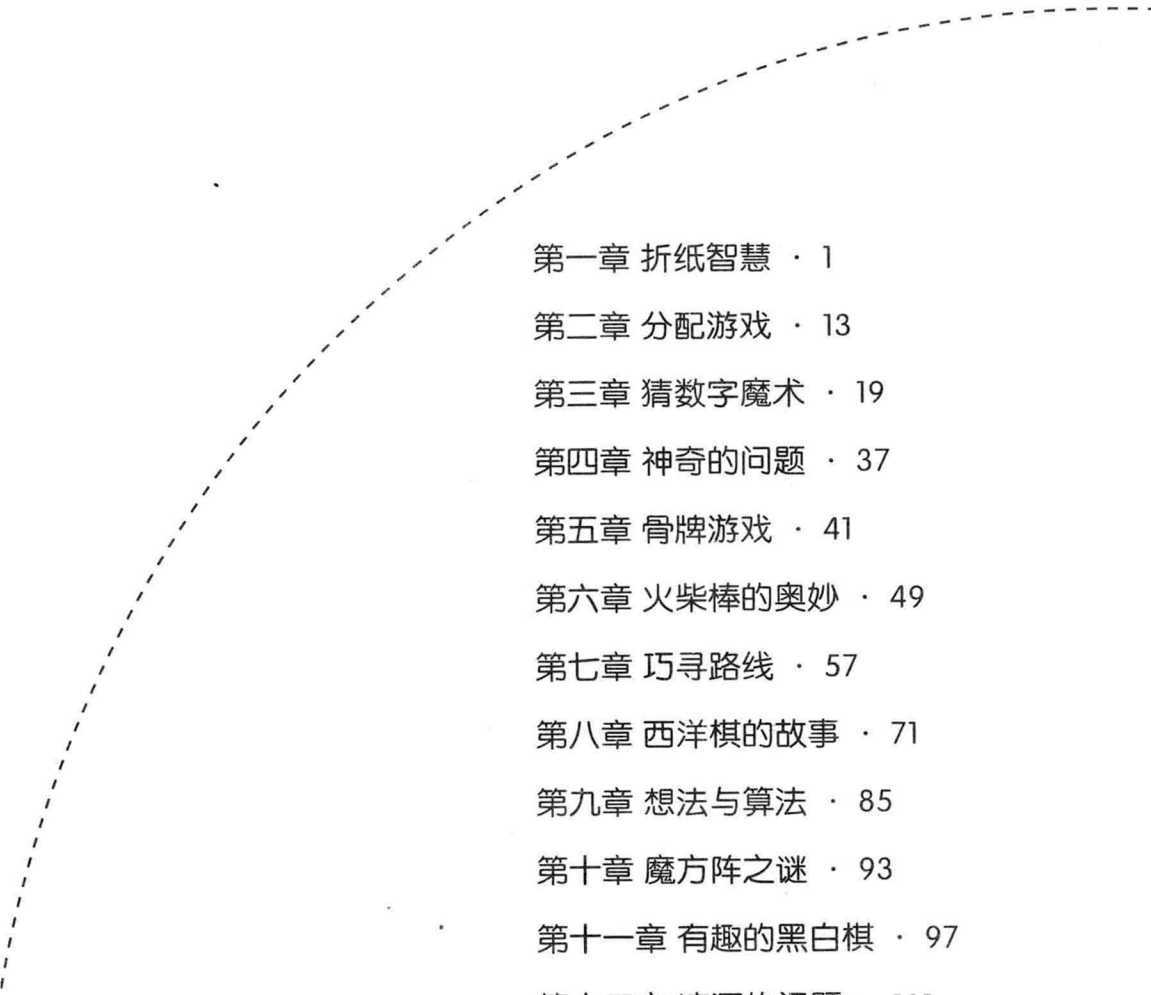
后、90后，一代代中国青少年伴随着大师经典成长。这套书的影响力可谓数十年不衰。

这套书的制作也绝不只是满足那些骨灰级的书痴，更重要的，它对于孩子、对于家长都有现实意义，也绝对称得上是难得的惊喜和福音。

开卷有益，希望每个翻开本书的小读者，都能够从中获得有益的收获，爱上数理化，并且坚定学习科学的信心和乐趣！

目录  
contents



- 
- 第一章 折纸智慧 · 1
- 第二章 分配游戏 · 13
- 第三章 猜数字魔术 · 19
- 第四章 神奇的问题 · 37
- 第五章 骨牌游戏 · 41
- 第六章 火柴棒的奥妙 · 49
- 第七章 巧寻路线 · 57
- 第八章 西洋棋的故事 · 71
- 第九章 想法与算法 · 85
- 第十章 魔方阵之谜 · 93
- 第十一章 有趣的黑白棋 · 97
- 第十二章 渡河的问题 · 101
- 第十三章 遁形线之谜 · 107
- 第十四章 有趣的问题 · 113



第十五章 童话里的奥妙 · 121

第十六章 各章参考答案 · 141

- 142 · 第一章 折纸智慧参考答案
- 153 · 第二章 分配游戏参考答案
- 161 · 第三章 猜数字魔术参考答案
- 174 · 第四章 神奇的问题参考答案
- 176 · 第五章 骨牌游戏参考答案
- 179 · 第六章 火柴棒的奥妙参考答案
- 183 · 第七章 巧寻路线参考答案
- 187 · 第八章 西洋棋的故事参考答案
- 191 · 第九章 想法与算法参考答案
- 195 · 第十章 魔方阵之谜参考答案
- 203 · 第十一章 有趣的黑白棋参考答案
