考试名家指导

MBA/MPA/MPAcc联考与经济类联考同步复习指导系列

2014经济类联考数学高分速成

适用经济类联考（396科目）：

金融·应用统计·税务·国际商务·保险·资产评估

袁进　等编著

◎ 内含2012年和2013年两套经济类联考数学真题及详解

◎ 归纳分类典型例题，并给出最快捷的解题方案

◎ 例题与习题难度真正贴近联考数学真题

◎ 书中所有练习均配有详解

◎ 适合需要短期内提高数学应试能力的考生

2014版

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

013-44
495
2014

考试名家指导

013026277

MBA/MPA/MPAcc联考与经济类联考

2014
经济类联考
数学高分速成

适用经济类联考（396科目）：

金融·应用统计·税务·国际商务·保险·资产评估

袁进　等编著

北京航空航天大学
★藏书★
图书馆

013-44
495
2014

北航　C1633482

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

本书是根据最新版的经济类专业硕士学位研究生入学考试大纲而编写的数学辅导教材，以方便考生备考。

全书由微积分、线性代数和概率论 3 部分组成。3 章共 15 节。汇总了考试大纲中所涉及的全部知识点，并通过例题加以讲解。

通过本书的复习，考生可全面了解经济类专业硕士入学数学考试的知识点和题型，使复习过程中目标明确，在短时间内快速提高自己的数学应试能力。

书后附录中提供了 2012 年和 2013 年两套经济类专业硕士联考数学试卷及解析，供读者参考。

本书适合用于拟参加经济类专业硕士学位入学考试的考生。

图书在版编目（CIP）数据

2014 经济类联考数学高分速成 / 袁进等编著. —北京：机械工业出版社，2013.4

（MBA、MPA、MPAcc 联考与经济类联考同步复习指导系列）

ISBN 978-7-111-41722-4

Ⅰ.①2… Ⅱ.①袁… Ⅲ.①高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 Ⅳ.①G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 042228 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：杨晓昱 责任编辑：田 旭

责任印制：邓 博

保定市中画美凯印刷有限公司印刷

2013 年 4 月第 1 版 · 第 1 次印刷

184mm × 260mm · 14 印张 · 159 千字

0 001 - 6 000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-41722-4

定价：28.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务 网络服务

社服务中心：（010）88361066 教材网：http://www.cmpedu.com

销售一部：（010）68326294 机工官网：http://www.cmpbook.com

销售二部：（010）88379649 机工官博：http://weibo.com/cmp1952

读者购书热线：（010）88379203 **封面无防伪标均为盗版**

前　言

本书是根据经济类联合综合能力考试的最新考试大纲、命题规律及思路编写的，旨在帮助考生正确理解考试大纲、准确把握考试内容，为考试获得高分打下坚实基础。

本书主要由微积分、线性代数、概率论和附录四部分组成。

由于经济类专业硕士联考在我国处于起步阶段，近年来所考内容比较固定且难度偏低。但为了确保考生在联考中获得理想成绩，本书中所汇总的例题与习题在难度上等同或略高于真题。

附录提供了 2012 年和 2013 年两套经济类联考数学试卷及解析。

本书的主要特点是：

（1）精讲精练。针对考生平时工作忙、复习时间有限的特点，本书遵从由浅入深、简单易懂、突出重点的原则，帮助考生在短时间内尽快掌握考试内容。

（2）掌握思想、打开思路。数学是一种思想，是一种美丽的游戏规则。只要掌握了最核心的思想，理解了每种考点的游戏规则，就可以以不变应万变，打开做题思路。

本书力求以数学思想为主导，提高考生分析问题和解决问题的能力，避免考生陷入题海战术的误区。

（3）归纳技巧、提高速度。针对联考的特点，本书介绍了每类考试内容所涉及的题目能采用的最快速的解题技巧，有助于考生在短期内提高解题效率。

本书适合于复习时间短，但有一定数学基础的考生。

由于时间仓促，本书难免存在疏漏之处，欢迎批评指正。

袁　进
2013 年 4 月

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　微积分

第一节 函 数

一、函数的定义域

定义 1.1 使得表达式 $f(x)$ 有意义的 x 的集合称为函数 $y=f(x)$ 的自然定义域（简称为定义域）.

在微积分学中，主要考虑的是以下五类函数.

