



普通高等教育“十二五”规划教材

数学教学技能系列丛书

丛书主编/冯伟贞 何小亚

中学数学教学设计

(第二版)

何小亚 姚 静 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材
数学教学技能系列丛书
丛书主编/冯伟贞 何小亚

中学数学教学设计

(第二版)

何小亚 姚 静 主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书紧扣数学新课标和现代数学教学论与学习论,以初中、高中数学新教材作为素材,内容包括数学教学设计导论,数学基本课型的教学设计,常见的数学教学模式,数学问题解决的教学设计,数学活动课的教学设计,数学微型教学,说课、听课、评课,数学教学设计的原理与策略.书中在每章前给出本章的内容框架、学习要求和目标;章后的“实践与反思”为读者提供进行实践的小课题和进行反思的问题案例.

本书可用作高等师范院校数学教育专业的本科生教材,也适合在职数学教师培训和教育硕士研究生使用.

图书在版编目(CIP)数据

中学数学教学设计/何小亚,姚静主编.—2版.—北京:科学出版社,2012
(普通高等教育“十二五”规划教材·数学教学技能系列丛书/冯伟贞,何小亚主编)

ISBN 978-7-03-035146-3

I. ①中… II. ①何… ②姚… III. 中学数学课-教学设计-高等学校-教材
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 161432 号

责任编辑:姚莉丽 王胡权 / 责任校对:林青梅
责任印制:阎 磊 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京九天志诚印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年7月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2012年7月第 二 版 印张:21

2012年7月第五次印刷 字数:402 000

定价:35.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《数学教学技能系列丛书》序言

应对新时代、新的教育理念和新课程改革的挑战，促进教师的专业发展是根本策略，而数学教师专业素质的培养和提升是其中的核心问题。

数学教师专业素质是在一般素质基础上形成和发展起来的数学教师职业基础性和通识性素养及品质，包括数学素养和品质、数学教育教学理论素养和品质以及数学教学技能。对于数学素养、数学教育教学理论素养的内涵及其作为数学教师专业素质结构组成部分的重要性已经成为人们的共识。在数学师范生的培养方案中，一般通过数学学科基础课群、数学专业课群、教育学及心理学基础课群和数学教育课群的设置来实现培养目标。

数学教学技能是数学教师在数学教学过程中，运用数学专业知识和教学理论及教学经验，使学生掌握学科基础知识、基本技能并受到思想教育等所采用的一系列教学行为方式，也是以教学操作知识为基础的动作技能与心智技能的统一。动作技能包括一系列外部可见的机体动作，如语音、语调、语速、板书、绘图等包括口语表达技能、书面表达技能、仪器操作技能在内的部分；心智技能则主要指教师基于自身的数学素养及数学教学素养完成的心智活动方式，包括讲解、提问、抽象概括、对教学对象各种数学素质和知识能力水平的诊断等。在实际教学过程中，动作技能与心智技能是交叉在一起，不可分割的。但从对数学教学技能结构的解剖不难发现，教师的数学教学技能首先是教师基于个人数学素养、数学教育教学素养的外显行为方式，是教师实现个人相关素养的有效外显、有效传递及有效迁移的工具。

目前在师范生教学技能的培养中，“重视动作技能，轻视数学思想内化，轻视数学教育教学理论内化”的现象是普遍存在的，学生的“心智技能”的形成相对滞后。这与目前数学师范生培养的课程设置及课程内容中，数学学科知识学习、数学教育教学理论学习与教学技能培养三方面被割裂有重要关系，而学生本人也往往缺少打通三方关联的意识及能力。

本丛书的编写选取“中学数学教学设计”、“中学数学解题研究”、“中学数学现代教学技术”为立足点，着力于建立数学学科知识与思想方法、数学教育教学理论和数学教学技能三方融合的平台，为学生“心智技能”的养成提供支持。

教学技能的生成遵循“初步感知→机械模仿→灵活运用→拓展创新”这一发展历程。本丛书的编写力求体现教学技能的这一发展过程，为读者提供丰富的案例，以促进数学教学技能素养的形成、强化和提高。

