

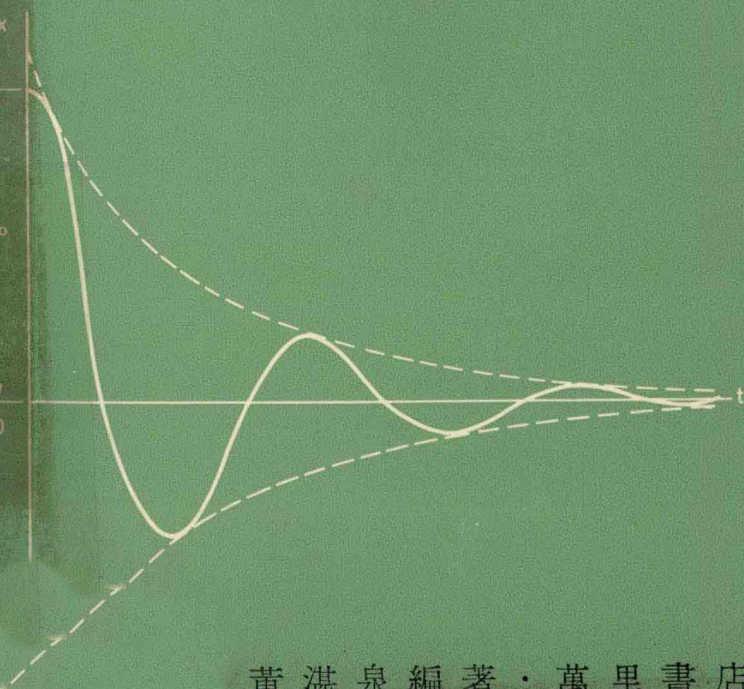
· 大專課程參考叢書 ·

國際單位制 SI Units

MECHANICS OF MACHINES

機械力學

(下 冊)

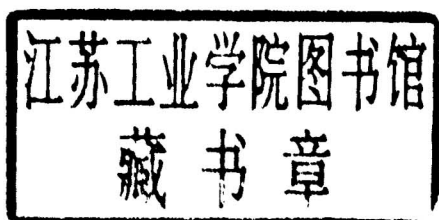


黃湛泉編著 · 萬里書店出版

機 械 力 學

· 下 冊 ·

黃 湛 泉 編 著



香 港 萬 里 書 店 出 版

機 械 力 學

· 下 冊 ·

黃 湛 泉 編 著

出 版 者：葛 里 書 店

香港北角英皇道486號三樓

電話：5-632411 & 5-632412

承 印 者：金冠印刷有限公司

九龍紅磡差館里3~5號

定 價：港 幣 十 四 元

版 權 所 有 * 不 准 翻 印

(一九七七年六月版)

目 次

第十一章	齒輪機構(二) —— 斜齒圓柱齒輪、螺旋齒輪、 圓錐齒輪、蝸桿與蝸輪	1
11·1	斜齒圓柱齒輪的形成	1
11·2	斜齒圓柱齒輪的主要參數及計算	2
11·3	斜齒圓柱齒輪的嚙合比	4
11·4	斜齒圓柱齒輪的當量齒輪	5
11·5	斜齒圓柱齒輪的軸向力、人字齒輪	8
11·6	斜齒圓柱齒輪的幾何尺寸計算	9
11·7	螺旋齒輪	11
11·8	直齒圓錐齒輪	14
11·9	圓錐齒輪的齒廓曲線及當量齒輪	18
11·10	蝸桿及蝸輪	21
	習 題	27
第十二章	制動器	29
12·1	塊式制動器	29
12·2	帶式制動器	37
	習 題	40
第十三章	飛輪及調速器	43
13·1	扭矩與運轉速度的波動	43
13·2	曲柄扭轉作用圖	45
13·3	飛輪計算原理	46

