

A GUIDE TO THE RESEARCH ON MATHEMATICAL EDUCATION

数学教育研究导引

EDITOR IN CHIEF ZHANG DIANZHOU
SUBEDITORS IN CHIEF DAI ZAIPING
TANG RUIFEN
LI SHIQI
NI MING

主 编	张 宙
副主编	戴再平
	唐瑞芬
	李士琦
	倪 明

JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

江苏教育出版社

数学教育研究导引



江苏教育出版社

主 编 张奠宙

副主编 戴再平 唐瑞芬 李士铨 倪 明

数学教育研究导引

主 编 张奠宙

副 主 编 戴再平 唐瑞芬 李士铨 倪 明

责任编辑 喻 纬

出版发行：江苏教育出版社

(南京马家街 31 号, 邮政编码: 210009)

经 销：江苏省新华书店

印 刷：江苏苏中印刷厂

(泰州市南门鲍徐, 邮政编码: 235315)

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 19.25 插页 1 字数 454 800

1998 年 5 月第 2 版 1998 年 5 月第 1 次印刷

印数 3 001—8 000 册

ISBN 7-5343-2213-8

G·1973

定价: 20.00 元

江苏教育版图书若有印刷装订错误, 可向承印厂调换

序

面对社会主义市场经济大潮,数学教育界似乎显得冷落.街谈巷议之中,多闻“学生无心向学”,“教师跳槽下海”,现在谈数学教育的研究,是否“不合时宜”?但是,数学教育界的困难毕竟是暂时的,正如一位诗人所说:“冬天来了,春天还会远吗?”经济发展了,教育的兴旺时期就会到来,我们正是抱着这样的期望编写本书的.

本书的缘起可追溯到五年以前.1988年夏,我到匈牙利出席第6届国际数学教育大会归来,在天津举行的“21世纪中国数学展望”研讨会上结识江苏教育出版社的喻纬同志,我向他谈起中国数学教育的实际水平不低,但数学教育理论研究的水平却不高,国际上听不到中国数学教师的声.我们应当提高自己的研究水平,使中国数学教育走向世界.确实,在中国改革开放十年之后,中国数学教育却没有什.改革既不多,开放也不够.

喻纬同志是有心人.他觉得中国数学教育界对国外情形了解太少,对自己的状况认识不深.由于闭塞,往往孤芳自赏,以为天下的数学教学都是一个样子.于是乎局限于一题一句的争执,对数学教育改革的大势,21世纪数学教育的展望,都缺少兴趣.要改变这种情况,还得宣传介绍.于是,他提议编一本适合广大中学数学教师、数学教育研究人员阅读参考的书.全书分为四编:进展综述、专著导读、论文评介和课题推荐.

这确是一个很好的主意.华东师大的同仁都乐于承担此项任

务,并认为这也是自己学习研究的极好机会.陈昌平教授为此书定名:《数学教育研究导引》.他因主编上海市的中小学数学教材,无暇动笔,但从一开始就参与讨论,确定篇目.戴再平、唐瑞芬两位教授以及较年轻的李士锜先生,与我合作,随即开始向全国组稿,进展得相当顺利.

我从1990年初起,到美国访问两年,很少参与其事,回国后才花了较多时间编辑整理、改写补充.特别是将我在外的见闻,写成了第四编“课题推荐”,以供参考.全书在1992年上半年大体完成.1992年8月,我和唐瑞芬到加拿大参加第7届国际数学教育大会,又接触了一些新资料,于是再次作修改.如此反反复复,定稿之际,已是1993年春节了.

现在说说我们编写此书的指导思想.

国家教委已经提出,必须实现从“应试教育”到“素质教育”的转轨.因此,“数学素质”教育应是我们研究的总目标.一份“数学素质教育设计”(草案)也就成了本书的代前言.

全书贯彻“导引”的想法,即请允许我们充当一次“数学教育导游”.一方面,我们向读者展示国内外数学教育的各个侧面,包括最新进展、数学教育名著、优秀数学教育论文等比较原始的资料,以求一窥“庐山真面目”,另一方面,我们也以导引的身份,经过自己的理解和消化,用一个中国数学教育工作者的眼光看待国外的数学教育风貌,并作一番介绍,以便大家理解和欣赏.