本丛书是以科学出版社2008年“普通高等教育‘十一五’规划教材·高等师范院校数学教育系列丛书”为基础修订、扩充而成。具体工作包括：

1. 新增《中学数学教学设计案例精选》，作为《中学数学教学设计》一书的配套用书。《中学数学教学设计案例精选》为读者提供类型丰富的教学设计案例，力求使读者通过对案例的学习、比较、研究提高数学教学设计能力。对案例的解读、点评及修改指引有效融合了大量的数学学科知识、思想方法及数学教育理论理论的解读及运用指引。

2. 修订完善《中学数学教学设计》一书，使其更简洁、更实用。

3. 对《中学数学解题研究》一书以“简洁思路及表述，强化解题方法与技巧，丰富案例”为原则进行修订。

4. 对《中学数学现代教学技术》一书，从原来侧重数学定量分析与信息技术相结合的定位，向全面解决数学教学中定性分析、定量分析与信息技术相结合转移，力求使读者更全面把握信息技术在解决数学教学过程中问题情境设置、图形定性及定量分析、数值分析与计算、数学探究等方面的辅助功能。

5. 新增《中学数学课件制作案例精选》（电子读物）。本电子读物收录了华南师范大学数学科学学院历届本科学生的优秀作品，其中包括多件在全国、广东省多媒体课件制作竞赛中的获奖作品。本电子读物对相关课件的教学设计、技术设计及制作技巧作了详细的剖析。

藉此机会感谢华南师范大学数学科学学院对本丛书的编写所给予的精神上及经费上的大力支持，感谢兄弟院校对本丛书的热情支持、积极推介和广泛使用。科学出版社的领导对本丛书的出版给予了大力支持，编辑们付出了辛勤劳动，在此表示由衷的敬意和诚挚的谢意。

希望数学家、数学教育家及使用本丛书的各兄弟院校师生，对本丛书提出宝贵意见和建议，使它们在实践中不断完善，为我国的数学教师专业发展发挥更好的作用。

冯伟贞

2011年7月1日于广州华南师范大学

前 言

在专业越来越细分的今天，同医生、律师、各种技师这些职业一样，教师专业化成了世界各国教育的共同趋势。在数学教育领域，数学教师专业化越来越受到人们关注。在数学教师专业化领域的诸多问题中，数学教师的专业素质问题是最核心的问题。

数学教师的专业素质包括数学素养、数学教育理论素养和数学教学技能。一个优秀的数学教师应该对数学有好的理解，具备较高的数学素养，这已经成为人们的共识。数学教育理论包括数学课程论、数学学习论和数学教学论，简称“数学教育三论”。国家基础教育课程改革纲要、数学课程标准和相应的数学教材担当起提高数学课程理论素养的角色。“数学学与教的心理学”课程则负责解决数学学习论的素养问题。“数学教学论”课程则解决数学教学论的素养问题。

数学教学技能属于实践性极强的意会知识，要通过具体的教学实践活动才能培养。“中学数学教学设计”课程就是为提高师范生的数学教学技能而设置的。这门课程要解决下面几类问题：

- (1) 数学教学设计的通用操作技术问题。
- (2) 数学基本课型的教学设计问题。
- (3) 常用教学模式的教学设计问题。
- (4) 数学问题解决的教学设计问题。
- (5) 数学活动课的教学设计问题。
- (6) 数学微型教学及其设计问题。
- (7) 如何说课？如何听课？如何评课？
- (8) 数学教学设计的原理与策略问题。

本课程是华南师范大学的精品课程“数学教学论”的子课程，属于教育部、财政部第二批高等学校特色专业建设点“数学与应用数学”的课程。本书是华南师范大学教学改革项目“新课程理念下‘中学数学教学设计’研究性教学模式改革的实践研究”的研究成果，主要有以下3个特色：

1. 理念特色

- (1) 体现时代性和先进性。

紧扣数学新课标，以最新修订的国家数学课程标准和新教材作为数学教学设计的课程理论依据；以数学教育心理学理论作为数学教学设计的学习理论依据；

以现代的数学教学理论作为数学教学设计的教学理论依据；吸收同类教材的优点，克服同类教材的缺陷。

(2) 突出应用性和拓展性。

基础教育数学新课程改革以及数学教师专业化发展的趋势，对数学教师提出了新的要求。本书的宗旨是，构建我国数学教师专业化的平台，为国家培养一大批适应数学新课程需要的、具有创新精神和实践能力的高素质数学教师。本书既为读者提供应用性极强的数学教学的基本设计、微型设计，也为读者提供进行数学教学设计研究所必需的一般原理和策略。