13·4	調速器的作用·····	50
13·5	調速器的種類·····	50
13·6	調速器計算原理·····	53
	習 題·····	57
第十四章	平 衡·····	58
14·1	機械的平衡·····	58
14·2	靜平衡與動平衡·····	59
14·3	在同一平面內迴轉質量的平衡·····	61
14·4	在不同平面內迴轉質量的平衡·····	62
14·5	直線往復質量的平衡·····	64
	習 題·····	71
第十五章	自由振動·····	73
15·1	無阻尼自由振動·····	73
15·2	簡諧運動·····	73
15·3	線性系統·····	75
15·4	扭轉系統·····	78
15·5	單擺及複擺·····	80
15·6	兩個自由度的振動·····	83
	習 題·····	92
第十六章	樑的橫向振動及軸的渦轉·····	96
16·1	在單一集中載荷作用下的樑的橫向振動·····	96
16·2	在均佈載荷作用下的樑的橫向振動·····	97
16·3	在數個集中載荷作用下的樑的橫向振動·····	103
16·4	軸的渦轉·····	104
	習 題·····	112
第十七章	扭轉振動·····	115
17·1	單自由度扭轉系統·····	115

17·2	雙自由度扭轉系統·····	116
17·3	三自由度扭轉系統·····	118
17·4	多自由度扭轉系統·····	121
17·5	扭轉系統的當量軸·····	122
17·6	簡單輪系的扭轉系統·····	123
	習題·····	132
第十八章	阻尼自由振動·····	135
18·1	阻尼作用·····	135
18·2	黏性阻尼的線性自由振動·····	136
18·3	黏性阻尼的扭轉自由振動·····	142
18·4	庫倫阻尼的線性自由振動·····	143
18·5	庫倫阻尼的扭轉自由振動·····	147
	習題·····	149
第十九章	強迫振動·····	151
19·1	無阻尼強迫振動·····	151
19·2	扭轉系統的無阻尼強迫振動·····	155
19·3	基座作週期性移動的系統（無阻尼）·····	156
19·4	阻尼強迫振動·····	157
19·5	扭轉系統的阻尼強迫振動·····	167
19·6	基座作週期性移動的系統（有阻尼）·····	168
	習題·····	175
第二十章	自動控制導論·····	178
20·1	自動控制及其系統形式·····	178
20·2	自動控制系統的基本組成部分·····	180
20·3	單閉環系統的實例·····	182
20·4	轉換函數·····	184
20·5	方塊圖解·····	187
20·6	簡單機械系統——實例分析·····	194

20·7	穩定性的概念.....	196
	習 題.....	197
附 錄		201
	中英詞集對照及索引.....	201
	英中詞集對照及索引.....	209

第十一章 齒輪機構 (Gear mechanism) (二)——

斜齒圓柱齒輪(Helical gear)、螺旋齒輪 (Screw gear)、圓錐齒輪(Bevel gear)、蝸桿與蝸輪(Worm and worm gear)

11·1 斜齒圓柱齒輪的形成

在上冊第六章中討論直齒圓柱齒輪的齒廓曲線、嚙合線、壓力角以及其他參數，都是垂直於齒輪軸線的一個端截面的幾何投影。由於直齒圓柱齒輪的齒長與齒輪軸線平行（見上冊第 127 頁圖 6·1），所以任何端截面的投影是一致的。

根據上述直齒圓柱齒輪的構成特點和運轉情況，產生下列的缺點：

（1）一對齒輪在傳動時，它們每一對相嚙合的齒在開始和終止的一瞬間都是突然地整個齒寬接觸或分離的，所以在傳動時易引起衝擊和噪音。

（2）由於上述的突然接觸和分離，對於齒輪的製造誤差特別敏感，容易引起不良影響。

（3）直齒圓柱齒輪的嚙合比受到一定限制，不能提高很多。

爲了改善齒輪的嚙合狀況，可採用圖 11·1 的梯級齒輪 (Stepped gear)。假想將直齒圓柱齒輪沿軸線方向等分爲若干個薄片齒輪，並使每個薄片齒輪依次地相對地轉過同一角度，然後聯結成一整體，如圖所示。