本书带有“词典”、“手册”的意味,尽可能收集数学教育方面的精华于一书.现在买书难,买齐备的书更难.我们想借此书给广大数学教师一份比较齐全的资料,以供切磋研究.近闻许多省市在举办高级教师研讨班、青年骨干数学教师培训班时苦无教材,也许本书可以作为大家研讨的基础.本书第四编是课题推荐,我们真切希望我国数学教育研究能从单一的“解考题”模式中走出来.所建议的题目如果读者感兴趣,欢迎进行讨论.

当前教师生活的清苦人所共知,但是温饱无虞,只是心理失衡而已。“当别人沉睡的时候,你起来跑就会领先一步。”“文化大革命”时期的一些青年人,正是因为领先一步,在科学的春天里大步前进,连创佳绩. 21 世纪已经临近了,我们希望中国数学教育工作者形成自己的学派,发出自己的声音,以自己的优异研究成果在国际上独树一帜,立于世界之林. 本书愿为此目标作一块铺路石,但愿我们“导引”的大方向没有错.

本书的编辑分工是戴再平(第一编),唐瑞芬(第二编),李士铨(第三编),我负总责兼主笔第四编. 倪明同志负责全书体例统一、译名规范、人名索引和勘误改正等工作.

张莫宙

1994 年元旦于华东师大

代前言——数学素质教育设计(草案)

中国的基础教育正在从“应试教育”向“素质教育”转轨。那末,未来世纪的中国公民应该具有怎样的“数学素质”?看来已是数学教育研究的主要课题。改革开放的步伐,社会主义市场经济的大潮正向缺乏活力的数学教育提出新的要求。“面向世界,面向未来,面向现代化”,再也不能停留在口头上或纸面上了!让我们为未来的数学素质教育,设计蓝图,付诸行动,逐步地建立起有时代特色的中国数学教育体系,形成中国的数学教育学派。与此同时,在和国际同行进行平等交流的基础上,使中国数学教育走向世界。60万中国数学教师的劳动与创造,理应在国际舞台上有它自己的地位。

一 历史回顾

中国数学的发展在宋元时期达到高峰,明朝以珠算为中心的商业算术普及,而数学的整体发展却停滞不前。1607年,徐光启和利玛窦(Matteo Ricci)翻译《几何原本》开西学东渐之始,但并未引起多大反响。清康熙皇帝曾提倡过一段数学,但那毕竟是个人行为。到了清末,李善兰和伟烈·亚力(Alexander Wylie)译出第一部微积分著作——《代微积拾级》(1859)距牛顿(Newton, I.)发明微积分已有200年,不过,那时的日本,仍向中国学习数学,“微分”、“积分”的译名,是日本向中国学的!

进入 20 世纪,中国数学教育仍受“中学为体,西学为用”的指导,学习内容则仿照日本,京师大学堂使用的《代数学》教材,乃日人上野清所著,辛亥革命前后,中国的学制、教本多源自日本,数学教师大半为留日学生。

五四运动之后,中国数学教育向欧美学习,主要是英、美“三 S 氏几何”、“范氏大代数”、“葛氏三角”等,为许多学校采用。

解放之后,当然是学习苏联,一方面是用 12 年时间学习苏联十年制的课本,程度有所降低,另一方面是苏联重视基础,倡导精密的风格输入我国,致使数学教育的面貌为之一变。

主要在苏联数学教育体系影响之下,又经过 1958 年、1960 年几次改革,冷静下来之后,终于出现了中国数学教育体系的形成标志:1963 年数学教学大纲,“抓好‘双基’”,“培养三大能力”,构成了至今不变的中国特色,也是我们的宝贵财富。