- 207 · 第十二章 渡河的问题参考答案
- 215 · 第十三章 遁形线之谜参考答案
- 219 · 第十四章 有趣的问题参考答案
- 224 · 第十五章 童话里的奥妙参考答案

# 第一章

## 折纸智慧



玫瑰图案的地毯，有位家庭妇女，家里有一块印着7朵玫瑰花的漂亮地毯。现在，她想用3条割线将这块地毯分成7块，同时想要保证每一部分都有一朵玫瑰花。你帮主妇想到底要怎么做呢？

相信大家小时候都学过用正方形的纸片折成小船、葫芦或者各种各样精致的小盒子吧！没错，我们可以根据不同的折法将一张简单的正方形纸片进行各种各样的变形。但是你知道吗？折纸里面也有关于数学的大智慧哦！今天，就教大家通过折纸对平面上的许多图形及其性质进行更清晰地了解。现在，让我们先准备一张普通的白纸和一个用来压平纸面褶皱同时能够割掉多余部分的刀片（使用刀片时一定要注意安全哦！）。

道具准备好以后，让我们一起来学习一些几何图形的基本知识吧！

把纸任意地折一下，用手捏住其中两点，然后用刀背把剩余部分压实，这些应该都难不住大家吧。做起来简单，可是你有没有想过为什么这样简单的步骤就可以折出一条直线呢？其实这是数学里面一个基本定理的应用，那就是：过两点有且只有一条直线。这个定理在解决几何学的问题时会经常用到。

## 1. 切割长方形

怎样用刀片将一张不规则的纸片割成一个规则的长方形呢？请大家自己试试看。

## 2. 巧做正方形

试着想办法用一张长方形的纸折成一个正方形！

要想折成一个正方形，我们首先要知道正方形有哪些特征，下面我们结合答案对正方形的一些性质进行了解（见书后的参考答案部分）。将刚刚折好的那个正方形的两个斜对顶点做对角线折线，然后对另外两个对角用同样的方法做对角线（图1—1）。

