

趣味数学精品译丛

写得如此迷人的数学读物是十分罕见的

# 数学与体育： 数学视角下的奥林匹克项目

马蒂亚斯·路德维希 著 徐斌艳 译



趣味数学精品译丛

写得如此迷人的数学读物是十分罕见的

# 数学与体育： 数学视角下的奥林匹克项目

马蒂亚斯·路德维希 著 徐斌艳 译



上海教育出版社  
SHANGHAI EDUCATION PUBLISHING HOUSE

Originally published in the German language by Vieweg +Teubner,65189  
Wiesbaden,Germany,as "Matthias Ludwig:Mathematik+Sport. 1. Auflage(1<sup>st</sup> edition)".  
©Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH,Wiesbaden 2008

图书在版编目(CIP)数据

数学与体育:数学视角下的奥林匹克项目 / (德)路德维希著;

徐斌艳译. —上海:上海教育出版社,2012.8

ISBN 978-7-5444-3978-7

I .①数... II .①路...②徐... III .①数学—关系—体育—研究  
IV .①01-05

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第168867号

趣味数学精品译丛

**数学与体育:数学视角下的奥林匹克项目**

(德)路德维希 著

徐斌艳 译

---

出版发行 上海世纪出版股份有限公司  
                  上海教育出版社  
                  易文网 [www.ewen.cc](http://www.ewen.cc)  
地    址 上海永福路 123 号  
邮    编 200031  
经    销 各地新华书店  
印    刷 苏州美柯乐制版印务有限责任公司  
开    本 890×1240 1/32 印张 4.5 插页 3  
版    次 2012 年 8 月第 1 版  
印    次 2012 年 8 月第 1 次印刷  
书    号 ISBN 978-7-5444-3978-7/O·0143  
定    价 15.00 元(软精)

---

(如发现质量问题,读者可向工厂调换)

易文网:[www.ewen.cc](http://www.ewen.cc)

定    价:15.00 元

## 引　　言

在数学之年<sup>[1]</sup>,又是欧洲杯足球锦标赛以及奥林匹克运动会之年,出版一本《数学与体育》几乎是一种责任。但是撰写这样一本书,也是一个庞大的工程,因为在各类运动项目中都能发现数学或者与数学有关的问题,所以几乎不可能让这样一本数学读物涵盖所有的运动项目。本书重点在于某些奥林匹克运动项目和运动场所。尽管这样,还是有很多信息可以检索,因此这样的工作是个人无法完成的。例如,运动员经常会改写纪录和成绩。就在写这本书的引言的时候,2007年创下的男子100米短跑纪录9.74秒被打破,现在最好的成绩为9.72秒(运动员乌塞恩·博尔特(Usain Bolt)),这一最新成绩就无法体现在径赛纪录这一章中(这本读物必须按时印刷出版),但是这个纪录说明了文中提到的现象。

为了将数学与体育结合起来,许多人在默默地奉献着。在此我要感谢共同参与编写这本书的几个人。首先,我要提的是在思想上和内容上给予我帮助的人,他们是汉斯-乔治·韦根(Hans-Georg Weigand),他就篮球与数学给了我不少建议;萨沙·施泰纳(Sascha Steiner),他建议我关注多项全能运动的特殊内容。其次,感谢马克·沃特格(Marco Wottge)和我的助手马库斯·曼(Markus Mann),他们为我收集大量关于世界纪录的数据;感谢施泰恩万德(Steinwandel)对这本读物提出有建设性的意见。也感谢安吉尔(Angel)女士和延内尔(Jahnel)女士,她们对这本读物精心审校。特别要

---

[1] 2008年为德国的数学年。

——译者注。

感谢施密克勒-希策布鲁赫(Schmickler-Hirzebruch)女士,灵活地处理了出版本读物的相关事宜,使得这本书能够及时出版发行.

我要特别感谢国际足球联合会,在编写第十章的过程中与我进行高效的合作.还要感谢霍尔格·格施魏纳(Holger Geschwindner),他在篮球那一章提供了重要的信息.

尤其要感谢的是我的夫人和两个孩子,他们放弃了许多与我共处的时光.我保证在奥运会结束后,弥补这一缺憾.