“文化大革命”时期的数学教育,从整体上不可取,但是数学联系实际的许多具体做法,一些难得的实际课题,实在是不该舍弃的,那是许多数学教育工作者辛勤劳动的结果。

80 年代的口号是“拨乱反正”、“回到基础”,以恢复 60 年代的数学教育为目标,加上“高考指挥棒”的影响,遂形成了目前“知识窄”、“基础实”、“考题难”、“训练严”的格局。

综上所述,中国数学教育学日本,学英美,学苏联,可说博采众长,但到了 90 年代,基本模式仍是 60 年代的思路,再加高考指挥棒的某些负面影响,许多方面确已不适应时代要求和社会发展了,改革势在必行。

二 可贵的高分下隐伏着危机

中国中学生在数学学习上的成绩,已使世人刮目相看。近几年来,中国中学生在国际数学奥林匹克中连获冠军,中国学生的数学

能力已为世所公认；更重要的是1992年“国际教育成就评价”IAEP发表的报告，在21个参加数学测试和科学测试的国家和地区中，中国大陆以总平均80分的成绩名列第一，领先于第二位的台湾省和韩国7分之多。这双料冠军显示了中国数学教育的不平凡业绩。如果还考虑到我国的教育经费投入（占国民收入的2.7%）是21个国家和地区中最低的，上述成绩的获得更觉难能可贵：价廉物美的中国数学教育！

但是，我们不能不看到高分下的危机。

首先，虽然中国中学生的数学成绩位居21个国家和地区之首，但科学测验的成绩却位于15名，处于下游状态。数学一枝独秀，恐非吉兆，我们需要总体上的平衡。日本曾在另一个国际性数学测试中位居第一，但他们担心日本学生是否有必要花如此多精力学数学，一位专家说“日本的生命线在于公民的一般素质：外语、管理、史地、技术、数学等的均衡发展”，值得我们深思。

其次，中国大陆学生的数学测试成绩表明，常规计算能力虽强，但应用能力薄弱。例如在求两城市间最短路线，看统计图回答问题等测试成绩方面，得分率低于韩国、台湾、苏、美、瑞士、英、加拿大。难道中国学生只会做纯而又纯的数学题？非不会也，乃不教也，中国数学教育脱离实际，是一个严重的弊病。

再次，中国学生动手能力低于发达国家，也许无须测试即可知道，欧美学生在卷面上考不过我们，可是摆弄起计算机却如鱼得水，用计算机作图，储存资料，文字处理，科学计算乃至玩游戏，样样精通。你说他数学素质不好，恐怕也很难讲。说这是一群适应21世纪信息社会的未来公民，似乎不算过分。

总之，中国数学教育不必妄自菲薄，亦不可盲目乐观。

三 儒家考试文化下的中国数学教育

数学教育是一种社会活动,必然受到传统文化的制约.中国数学教育受到传统的儒家文化影响,自不待言.

儒家文化教人追求现世功业,努力搏取功名富贵.这比佛教徒为来世而修行的想法更实际,更富进取心.家长、社会都在鼓励学生苦读.练,练,练.背,背,背.不管数学如何枯燥,学生都能硬着头皮学下去.这是儒家文化带给我们的积极方面.

但是儒家考试文化的特征是,读圣贤书,做八股文.老老实实打基础,规规矩矩做文章,以孔孟圣贤之言为准绳,不可越雷池半步.这样,数学教学中认为要打好基础,提倡“双基”,便会受到热烈拥护,一帆风顺.相反,主张数学应用,提倡数学创造,讲求开放思维,便会受到多方阻拦,困难重重.这是儒家文化带给我们的双重影响.

儒家考试文化宣扬“金榜题名”,主张“一张考卷定终身”.八股取士的结果,是以考试胜利为学习的目标,于是“高考状元”,总分排名,把学生的考试成绩当做科学业绩,把学生的数学竞赛优胜当做英雄行为,有时甚至到了可笑的地步.这种文化氛围给数学教育的危害之大,非常言所能描绘.

爱因斯坦说,学校要培养学生的“好奇心”,而不能只是“好胜心”.

李政道说,我们要学生做“学问”,而不仅是“学答”.

四 “指挥棒”:当心走入“八股化”误区!