1. 幂函数 $y=x^{\mu}$（μ 为常数），其定义域依据常数 μ 的取值而确定.
2. 指数函数 $y=a^{x}$（a 为常数，$a>0$ 且 $a\neq1$）的定义域为 $(-\infty, +\infty)$.
3. 对数函数 $y=\log_a x$（a 为常数，$a>0$ 且 $a\neq1$）的定义域为 $(0, +\infty)$.
4. 三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$ 的定义域都是 $(-\infty, +\infty)$.

   $y=\tan x$ 的定义域是 $\{x \mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k$ 为整数$\}$.

   $y=\cot x$ 的定义域是 $\{x \mid x\neq k\pi$，k 为整数$\}$.
5. 反三角函数

   $y=\arcsin x$ 的定义域是 $[-1, 1]$

   $y=\arccos x$ 的定义域是 $[-1, 1]$

   $y=\arctan x$，$y=\operatorname{arccot} x$ 的定义域都是 $(-\infty, +\infty)$.

例 1.1 函数 $y=\sqrt{e^{x}-1}+\frac{1}{1-x}$ 的定义域是（ ）.

A. $[0, 1)$ B. $(1, +\infty)$

C. $[0, 1)\cup(1, +\infty)$ D. $(-\infty, 1)$

解 要使 $\sqrt{e^{x}-1}+\frac{1}{1-x}$ 有意义，即要求 $\begin{cases} e^{x}-1\geqslant0 \\ 1-x\neq0 \end{cases}$

同时成立，即 $\begin{cases} x\geqslant\ln1=0 \\ x\neq1 \end{cases}$，因此为 $[0, 1)\cup(1, +\infty)$

答案为 C.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

例1.2 函数$f(x)=\sqrt{x-\sqrt{2x}}$的定义域是（ ）.

A. $x\geqslant 1$　　B. $x\leqslant 2$　　C. $x\geqslant 2$　　D. $x=0$ 或 $x\geqslant 2$

解 要使$\sqrt{x-\sqrt{2x}}$有意义，即要求$\begin{cases}2x\geqslant 0\\ x-\sqrt{2x}\geqslant 0\end{cases}$

从而$\begin{cases}x\geqslant 0\\ x^2-2x\geqslant 0\end{cases}$，因此 $x=0$ 或 $x\geqslant 2$

答案是 D.

例1.3 已知$f(x)$的定义域为$[0,1)$，求$f(x+a)$及$f\left(1-\dfrac{1}{\ln x}\right)$的定义域.

解 要使$f(x+a)$有意义，则需$0\leqslant x+a<1$，从而$-a\leqslant x<1-a$，即$f(x+a)$的定义域为$[-a,1-a)$.

要使$f\left(1-\dfrac{1}{\ln x}\right)$有意义，则需$0\leqslant 1-\dfrac{1}{\ln x}<1$，

解得　$0<\dfrac{1}{\ln x}\leqslant 1$，$1\leqslant \ln x<+\infty$，从而$\mathrm{e}\leqslant x<+\infty$，

因此　$f\left(1-\dfrac{1}{\ln x}\right)$的定义域为$[\mathrm{e},+\infty)$.

二、函数值的计算

给定函数$y=f(x)$，即可求$f(x)$在定义域内的函数值.

例1.4 已知$f(x)=x^2+\ln x$，求$f(1)$，$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$，$f\left(\dfrac{1}{1+x}\right)$，$f(t^2)$以及$f(f(x))$.

解 $f(1)=1^2+\ln 1=1$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{1}{x}\right)^2+\ln\left(\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{1}{x^2}\right)-\ln x$$

$$f\left(\frac{1}{1+x}\right)=\left(\frac{1}{1+x}\right)^2+\ln\frac{1}{1+x}$$

$$f(t^2)=(t^2)^2+\ln t^2=t^4+\ln t^2$$

$$f(f(x))=[f(x)]^2+\ln f(x)=(x^2+\ln x)^2+\ln(x^2+\ln x)$$

例1.5 已知$f(x)=\begin{cases}x+1, & x<0\\ x^2-1, & x\geqslant 0\end{cases}$，求$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$，$f(2)$，$f(t)$，$f(x+1)$.