马蒂亚斯·路德维希(Matthias Ludwig)

2008年6月,维尔茨堡(Würzburg)

## 前　　言

我们应该关注隐藏在日常生活之中的数学,这一思想并不是全新的.例如乔治·格兰泽(Georg Glaeser)的几何著作《几何及其应用》或者马丁·爱格纳(Martin Aigner)和艾哈德·贝伦特(Ehrhard Behrends)的《无处不在的数学》,以及阿尔布莱希特·博特尔斯巴赫(Albrecht Beutelspacher)的著作(例如《隐语》),都是这个领域的代表作.但是很少有著作专门讨论体育中的数学或者体育项目背后的数学.当然,有一本萨多夫斯基(Sadovskij)写的书,几乎与本书同名,探讨了体育项目的各种世界纪录的变化.还有一本很精彩的书,约翰·韦森(John Wesson)的《足球科学》,从数学与物理的角度走进足球.这本书很值得推荐,但是这位英国作者,他仅关注足球.2006年在德国举办世界杯足球赛,也带来了学术性的足球著作,例如乔治·韦根(Georg Weigand)的《作为科学的足球》.我们当然不会忘记,足球是德国最热门的运动,也是欧洲的热门运动项目,甚至是世界范围的热门运动,经常有关于这项运动的数学探讨.但也不是所有人都喜欢足球,人们也热衷其他项目.可以这样来比较:在德国的足球协会,有六百多万人关心足球或者从事足球运动;而参与德国体育项目的人有二千六百多万.也正因如此,奥林匹克运动如此牵动人心,才是那么的理所当然.本书从数学或者有时也从物理角度考察奥林匹克运动会的各种体育项目.我们将说明,为什么20世纪70年代末有数学家提出更为公正的计分办法时,十项全能运动员那么兴奋.当然,我们不会忽略足球运动,因为它也是奥运会项目.在此我们要尝试,将点球的命中率进行数学建模,并尝试说明,

为什么足球场上 10 个运动员是最理想的. 我们用数学视角来探讨, 在哪一届奥运会上, 女子的短跑成绩将好于男子, 以及女子成绩超过男子成绩是否在马拉松比赛中更为现实? 在田赛中, 铅球是一项技术性运动, 从数学角度去探讨将更有意义. 例如, 我们可以说明, 在特定条件(运动员身高, 投掷速度等)下如何才能投掷得最远. 在 400 米跑道上, 需要为所有运动员画出最公正的起跑线, 这时数学也起着作用, 这一点很明显: 如何确定每条跑道上的弯道长度? 在网球比赛中, 我们要说明, 如何确定张网球拍的弦的长度? 篮球中的投球也有着丰富的数学优化问题.

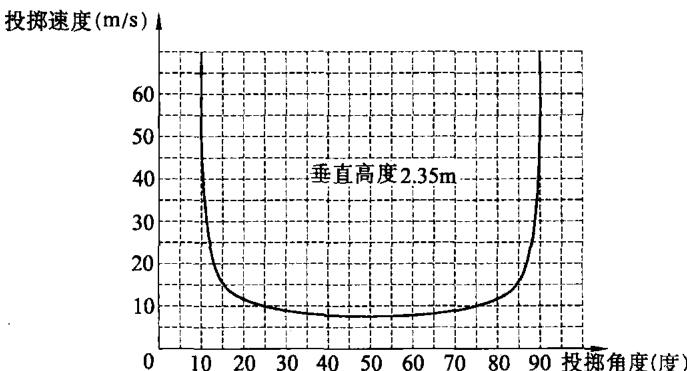


图 1: 这一图表可以帮助训练德克·诺维茨基(Dirk Nowitzki), 在允许范围内更保险地投球. 球在 2.35 米高度时, 按照函数图像中的投掷角度和投掷速度投球, 球就会进篮球筐.

尽管可能性很小, 但这张图还是能帮助德克的那位来自德国维尔茨堡的教练, 把训练指导得更好.

棒球是一项年轻的奥运会项目, 从数学角度加以探讨也会非常有趣. 让我们看一下它的规则, 发现棒球场的建造与数学相关. 自行车赛也提供不少数学素材, 首先是自行车本身, 和空间几何以及链条的齿数比等都有关系. 紧接着我们探讨最受欢迎的运动器材——球. 这里不仅探讨足球的对称性, 还要研究其他运动项目的用球, 如棒球、网球和篮球等. 最后我还尝试从几何角度研究北京奥林匹克

体育场,如图 2.