中国的高考已有近百年历史,可是当前的考试模式却是在 80 年代中期才形成的.短短几年,它已经出现一种僵化的趋势.何以

见得？请看：

- * 数学试卷越来越长，堪称世界之最。
- * 选择题的弊病视而不见。
- * 考试题型年年如此，缺少变化。
- * 应用题、开放题难以进入。

总之，做数学高考试卷，只能快速反应，无暇思考，老师考不过学生。理解和创造在这里显得何等苍白无力。

这并非国家教委考试中心不想改，提出防止高考“八股化”的正是国家教委考试中心。中国考试文化的积淀深深，一时难改，可以理解。我们应该有耐心等待。

令人难以附和的是为当前不合理命题方式辩护的所谓“理论”。它把好端端的数学整体分割成若干“知识点”，以知识点的70%覆盖率为试卷的基本要求。考卷长的根源，盖出于此。其实，世界各国的高考试卷不过10题左右。要那么多的覆盖率做什么？学数学的还不相信“抽样”检查？

实行数学素质教育，改革现行的数学考试命题，防止“数学考八股”，应是当务之急。

五 从“英才数学”到“大众数学”

以第二次世界大战为界，世界教育发生了巨大变化：从过去培养“精英”升学为主的教育转向为“大众”提高素质为主的教育。学生多了，水平参差不齐，由于实行义务教育又不能将差生赶出学校，于是教育的目标，理论研究，政府决策都随之而变。二次大战前的“英才数学”也终于变为“大众数学”。

“为一切人的数学”(Mathematics for all)的口号在欧美各国已被广泛接受，而且成为数学教育的主流。

日本已普及高中教育，尽管日本也有“考试地狱”，但升学压力

主要体现在收取高昂学费的补习学校里,而正规的中学教育,则受教育立法和行政监督的保护,基本上按教育规律办事,日本数学教育正在提倡“实用”、“创造”,建立选修制度,以适应各种不同的数学需要。

从 50 年代末起,苏联实行了三次教育改革,柯尔莫哥洛夫(Колмогоров, А. Н.)领导的中学数学教育改革,已使我们当年所模仿的基谢廖夫(Киселев, А. П.)数学教材体系大幅改观,而我们至今未有大动,恐怕不合时宜。

我国是社会主义国家.我们的数学教育理应为“一切人”,“大众数学”是我们应当追逐的目标,国际上的成功经验,值得我们吸取,并加以发展.值得注意的历史事实是:半殖民地教育往往是“英才”教育,殖民者只需一批“买办”和“领班”就够了,今天,我们应是“大众数学”的积极倡导者!

六 让孩子们喜欢数学

日本中学生在夺取国际 IEA 调查总分第一的同时,却发现日本学生不喜欢数学的比率也名列第一,因此,日本中小学生的数学好成绩,是在社会期望、家长督促下“强制地”获得的.中国的情况究竟如何,尚无确切的报道,但是,据调查某省在普及九年制义务教育过程中,初二时有大批学生流失,辍学的原因之一是厌恶数学.就我国数学教育改革的层面上分析,应该讨论以下的问题:

为什么让所有的学生学习同样的数学?让 90% 以上的学生去陪百分之几的升大学的学生念数学——营养丰富却咬不动的数学“牛排”,是否合适?“英才教育”是否在我国仍占主导地位?

九年制义务教育的实行,是对“英才教育”的否定,但是社会主义条件下,教育过程中还存在着事实上的不平等,由于家庭、社会环境各异,必有一部分数学上的“差生”、“慢生”出现.那么,我们是

否向他们倾注了足够的爱心,负起应有的责任?当我们在赞赏“高考状元”、“竞赛冠军”时,是否还记得他们?

在经济条件具备之后,义务教育的核心是“差生”、“慢生”问题。一方面,我们强迫父母把孩子送入学校九个年头,一方面却强迫学生学他们不喜欢的东西,这是一个矛盾。

因此,我们的目标是:让孩子们喜欢数学!让不同的孩子学习不同的数学!