解 $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{1}{2}$

$$f(2)=2^2-1=3$$

$$f(t)=\begin{cases}t+1, & t<0\\ t^2-1, & t\geqslant 0\end{cases}$$

$$f(x+1)=\begin{cases}(x+1)+1, & x+1<0\\ (x+1)^2-1, & x+1\geqslant 0\end{cases}$$

即 $f(x+1)=\begin{cases}x+2, & x<-1\\ x^2+2x, & x\geqslant -1\end{cases}$

例 1.6 已知 $f\left(\dfrac{1}{x+1}\right)=\dfrac{1-x}{2+x}$，则 $f(x)$ 为（　　）.

A. $\dfrac{2x-1}{x+1}$　　B. $\dfrac{x}{3+x}$　　C. $\dfrac{x}{2x+3}$　　D. $\dfrac{1-x}{2+x}$

解 令 $\dfrac{1}{x+1}=t$，则 $x=\dfrac{1}{t}-1$，代入原式得 $f(t)=\dfrac{1-\left(\dfrac{1}{t}-1\right)}{2+\dfrac{1}{t}-1}=\dfrac{2t-1}{t+1}$

函数的实质是自变量与函数之间的对应规则，与自变量用什么记号无关. 因此 $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

答案是 A.

三、函数的性质

1. 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 在区间 D 上有定义，若存在 $M>0$，使得对任意 $x\in D$，有 $|f(x)|\leqslant M$，则称 $f(x)$ 在区间 D 上有界. 否则，称 $f(x)$ 在区间 D 上无界.

例如，$y=\sin x$，$y=\cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有界，$|\sin x|\leqslant 1$，$|\cos x|\leqslant 1$.

2. 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 在区间 D 上有定义，若对于任意 x_1，$x_2\in D$，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$ [或 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$] 成立，则称 $f(x)$ 在区间 D 上是单调递增 [或单调递减] 函数.

3. 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称 [即若 $x\in D$，则必有 $-x\in D$]. 如果对于任意 $x\in D$，有 $f(-x)=f(x)$ 成立，则称 $f(x)$ 为偶函数；如果对于任意 $x\in D$，有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数.

4. 函数的周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果存在常数 $T\neq 0$，有 $x\pm T\in D$，且 $f(x+T)=f(x)$ 恒成

立，则称$f(x)$为周期函数，使$f(x+T)=f(x)$成立的最小正整数T称为$f(x)$的周期.

例如　$y=\sin x$是周期为2π的奇函数.

$y=\cos x$是周期为2π的偶函数.

$y=\tan x$，$y=\cot x$都是周期为π的奇函数.

例1.7　函数$f(x)=\dfrac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}$为（　　）.

A. 偶函数　　B. 奇函数　　C. 非奇非偶函数　D. 无法确定

解　$f(-x)=\dfrac{1-e^{-(-x)}}{1+e^{-(-x)}}=\dfrac{1-e^{x}}{1+e^{x}}=\dfrac{\dfrac{1}{e^{x}}-1}{\dfrac{1}{e^{x}}+1}=-\dfrac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}=-f(x)$

因此$f(x)$为奇函数.

答案是B.

例1.8　判定$y(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$的奇偶性.

解　$y(-x)=\ln(-x+\sqrt{1+x^2})=\ln\dfrac{(\sqrt{1+x^2}+x)(\sqrt{1+x^2}-x)}{\sqrt{1+x^2}+x}$

$$=\ln\frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}=-\ln(x+\sqrt{1+x^2})=-y(x),$$

因此$y(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$为奇函数.

四、练习及答案解析

(一)单项选择题

1. $y=e^{\frac{1}{1-x}}+\sqrt{4-x^2}$的定义域为（　　）.

A. $[-2,1)$　　B. $(1,2]$

C. $[-2,1)\cup(1,2]$　　D. $[-2,2]$

2. $f(x)=\ln\dfrac{x+3}{2}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+x-2}}$的定义域为（　　）.

A. $(-3,-2]\cup(1,+\infty)$　　B. $(-3,-2)\cup(1,+\infty)$

C. $[-3,-2)\cup(1,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

3. 设$f(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 0\\ x, & x>0\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}0 & x\leqslant 0\\ -x^2 & x>0\end{cases}$，则$f[g(x)]=$（　　）.

A. x^2　　B. x　　C. 1　　D. 0

4. $f(x)=x^3+\sin x$ 为（　　）.

A. 奇函数　　B. 偶函数　　C. 非奇非偶函数　D. 无法确定

5. $y=x^3\left[f(x)-f(-x)\right]$ 为（　　）.