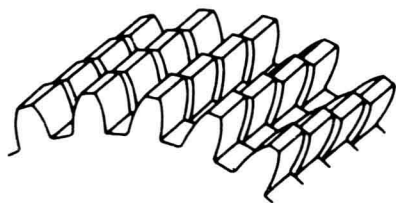


圖11·1

這樣的一對梯級齒輪在轉動時，相嚙合的一對齒的各個薄片將對應地先後接觸和分離，亦即同時在不同的位置相接觸，這樣就沒有突然地整個齒寬接觸或分離的現象，從而減輕衝擊和噪音。同時由於各齒片是先後參加工作的，因此可以分散齒輪製造誤差對傳動的影響，也可以增加嚙合比。

梯級齒輪的薄片齒輪數目越多，則上述的優點越顯著。如果使薄片齒輪數目為無窮大，而每相鄰兩薄片齒輪錯開無窮小的角度，則齒長成為一連續的螺旋線，梯級齒輪變為斜齒圓柱齒輪（圖 11·2）。

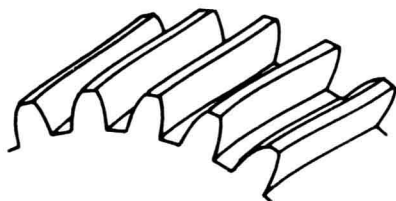


圖11·2

由於製造困難，梯級齒輪在實際上並不應用，而斜齒圓柱齒輪的優點顯著，製造却很方便，所以應用非常廣泛。

11·2 斜齒圓柱齒輪的主要參數及計算

按照斜齒圓柱齒輪的形成原理，亦可應用漸開線為齒廓，符合恒定速比傳動的條件。因此，本書上冊第六章討論的直齒圓柱齒輪的原

理同樣適用於斜齒圓柱齒輪，但後者有其本身的特點。

(1) 螺旋角 (Helix angle)

圖 11.3 示一對斜齒圓柱齒輪的嚙合情形。如圖所示，輪齒螺旋線與包含輪軸在內的平面所成的角 β 稱為螺旋角。一對相嚙合的斜齒圓柱齒輪，它們的螺旋角必須相等而方向相反。

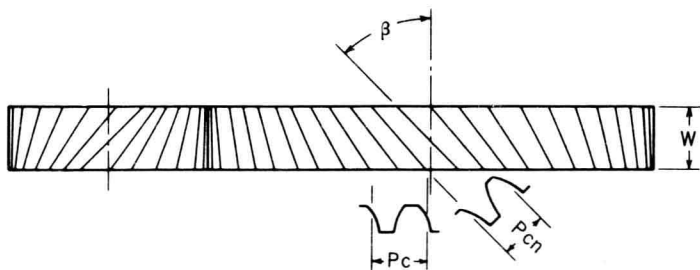


圖 11.3

(2) 導程 (Lead)

在齒輪螺旋線上的一點到迴轉一圈的相應的螺旋線上一點之間的距離 L 稱為導程。即

$$\tan \beta = \frac{\text{節圓周長度}}{\text{導程}} = \frac{\pi D}{L} \quad (11.1)$$

(3) 周節 (Circular pitch)

周節的定義同直齒圓柱齒輪（見上冊第 136 頁）。但是，在斜齒圓柱齒輪中，周節 p_c 係指在迴轉面上的周節 (Circular pitch in plane of rotation)，而垂直於輪齒螺旋線方向的截面上的周節 p_{cn} 則稱為法向周節 (Normal circular pitch)，如圖 11.3 所示。兩者的關係如下：

$$p_{cn} = p_c \cos \beta \quad (11.2)$$

(4) 模數 (Module)

模數係指迴轉面上的模數 m ：

$$m = \frac{p_c}{\pi} = \frac{D}{Z} \quad (11.3)$$

式中 D ——節圓直徑； Z ——齒數。

法向模數 (Normal module) m_n :

$$m_n = \frac{p_{cn}}{\pi} = \frac{p_c \cos \beta}{\pi} = m \cos \beta \quad (11.4)$$

一對相啮合的斜齒圓柱齒輪，它們的模數必須相等。

(5) 徑節 (Diametral pitch)