七 “数学素质”需要设计

“素质教育”的口号已经提出好几年了,但是究竟什么是我国未来公民的数学素质,却并没有统一的认识,也无深入的探讨,当前比较流行的一种看法是:所谓数学素质就是数学思维能力,亦即数学运算能力、逻辑思维能力和空间想象力,其核心则是逻辑思维能力。

这种观点,源远流长,在学习苏联时期得到加强,并在1963年数学教学大纲中得到完整的表述。影响一直延续至今。其出发点是强调数学的抽象性和逻辑严格性,把数学看作是一种思想体操,把逻辑的形式化陶冶看作数学教育的最重要功能。

欧美国家在二次大战前也持这样的观点,但从“英才数学”转向“大众数学”之后,情况发生了变化。

我们从英国的“考克罗夫特报告(Cockcroft Report, 1982)”,美国的“人人关心(Everybody Counts)”,美国数学教师协会(NCTM)的“课程标准”和德国、日本的“数学教学大纲”中,可以看到有许多新的提法,概括起来,数学素质似应从以下几个方面去阐述:

1. 知识观念层面:能用数学的观念和态度去观察、解释和表示事物的数量关系、空间形式和数据信息,以形成量化意识和良好的

数感。

2. 创造能力层面:通过解决日常生活、实际情景和其他学科问题,发展提出数学模型,了解数学方法,注意数学应用的创造型数学能力,并形成忠诚、坚定、自信的意志品格。

3. 思维品质层面:熟悉数学的抽象概括过程,掌握数学中的逻辑推理方法,以形成良好的思维品质与合理的思维习惯。

4. 科学语言层面:作为一种科学的语言,数学也是人际交流不可缺少的工具,数学素质应包括能初步运用这种简约、准确的语言。

简言之,数学素质,应包括数学意识、问题解决、逻辑推理和信息交流这样四个部分。过去我们过分强调逻辑推理,未免偏颇。

八 中小学数学课程改革走了“之”字形

“面向世界,面向未来,面向现代化”的方向,首先应当落实在课程改革上。80年代初,我国的中小学数学有一次大的变化。微积分、概率、矩阵、开关逻辑等,都曾一度进入课程内容。孰料好景不长。在“保守”的舆论下做了保守的估计,终于下达了保守的决定。数学内容又恢复到60年代的原样。任何一个不抱偏见的人,在对照了世界各国的数学教材之后,都会对现行数学教材的“陈旧”和“狭窄”感到惊讶不已。中学教材中没有微积分的国家和地区,在世界上已经找不到了,包括近邻的日本,我国的香港和台湾。前苏联在50年代没有微积分,我们在解放前有微积分,结果是“一股脑”地学了过来,取消了,后来人家有了,我们却拒绝加进去,令人百思不解。

到了90年代,除上海有超越现行大纲的初高中数学教材之外,全国的数学教材仍然没有微积分、概率的踪影。电视台的气象预报出现了“降水概率”,有奖销售中有所谓“中奖概率”。读了12

年的数学,却不曾接触“概率”常识,未免可笑。

现在,全国正在编写 2000 年以后的高中教材,微积分、概率、向量均在其中.似乎过了 20 年后又重新回到老地方.但愿吸取过去教训,少些保守,多些创新,把“之”字的最后一笔写好。

九 数学应用意识的失落

这是中国数学教育的一种严重缺陷.课堂上不讲数学的实际来源和应用方法,“掐头去尾烧中段”,还自称为培养抽象思维能力,“理论联系实际”的口号喊了几十年,到头来连应用的影子都不见了,岂不痛心?