然后，我们看刚刚折好的两条折线可以发现，正方形的两条对角线是相互垂直平分的，而且这两条对角线的交点正好是这个正方形的正中心。

两条对角线分别将正方形分成了两个全等三角形，并且这些三角形的一个角均与正方形的一个角重合，因为这个角的两个边是等长的，所以可以称

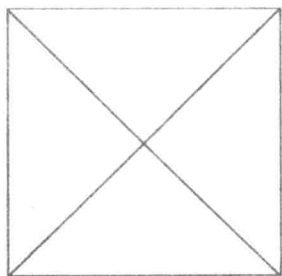


图1—1

这样的三角形为等腰三角形，此外，这些三角形中都有一个角是直角，所以也可以称这样的三角形为直角三角形。

由此我们可以知道，正方形的两条对角线将正方形分成四个小的全等等腰直角三角形，而且这四个三角形共同的顶点与正方形的中心重合。

下面，将之前的正方形对折，使其中一对边重合，就会得到1条通过中心的折线（图1—2）。下面简单介绍一下该折线的性质：

- （1）它和与其相交的正方形的两边相互垂直；
- （2）它平分与其相交的正方形的两边；
- （3）它与正方形的另外两边平行；
- （4）该折线的中点与正方形的中心重合；

（5）将正方形平分成两个全等长方形，且每一个三角形的面积都等于被任一对角线分成的两个三角形中一个三角形的面积。

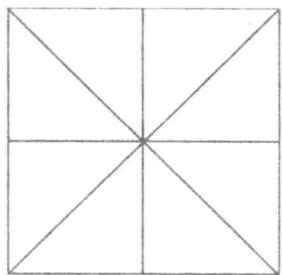


图1—2

现在，将正方形对折使正方形的另外一对边重合。我们可以看到，前后两次对折所留下来的相互垂直平分的两条折线把一个完整的正方形“切割”成四个全等的小正方形（图1—2）。

下面，将原大正方形相邻两边的中点进行连接，就可以得到大正方形的内接正方形（图1—3），且这个内接正方形的面积是大正方形的  $\frac{1}{2}$ ，其中心与大正方形中心重合。同样的方法，将内接正方形相邻两边中点进行连线，又可得到一个内接正方形，其面积是大正方形的  $\frac{1}{4}$ （图1—4）。按照此种方法，再做一个内接正方形，其面积就是大正方形的  $\frac{1}{8}$ ，如果再内接一个正方形，显然面积应该是大正方形的  $\frac{1}{16}$ 。如此进行下去，可以做出无数个内接正方形。

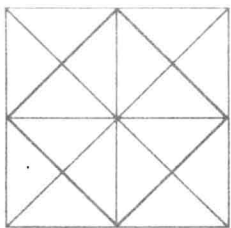


图1—3

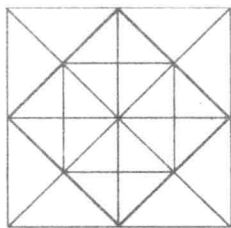


图1—4

除了上面提到的折线外，通过正方形中心的其他任意折线都可以将正方形分成两个全等的梯形且都是直角梯形。

### 3. 等腰三角形

试着用一张正方形的纸，折成等腰三角形，结合上一个题试试看吧！

### 4. 正三角形的性质

试着将正方形的纸折成一个正三角形（即等边三角形）。把刚做好的正三角形的边按照两两边重合的方式对折，可以得到代表该三角形三条高的垂线，将高线分别标记为 $AA'$ ， $BB'$ ， $CC'$ （图1—5）。

现在，我们通过图1—5来了解正三角形的一些性质。正三角形的每条垂线都把三角形分成两个全等直角三角形，同时垂直平分与其相交的三角形的边，且这三条垂线相交于一点，下面我们来证明之。

假设 $AA'$ 与 $CC'$ 相交于点 $O$ ，连接 $BO$ 并延长使之交 $AC$ 于 $B'$ 点，那么我们只要证明线段 $BB'$ 垂直于 $AC$ 即可。其实，只要很好地结合图形，对于上述道理并不难理解。