徑節亦係指迴轉面上的徑節 P :

$$P = \frac{1}{m} = \frac{\pi}{p_c} = \frac{Z}{D} \quad (11.5)$$

法向徑節 (Normal diametral pitch) P_n :

$$P_n = \frac{1}{m_n} = \frac{\pi}{p_{cn}} = \frac{P}{\cos \beta} \quad (11.6)$$

(6) 壓力角 (Pressure angle)

一對斜齒圓柱齒輪在迴轉面上的啮合情形與直齒圓柱齒輪是相同的，壓力角 α 係以迴轉面為根據，其定義同前（上冊第 135 頁 6.4 節）。

垂直於輪齒螺旋線方向的截面上的壓力角 α_n 則稱為法向壓力角。兩者的關係為：

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha \cdot \cos \beta \quad (11.7)$$

一對相啮合的斜齒圓柱齒輪，它們壓力角必須相等。

11.3 斜齒圓柱齒輪的啮合比

圖 11.4 示兩個端面參數尺寸完全相同的直齒和斜齒圓柱齒輪。直齒齒輪運轉時，在 II 位置開始啮合，在 III 位置啮合終止，即 l 表示與啮合弧相應的啮合區域。斜齒齒輪運轉時，亦在 II 位置開始啮合，但在 III 位置時，僅僅是輪齒的一端啮合終止，直到 IV 位置時，這輪齒的啮合才完全終止。因此，斜齒齒輪的啮合弧相應的啮合

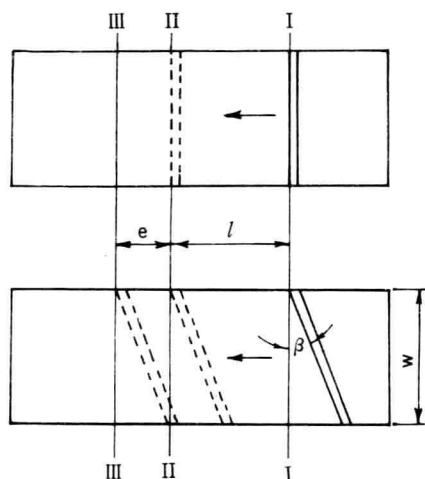


圖11·4

區域為 $l+e$ 。 e 相當於嚙合弧的增加量，其值為

$$e = w \tan \beta \quad (11.8)$$

式中 w ——斜齒齒輪的齒寬。

因此，斜齒齒輪的嚙合比的增加量為

$$\epsilon' = \frac{e}{P_c} = \frac{w \tan \beta}{P_c} \quad (11.9)$$

由式(11.9)可見，在斜齒圓柱齒輪傳動中，同時嚙合的輪齒對數較直齒圓柱齒輪為多，如果增大螺旋角 β 及齒寬 w 數值，則更為顯著。由於載荷分佈在較多的輪齒上，可使輪齒強度提高並且增加傳動的穩定性。所以斜齒齒輪廣泛應用於高速和重載的傳動中。

11.4 斜齒圓柱齒輪的當量齒輪

根據斜齒圓柱齒輪的形成原理，其端面上的齒廓應為漸開線，與直齒圓柱齒輪的齒廓完全相同。但是，在實際上應用普遍的齒輪切削

刀具 (Gear cutting tool), 如盤銑刀 (Disk milling cutter) 及滾刀 (Gear hobber), 不能切削出這種理想齒廓。通常在加工斜齒圓柱齒輪時, 應用切削直齒圓柱齒輪的刀具, 沿着斜齒螺旋線方向運動。如圖 11.5 所示。這樣切削出來的斜齒在法面上的齒廓是漸開線, 在迴轉面上的齒廓則不是準確的漸開線, 但其準確度已能夠滿足實用上的要求。