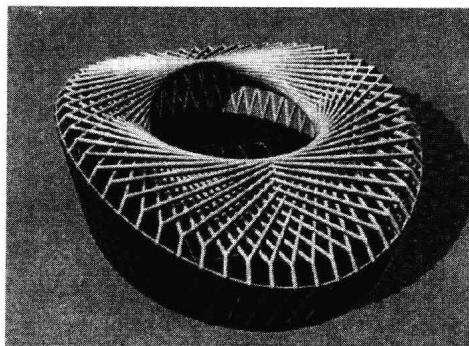


图 2:北京国家体育场模型图.

本书主要为数学师范专业的学生、各级各类学校的数学教师而编写. 关于数学建模的那一章就是为此考虑的. 但数学爱好者也能通过本书发现学习数学的新颖视角.

### 数学背景知识

读者一定很想知道, 阅读这本书到底需要哪个水平的数学. 简单地说: 本书中只是有些问题较为复杂. 在此我试图给读者较短的章节, 以便能随时阅读. 各章之间是相对独立的, 偶尔会在某章提到其他章节的内容, 以避免重复.

表 1:运动项目及其要素与相对应的数学

运动项目及其要素	数　　学	年　级 <sup>[1]</sup>
400 米跑道	圆的计算, 线性方程, 渐开线	6, 8, 11
各类球	柏拉图和阿基米德几何体, 对称, 对称群	所有
棒　球	毕达哥拉斯定理, 全等定理	7, 8, 9
篮　球	投掷抛物线, 曲线函数, 极值计算, 运动方程	9, 11
足　球	概率计算, 面积计算, 平面几何	6, 8

[1] 此处指德国的年级, 与我国情况略有不同.

——译者注.

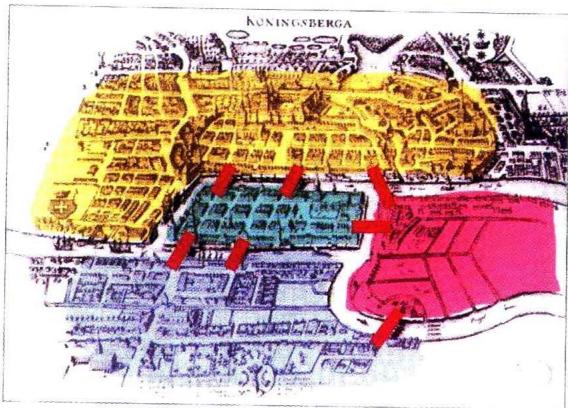
(续表)

运动项目及其要素	数 学	年 级
铅 球	二次方程,零点计算,微分 计算,三角函数,运动方程	11,12
奥林匹克体育场	解析几何,球截面	11,12
自行车赛	分数计算,三角形	5,6
网 球	圆的计算,列多项式	6,9
运动场	图论,对称	所有
世界纪录	线性方程组,指数函数	9,10,11
十项全能	线性函数,幂函数	8,10,11

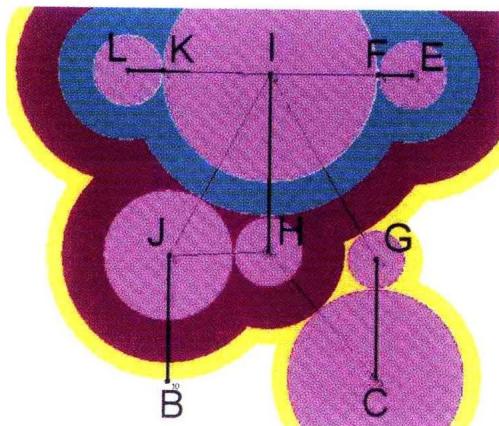
本书仅仅涉及最基本的数学知识,除非在一些特殊的情景中,我们会深化数学知识.但是几乎所有章节涉及的就是中学的几何图形、解方程以及方程组等知识.有时要用到三角函数、解析几何以及微分计算.我们将学生不熟悉的数学知识尽可能细化,如图论.碰到这种情况我们尽可能表述得能够让人听懂.每章结束归纳出本章所用到的数学内容.