根据相关几何知识可知， $|OC'| = |OA'|$ ，所以 $\angle OBC' = \angle A'BO = 30^\circ$ ，那么在三角形 $AB'B$ 和三角形 $CB'B$ 中， $\angle AB'B = \angle CB'B = 90^\circ$ ，则可证明 $BB'$ 垂直于三角形 $ABC$ 的一边 $AC$ ，即 $BB'$ 为三角形 $ABC$ 的三条垂线之一。

根据 $|OA| = |OB| = |OC|$ 可以推出 $|OA'| = |OB'| = |OC'|$ 。那么，当以 $O$ 为圆心、 $OA$ 为半径做圆时，这个圆同时也通过 $B$ 、 $C$ 两点，且该圆外接于正三角形 $ABC$ ；而当以 $O$ 为圆心、以 $OA'$ 为半径做圆时，这个圆会通过 $B'$ 和 $C'$ 两点，且该圆内切于正三角形 $ABC$ 。

我们还可以将正三角形 $ABC$ 分成6个全等的小直角三角形，这6个三角形都有一个公共的顶点即 $O$ 点；也可以将三角形 $ABC$ 分成三个全等的四边形，这三个四边形同样有一个公共的顶点 $O$ ，且都有外接圆。

通过观察图形可知，三角形 $A'OC$ 的面积为三

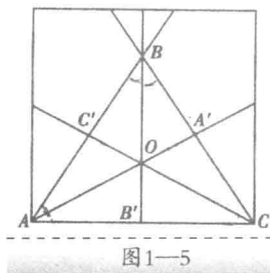


图1—5

角形 $AOC$ 面积的一半,由此可以推得, $|AO|=2|A'O|$ 。同理可以知道 $|BO|=2|B'O|$ , $|CO|=2|C'O|$ 。

即三角形 $ABC$ 的外接圆半径是内切圆半径的2倍。

我们再来看正方形的一个直角 $A$ ,它被线 $AO$ 与线 $AC'$ 分成了三部分,也就是说,正三角形 $ABC$ 中的

$\angle BAC$ 大小是直角的 $\frac{2}{3}$ ,而 $\angle C'AO$ 与 $\angle OAB'$ 则是直角的 $\frac{1}{3}$ 。那么,以 $O$ 为顶点的6个角的大小均为直角的 $\frac{2}{3}$ 。

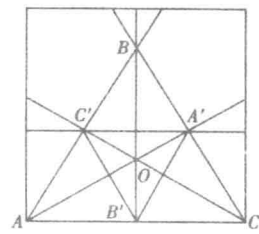


图1—6

下面请你按照图1—6所示方式,将纸沿着直线 $A'B'$ 、 $B'C'$ 、 $C'A'$ 对折,会形成一个小正三角形 $A'B'C'$ ,其面积为大的正三角形 $ABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$ ,同时 $A'B'$ 、 $B'C'$ 、 $C'A'$ 分别与 $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$ 平行,且前者长度为后者长度的一半。从图1—6中,可以很明显地看出, $AC'A'B'$ 、 $C'BA'B'$ 、 $CB'C'A'$ 均为平行四边形,且垂线 $CC'$ 、 $AA'$ 、 $BB'$ 分别被线段 $A'B'$ 、 $B'C'$ 、 $C'A'$ 平分。

## 5. 正六边形的作法

试着把正方形的纸折成一个正六边形。

下面我们结合图形对正六边形进行一些深入的研究。

图1—7是由正三角形和正六边形拼起来的漂亮的图案,想知道是怎么做成的吗?别急,马上就教你方法!