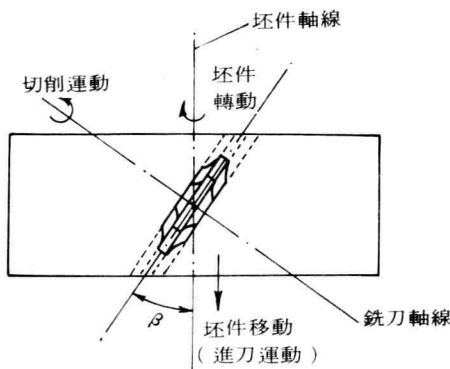


圖 11.5

在加工斜齒圓柱齒輪時選擇合適的銑刀和滾刀, 以及在應用第六章所推導的直齒圓柱齒輪計算公式時, 都需要知道在法面上的齒廓形狀及尺寸大小。

現在我們要研究的問題是, 與斜齒圓柱齒輪在法面上齒形相當的直齒圓柱齒輪, 這個直齒圓柱齒輪便稱為當量齒輪 (Equivalent gear)。

根據漸開線的形成原理 (見上冊第 132 頁 6.3 節), 我們知道, 齒形曲線決定於基圓的大小, 與基圓的半徑為

$$R_b = R \cos \alpha = \frac{m Z}{2} \cos \alpha$$

因此, 齒形是模數 m 、齒數 Z 和壓力角 α 的函數。

那末, 斜齒圓柱齒輪在法面上的齒形就是法向模數 m_n 、法向壓力角 α_n 和法面齒形相當的齒數 (稱為當量齒數) Z_e 的函數。法向模數反映齒的尺寸大小, 決定於強度要求, 且為標準數值; 法向壓力角

決定於所選用的標準刀具。因此，問題的焦點便在於如何尋求當量齒數。

如圖11·6所示，通過斜齒齒輪作法面 NN ，則此法面與斜齒齒輪的節圓的交線為一橢圓，它的長半徑 a 和短半徑 b 為

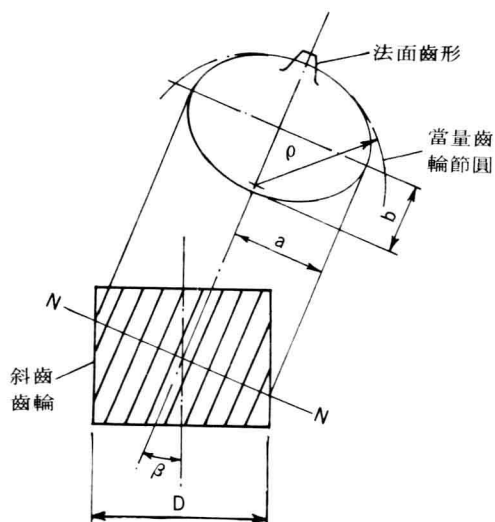


圖11·6

$$a = \frac{D}{2 \cos \beta} \quad (11 \cdot 10)$$

$$b = \frac{D}{2} \quad (11 \cdot 11)$$

式中 D —— 斜齒齒輪的節圓直徑。

在短徑端點的曲率半徑 ρ 為

$$\rho = \frac{a^2}{b} = \frac{D}{2 \cos^2 \beta} \quad (11 \cdot 12)$$

故當量齒輪的節圓直徑為

$$D_e = 2 \rho = \frac{D}{\cos^2 \beta} \quad (11 \cdot 13)$$

當量齒輪的模數即為斜齒齒輪的法向模數 m_n ，因此，當量齒數

$$\begin{aligned}
 Z_e &= \frac{D_e}{m_n} = \frac{D}{\cos^2 \beta} \cdot \frac{1}{m \cos \beta} \\
 &= \frac{Z}{\cos^3 \beta}
 \end{aligned} \tag{11.14}$$

式中 m ——斜齒齒輪端面模數。

$Z = \frac{D}{m}$ ——斜齒齒輪的齒數。

11.5 斜齒圓柱齒輪的軸向力、人字齒輪

斜齒圓柱齒輪的主要缺點是在傳動時產生額外的軸向力。如圖 11.7 所示，一對嚙合的輪齒的相互作用力為 F_n ，此力產生三個分力：圓周切向力 F_t ，係傳遞功率的有效力；徑向力 F_r ；軸向力 F_a ，係由螺旋角 β 所引起。