希望这本书能够让人们不仅在学校中感受数学,而且在日常生活中也能感受数学.因为:数学发生在我们身边,数学在我们不经意中对我们的生活产生影响.这是许多同事的成就,尤其是伊斯特隆(Istron)团队,他们多年来致力于为数学教学开发与现实相关的数学内容.我仅从体育角度拓展这方面的内容.人们总是会有这样的感觉:你对一件事情知道的越多,就会越相信它,就会在其他情景中再次认识它,就会进一步想构造它.我就此打住,祝愿大家在“奥林匹克数学”中找到乐趣.

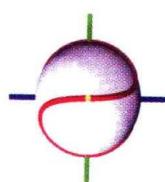
献给艺术家托妮(Toni)和足球健将莫利茨(Moritz)



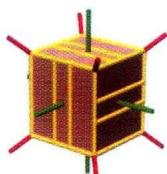
彩图1



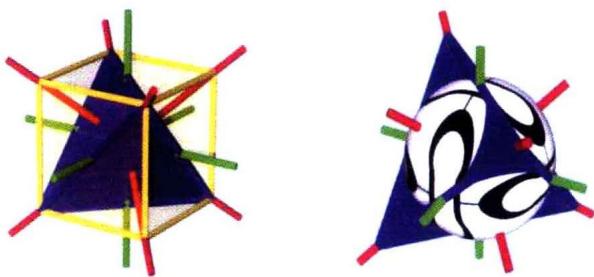
彩图2



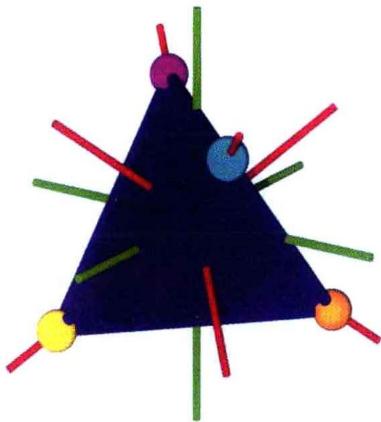
彩图3



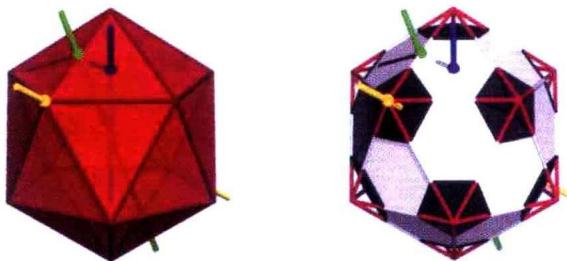
彩图4



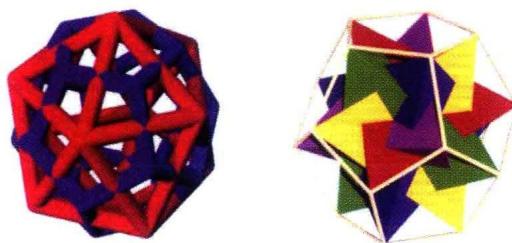
彩图5



彩图6



彩图7



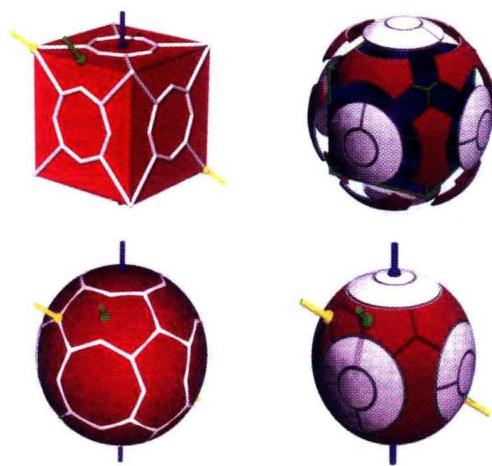
彩图8



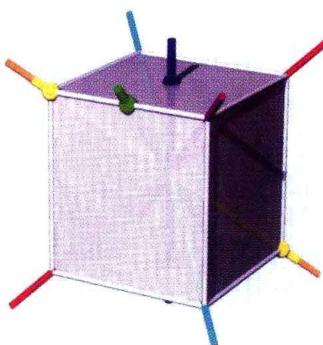
彩图9



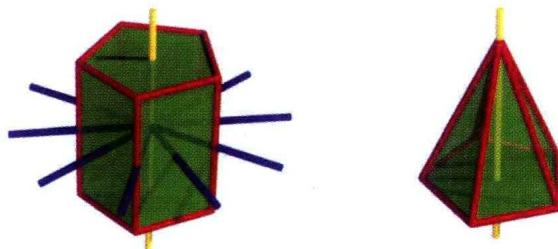
彩图10



彩图11



彩图12



彩图13

# 目 录

引言 .....	III
前言 .....	V
第一章 多项全能比赛中的数学 .....	1
早期的计分方法 鸟布利希原则 现行的计分表	
第二章 足球点球中的数学 .....	11
点球命中率 面积原理 与现实作比较	
守门员其实没有机会扑出点球	
第三章 足球运动场上的数学 .....	18
面积方法 平均距离 女子足球	
第四章 径赛纪录中的数学 .....	24
百米短跑的世界纪录 其他径赛项目 反思性观察	
第五章 铅球中的数学 .....	35
投掷角度 I 投掷高度 投掷角度 II 测量技术	
第六章 篮球罚球中的数学 .....	47
罚球 投掷角度 投掷速度 最优化	
第七章 数学与网球运动 .....	58
张在球拍上的弦与数学 导出简易公式 实际是怎么做的	
网球场地上的数学	