首先把正六边形的每个边都进行3等分,再把其分成多个全等正六边形和正三角形(图1—8),就可以做出上面那个美丽的图案了。

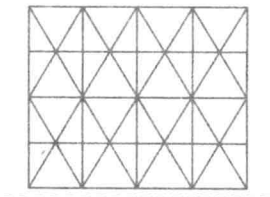
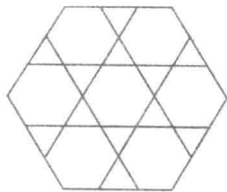


图1—7



1—8

其实,我们还可以尝试用下面的方法做出正六边形。

先作一个正三角形,然后将三角形的三个顶点都折向三角形中心,使之重

合，就可以得到一个正六边形。根据正三角形的性质，我们可以知道这种方法得到的正六边形的边长是原来正三角形边长的  $\frac{1}{3}$ ，通过计算可知新做的正六边形的面积恰好等于原正三角形面积的  $\frac{2}{3}$ 。

## 6. 正八边形的作法

结合前面的讲述，你能试着用一张正方形的纸做出一个正八边形吗？

### 数学漫画

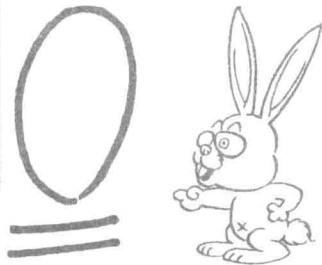
**问：**一般情况下，能被2除尽的数就是偶数，比如-4、2、4、6……；而像1、3、5、7……这样被2除后余1的数称为奇数。

那么，你知道0到底是奇数还是偶数呢？



**答：**0是偶数

因为0被归为偶数，所以，偶数的含义应该是“所谓偶数是-4、-2、0、2、4……”才正确。



## 7. 另类证明法

众所周知，三角形的内角和是 $180^\circ$ ，也就是2个直角之和。其实这个定理只需要一张纸就可以轻松地“证明”出来，想知道是怎么回事吗？

我们将“证明”打上引号其实是有原因的，严格讲，我们将要用到的方法只是通过对实物进行观察来说明的，并不是通过严谨的数学语言证明的。虽然如此，我们将要介绍的方法还是非常有趣的，所以，很值得大家借鉴哦！

首先，拿出一张纸，用刀片任意切割出一个三角形（如图1—9所示），点C在AE上，点D在AF上，点G、B、H在EF上。然后沿直线AB折起，使折线左右两底边部分重叠；接着沿直线CD折叠，使顶点A与B重叠；接着把三角形纸沿直线DH和CG折起，使点E、点F与点B重合，这样就得到了长方形CGHD。显然，三角形的3个内角（ $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ ）之和为 $180^\circ$ 。

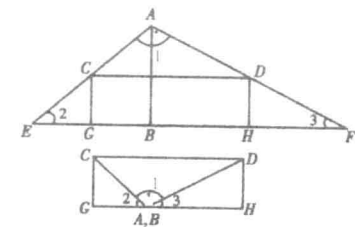


图 1—9

这种方法的优点就是直观易懂，任何年龄段的读者都能够轻易理解。对于具备几何基本知识的人而言，这种通过折纸的方法诠释一条几何定理的思路也能够带来另一种新奇感吧！

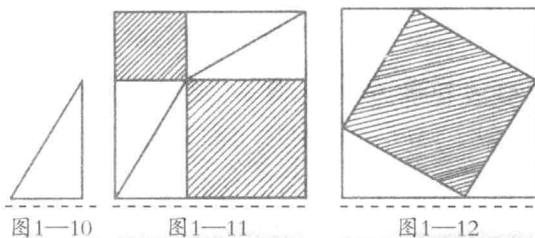
## 8. 证明勾股定理

有一个直角三角形，现在要求证明：以直角三角形的斜边为边长的正方形的面积与分别以此直角三角形的两条直角边为边长的两个正方形的面积相等。

图1—10为直角三角形，首先做出分别以该直角三角形的两直角边为边长的两个正方形，如图1—11所示；再做出以该直角三角形的斜边为边长的正方形，如图1—12所示。因为图1—11、1—12所示的两个大正方形的面积是相等的，那