$$F_a = F_t \tan \beta \tag{11.15}$$

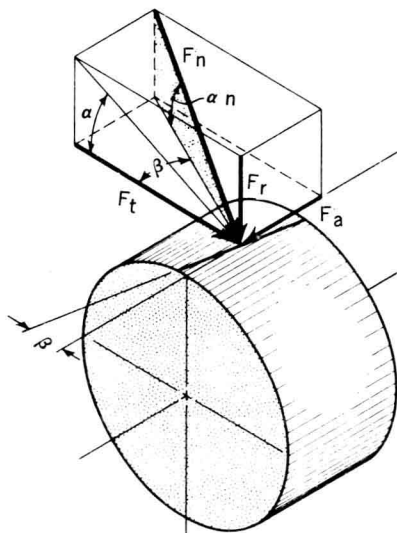


圖11.7

對於一定的圓周切向力 F_t ，軸向力 F_a 隨螺旋角 β 的增加而增加，故螺旋角 β 不可太大，一般採用 $\beta = 8 \sim 20^\circ$ 。

爲了消除所產生的軸向力，可將斜齒齒輪的輪齒做成左右對稱的螺旋線，如圖 11·8 所示，即所謂人字齒輪(Herring bone gear, Double helical gear)。這種齒輪的兩側產生的軸向推力互相抵消。人字齒輪保留了斜齒齒輪的優點，又消除了它的缺點，故多用於大功率的傳動。

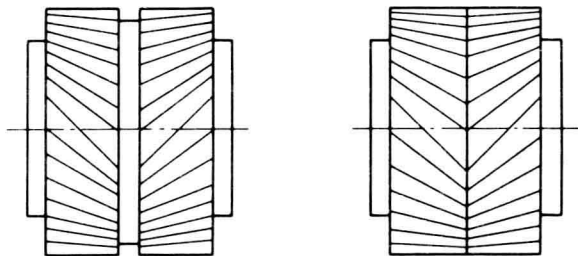


圖11·8

由於人字齒輪不產生軸向力，可用較大的螺旋角 β ，常取 $\beta = 25 \sim 45^\circ$ 。

11·6 斜齒圓柱齒輪的幾何尺寸計算

斜齒圓柱齒輪的幾何尺寸是按端面齒形進行計算的，既然端面齒形與直齒齒輪的齒形沒有區別，所以只須把直齒齒輪計算公式中的參數換算爲斜齒齒輪端面參數即可。

因此，斜齒齒輪各部分尺寸的計算公式除了前面第 11·2 節中式 (11·1) 至 (11·7) 之外，可參見上冊第 6·5 節，這裏不再重覆。

例題 11·1

一對斜齒圓柱齒輪的傳動比 $i=4.6$ ，法向模數 $m_n=3\text{mm}$ ，法向壓力角 $\alpha_n=$

20°, 螺旋角 $\beta = 25^\circ$ 。若要求傳動的中心距大約 400 mm, 試求兩齒輪的齒數及準確的中心距。

解:

已知傳動比

$$i = \frac{D_2}{D_1} = \frac{Z_2}{Z_1} = 4.6$$

中心距

$$C = \frac{D_1 + D_2}{2} \approx 400 \text{ mm}$$

解上兩式, 可求得兩齒輪的節圓直徑

$$D_1 = 143 \text{ mm}, D_2 = 657 \text{ mm}$$

端面模數

$$m = \frac{mn}{\cos \beta} = \frac{3}{\cos 25^\circ} \\ = 3.31 \text{ mm}$$

兩端齒數

$$Z_1 = \frac{D_1}{m} = \frac{143}{3.31} = 43.2$$

取近似整數

$$Z_1 = 43$$

$$Z_2 = Z_1 i = 43 \times 4.6 = 197.8$$

取

$$Z_2 = 198$$

兩齒輪的準確的節圓直徑

$$D_1 = m Z_1 = 3.31 \times 43 = 142.33 \text{ mm}$$

$$D_2 = m Z_2 = 3.31 \times 198 = 655.38 \text{ mm}$$

準確的中心距

$$C = \frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{142.33 + 655.38}{2} \\ = 398.855 \text{ mm}$$