第八章 运动场地上的数学 .....	64
运动场地大小和运动场地边线 连接线与结点 邮递员问题	
第九章 棒球场地上的数学 .....	74

---

垒位的排列 棒球场地的算法	
第十章 运动用球中的数学 .....	78
受欢迎的运动器械 运动用球 球的对称 棒球的对称	
数学视角 排球的对称 数学视角 经典的“足球对称”	
数学视角 有“足球对称”的其他足球 立方体对称	
数学视角 小结	
第十一章 400 米跑道上的数学 .....	96
古代体育场 标准的 400 米跑道 中长跑项目的起跑线	
第十二章 自行车上的数学 .....	104
几何 齿数比的计算 前拨链器和后拨链器	
第十三章 奥林匹克体育场中的数学 .....	111
体育场内的椭圆 作为直线簇的椭圆 从椭圆到体育场	
软件介绍	
第十四章 数学建模 .....	118
建模流程	
附录 .....	124
参考文献 图片制作名录 2008 年欧洲杯用球	

# 第一章 多项全能比赛中的数学

第一章首先探讨田径运动中最激烈的比赛项目,即多项全能赛.在这个项目中,运动员中的佼佼者为获得田径运动桂冠而竞争.

女子全能项目是七项全能,男子全能项目是十项全能.这些项目分别在两天内进行.女子全能在第一天的比赛项目是100米栏、跳高、铅球以及200米,第二天的项目为跳远、标枪以及800米.国际田径联合会(IAAF,简称国际田联)也在考虑,是否进行女子十项全能比赛,比赛项目与男子项目相同.男子的十项全能包括:第一天的100米、跳远、铅球、跳高以及400米;第二天的110米栏、铁饼、撑竿跳高、标枪以及1500米.

这里的问题是,如何根据七项或者十项比赛项目的结果,确定真正的获胜者.

全能比赛规则(以及评分表)的制定过程非常有意思,并且含有丰富的数学原理.这里不展开介绍有关规则制定的历史,而是说明各种不同的评分表的数学原理.

## 早期的计分方法

确定多项全能获胜者的一种可能的方法是:每个运动员根据各个单项比赛中的名次获得相应的点数(1880年的首次多项全能比赛就是使用这种方法).也就是说,100米比赛中的第一名获一点,第二名获两点等.这就意味着,比赛结束获得点数最少的运动员就是获胜者.在这个计点系统中还可以引入F1(方程式赛车)的模式.这种按照名次给点数的评分方法已经不再使用,因为这样做会忽视田径运动中一个最重要的因素:不考虑各种单项比赛差异和地区差异来比较成绩.根据这个点数系统,在巴伐利亚十项全能比赛中获胜者获得的点数可能与北京奥林匹克运动会的获胜者获得的点数相同,