八个小直角三角形是全等的，那么从两个面积完全相同的正方形里面减去4个全等的直角三角形，剩余的部分面积也必然相等（阴影部分）。

我们发现，图1—11中阴影部分刚好是两个正方形，并且其边长分别为图1—10所示直角三角形的两个直角边。而图1—12中的阴影部分正是以直角三角形斜边为边长的正方形。由此可知，以直角三角形的斜边为边长的正方形的面积与分别以此直角三角形的两条直角边为边长的两个正方形的面积之和相等。



如此，勾股定理（即直角三角形的两直角边的平方和等于斜边的平方）得证。除此之外，还有一种方法可以证明这个定理，将正方形的纸按照图1—13所示的方法折叠。

由图1—13可证，三角形 $GEH$ 为直角三角形，以 $EG$ 、 $GH$ 为边长所做正方形的面积之和等于以 $EH$ 为边长所做的正方形面积。

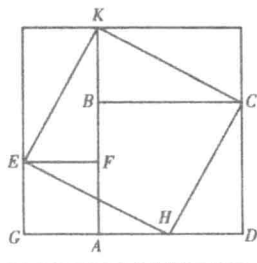


图1—13

## 9. 如何分割呢

纸不仅可以折，还可以裁剪，在裁纸的过程中有很多更好玩儿的问题等着我们。

图1—14所示为三个全等正方形的排列，怎样把这个图形割去一部分就能使

剩下的正方形中间出现一个镂空的正方形呢？

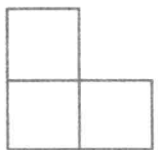


图 1—14

## 10. 长方形变正方形

现在有一张宽为4长为9的长方形，请你想办法把长方形分割成全等的两部分，使这两部分拼接之后正好形成一个正方形。

## 11. 地毯

一个主妇家里有一块面积是90厘米×120厘米的地毯，也许是因为用得很久了，地毯的两个对角有了很严重的磨损。为了保持美观，主妇认为必须将磨损的部分（图1—15中阴影部分）剪掉。而且她要求裁剪后的地毯还能恢复成长方形，将缺了两部分的长方形地毯剪成两部分，然后再缝成长方形。

听了主妇的要求后，聪明的地毯工人马上想到了方法，于是将地毯又“变成”一个新的长方形了。你知道地毯工人是怎样做到的吗？

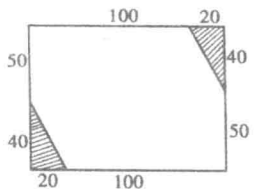


图 1—15

## 12. 两块地毯

有个家庭主妇有两块地毯，并且其格子图案都是相同的（图1—16），两块地毯的面积分别为60厘米×60厘米、80厘米×80厘米。这天，她想将两块地毯

合成一块地毯，并将尺寸变成100厘米×100厘米。

主妇将这两块地毯拿给地毯工人，让其帮忙修改，同时也向地毯工人提出了要求：两块地毯都不能被裁成三块以上，并且必须保证每个格子不能被破坏。

地毯工人耐心地听完主妇的要求后接下了这份活，经过地毯工人的修改后，这个家庭主妇如愿以偿地拿到了符合自己要求的地毯。

请你猜猜地毯工人是怎么做到的。

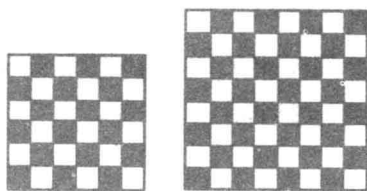


图1—16

## 13. 玫瑰图案的地毯

主妇家里有一块印着7朵玫瑰花的漂亮的地毯（图1—17）。现在，主妇想用3条割线将这块地毯分成7块，同时想要保证每一部分都有一朵玫瑰花。你帮主妇想到底要怎么做呢？

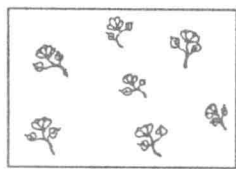


图1—17

## 14. 分割正方形

将一张正方形的纸片切割成20个全等三角形，之后再试着把这20个全等三角形以某种方式拼接成5个全等正方形。