举一个小的例子来说,电视台播放某大奖赛实况,总要去掉一个最高分,一个最低分,现在又要去掉两个最高分,两个最低分,这是为什么?我们课堂上,不去让学生了解这类活生生的身边的数学事实,数学教育工作者应该觉得惭愧才是。

数学应用是一种数学通识,一种基本的观点和态度.我们强调数学应用,不是回到“测量、制图、会计”等那种忽视基础理论的路上去,而是要培养一种应用数学知识的意识和欲望,使数学融入人的整体素质,成为世界观的一部分。

一个严重的问题是各级各类考试中没有应用数学的要求,在数学考卷中放一些适当的应用题如何?让高考指挥棒指挥得好一些,应该是办得到的事。

如果回顾一下历史,那么中国传统数学是很讲究应用的.《九章算术》就是由 246 个题目所组成,分别属于方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股等九章,应用的方向十分明确.就是在 50 年代的中学课堂上,学习苏联时期的课本里,也有很多应用题.后来经过 1958 年的联系实际大辩论,数学非联系田头、车床不可,走了极端.到 1963 年大纲,“调整”之余,应用被削弱。“文

化大革命”时期又走上另一极端,结果到“拨乱反正”阶段,应用成了“左”的表现.正所谓“进一步,退两步”,以至今日无人愿意谈应用.

现在,社会主义市场经济大潮正在兴起,股票、利息、保险、分期付款等经济方面的数学问题,已成为人们的常识,介入人们的日常活动,如果数学教学只提供“思想体操”,不管实际应用,恐怕不合时代要求了.

十 突破口:提倡问题解决

中国数学教育已形成了一个较完整的体系,要想改革,谈何容易,至高无上的升学考试指挥棒,在可见的将来仍是“绝对权威”,升学考题决定了数学教学的走向,大运动量地训练学生迅速、正确地求解考题.在这一特定社会氛围中,数学课程改革受高考制约,教学方法改革以解考题为转移,数学教学的评价以升学考试成绩为标准.如果改革和考题无关,则免谈.这几年来,“大众数学”、“发现式教学”、“能力的培养”等口号提到不少,但对课堂实际的影响甚微,关键在于和考题研究脱节.

这里,我们想到国外的“问题解决”的口号.此提法始于1980年的美国,美国是一个喜欢标新立异的国家,但这个口号提出至今,一直被人们广泛接受,而且在90年代依然是数学教育的中心课题,这就说明,它不是一时一地的权宜之计,而是历史的必然,符合时代潮流的明智之举.

中国是解题王国,我们天天在解题,何劳你来谈“问题解决”?

我们要说的是:问题不等于考题,尤其不等于目前中国的升学考题.

用“问题”来补充、改造和影响考题,以便进一步改革中国的数学教育,这也许是一个有效的突破口.

所谓“问题”，是指：(1)对学生来说不是常规的，不能靠简单的模仿来解决；(2)可以是一种情景，其中隐含的数学问题要学生自己去提出、求解并作出解释；(3)具有趣味和魅力，能引起学生的思考和向学生提出智力挑战；(4)不一定有终极的答案，各种不同水平的学生都可以由浅入深地作出回答；(5)解决它往往需伴以个人或小组的数学活动。

在我国提倡“问题解决”，我们打算做以下工作：

出版《问题集》，显示数学问题与考题的不同，使大家具体地了解“问题”。

在升学考试中适当地逐步地出一些“问题”作为考题，使问题进入数学教学的阵地，不停留在空喊。

问题解决教学和升学考试将是互补的，我们设想，在一些重点中学进行“问题解决”教学，会促进而不妨碍升学率。

对义务教育中产生的差生和慢生来说，许多“问题”将会唤起他们的数学兴趣和数学学习欲望。

我们希望中国的数学教育能够做到：“以习题演练为基础，以问题解决为主导”。

十一 观念转变：允许非形式化

数学的一个重要特点是形式化(formal)，如形式化的表示，形式化的推理，形式化的演算，达到极点便是希尔伯特(Hilbert, D.)的形式主义。自从50年代学习苏联以来，中国数学教育更趋向形式化，特别注重逻辑上的精密，形式上的推演，数学上“言必有据”、“论必严谨”更倾倒了无数学子。

但是形式化毕竟是有限度的。希尔伯特的形式主义已被证明不可能，一切数学证明也不过是指指点点，不可能那么形式化。尽管数学论文发表的标准，必须是严密的逻辑证明，不可有任何疏