A. 奇函数　　B. 偶函数　　C. 非奇非偶函数　D. 无法确定

6. $f(x)=(x-1)^2$ 为（　　）.

A. 奇函数　　B. 偶函数　　C. 非奇非偶函数　D. 无法确定

（二）数学计算题

7. 求 $y=\dfrac{1}{\sqrt{1+\ln(x-2)}}$ 的定义域.

8. 判别 $y=(1+x^2)f(x)$ $[f(x)$为奇函数$]$ 的奇偶性.

9. 已知 $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}-x-\dfrac{1}{x}$，求 $f(x)$.

10. 求函数 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$ 的反函数.

答案解析

1. (C)

[解析] $\begin{cases}1-x\neq 0\\4-x^2\geq 0\end{cases}$，即$\begin{cases}x\neq 1\\-2\leq x\leq 2\end{cases}$

2. (B)

[解析] $\begin{cases}\dfrac{x+3}{2}>0\\x^2+x-2>0\end{cases}$ 因此$\begin{cases}x>-3\\x<-2 \text{ 或 } x>1\end{cases}$

即定义域为 $(-3,-2)\cup(1,+\infty)$.

3. (D)

[解析] 对任意 $x\in(-\infty,+\infty)$，$g(x)\leq 0$，因此 $f[g(x)]=0$

4. (A)

[解析] $f(-x)=(-x)^3+\sin(-x)=-x^3-\sin x=-[x^3+\sin x]=-f(x)$

5. (B)

[解析] $y(-x)=(-x)^3[f(-x)-f(x)]=-x^3[f(-x)-f(x)]$

$=x^3[f(x)-f(-x)]=y(x)$

6. (C)

[解析] $f(x)=x^2-2x+1$

$f(-x)=(-x)^2-2(-x)+1=x^2+2x+1$

即 $f(-x)\neq f(x)$，且 $f(-x)\neq -f(x)=-x^2+2x-1$

7. [解析] 为使函数有意义，应有 $\begin{cases}x-2>0\\1+\ln(x-2)>0\end{cases}$，从而得 $\begin{cases}x>2\\x-2>\dfrac{1}{e}\end{cases}$

即 $x>2+\dfrac{1}{e}$，所以 $\left(2+\dfrac{1}{e},\ +\infty\right)$ 是其定义域.

8. [解析] $y(-x)=[1+(-x)^2]\ f(-x)=-(1+x^2)f(x)=-y(x)$，

即 y 为奇函数.

9. [解析] 令 $x+\dfrac{1}{x}=t$，则有 $f(t)=t^2-t-2$，因此 $f(x)=x^2-x-2$

10. [解析] 由已知 $\dfrac{1}{y}=\dfrac{2^x+1}{2^x}$，即 $\dfrac{1}{y}-1=\dfrac{1}{2^x}$，从而 $2^x=\dfrac{y}{1-y}$，$x=\log_2\dfrac{y}{1-y}$，所求的反函数为 $y=\log_2\dfrac{x}{1-x}(0<x<1)$

第二节 函数的极限

一、极限的性质

定理 2.1 设函数 $f(x)$，$g(x)$，$h(x)$ 在 x_0 的邻域内（不含 x_0）满足

$g(x) \leqslant f(x) \leqslant h(x)$ 且 $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = A$，$\lim\limits_{x \to x_0} h(x) = A$，

则有 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$.

定理 2.2 函数极限存在的充分必要条件是函数的左、右极限存在且相等，

即 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = A$

定理 2.3 （四则运算）设 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$，$\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = B$，

则
$$\lim_{x \to x_0} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to x_0} f(x) \pm \lim_{x \to x_0} g(x) = A \pm B$$
$$\lim_{x \to x_0} [f(x)g(x)] = [\lim_{x \to x_0} f(x)][\lim_{x \to x_0} g(x)] = A \cdot B$$
$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)} = \frac{A}{B} (B \neq 0)$$

定理 2.4 若 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$，$g(x)$ 为有界函数，则 $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = 0$

二、几种常见类型的极限

例 2.1 求 $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 + x - 4}{x + 1} =$ （　　）.

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 1

解 $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 + x - 4}{x + 1} = \dfrac{(-3)^2 + (-3) - 4}{-3 + 1} = \dfrac{9 - 3 - 4}{-2} = -1$

答案是 B.

例 2.2 $\left(\dfrac{0}{0}\text{型}\right) \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 3} =$ （　　）.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com