(3) 具有实践性和可操作性。

本书是数学教育类课程体系改革的一项成果，是理论在实践中的具体运用，表现出较强的实践性。书中的内容，不管是对师范生还是对在职教师，都是一些与备课紧密联系、具有可操作性的典型范例。为师范生找工作提供说课、讲课帮助，为教师教学研究提供研究思路。

2. 结构特色

根据组块化、先行组织者等学习心理学的原理，我们在每一章的首页给出本章目录和本章概览，使读者能从总体上把握本章的知识结构。

在本章概览中，先说明本章要解决什么核心问题，然后指出学完本章后读者能做什么。

在每一章末，设置“实践与反思”模块。为读者提供进行实践的小课题和进行反思的问题案例，提高运用本章所学来解决问题的能力。

3. 内容特色

本书以现代数学教学设计导论为设计指导思想和技术，以数学教学的概念、原理、习题这三大内容的设计以及常见的数学教学模式为基础，以旧课程中少见的问题解决教学、数学活动教学为重点，以指导师范生专业成长、提高面试成功率的数学微型教学和说课为补充，最后，从数学教学设计研究者的角度，提供教学设计的一般原理和策略，为教师进行行动研究提供理论支持。

例如，针对许多数学教师在进行数学教学三维目标设计时出现的问题——目标内涵不清楚，目标串位，目标层次要求不清楚，目标空洞无物，目标与内容不协调以及对“了解”、“理解”、“掌握”、“灵活运用”这四个术语界定不清，作者对知识与技能、过程与方法 and 情感态度与价值观这三维目标的内容、层次进行了具有可操作性的界定，使数学教学目标设计变成看得见、摸得着、做得到，而不是形同虚设的一项设计。

又如，在第3章中介绍引导探究的教学模式时，选取了既简单，又新颖，且

经典的贝特朗概率悖论作为探究案例，不但使读者熟悉了这种教学模式，而且拓展了视野。

再如，针对目前师范院校数学教学论课程说课的空白，第7章从“什么是说课？说课说什么？怎样说好课？”这三个角度弥补了这一缺憾，并提供了两个说课评价标准和一个说课模版，其适用性和操作性深受教师们的欢迎。

本书由何小亚（华南师范大学）负责确定内容结构框架，姚静（华南师范大学）参与讨论。各章撰写人员分工如下：何小亚编写第1章并负责全书统稿；卢建川（广州大学）编写第2章；张映姜（湛江师范学院）编写第3章；姚静编写第4章和第8章；曾超益（韩山师范学院）编写第5章；谢明初（广东教育学院）编写第6章；廖运章（广州大学）编写第7章。

智者千虑，必有一失。尽管我们已经尽力，但囿于水平，书中疏漏和不足之处在所难免。敬请广大读者批评指正。

何小亚

2012年7月于华南师范大学

目 录

《数学教学技能系列丛书》序言

前言

第 1 章 数学教学设计导论	1
1.1 什么是数学教学设计	2
1.1.1 数学教学设计的含义	2
1.1.2 数学教学设计的思路	5
1.1.3 数学教学设计的理念	6
1.2 数学教学设计的理论依据	7
1.2.1 现代学习理论	8
1.2.2 新课程的教学理念	10
1.3 数学教学设计技术.....	15
1.3.1 数学教学的目标分析	15
1.3.2 数学教学的内容分析	25
1.3.3 数学教学的学生分析	26
1.3.4 数学教学的教案编写	27
实践与反思	28
参考文献	38
第 2 章 数学基本课型的教学设计	40
2.1 数学概念教学设计.....	41
2.1.1 数学概念教学的本质	41
2.1.2 概念形成的教学设计	49
2.1.3 概念同化的教学设计	54
2.2 数学原理教学设计.....	60
2.2.1 数学原理教学的本质	60
2.2.2 例子-原理的教学设计	65
2.2.3 原理-例子的教学设计	68
2.3 数学习题教学设计.....	71
2.3.1 数学习题的类别	71

2.3.2 数学习题的选择与设计	72
2.3.3 数学习题的教学	75
实践与反思	82
参考文献	83
第3章 常见的数学教学模式	84
3.1 数学教学模式的含义、特征与类型	85
3.1.1 数学教学模式的含义、特征	86
3.1.2 数学教学模式的构成	88
3.1.3 数学教学模式的选择、运用	90
3.2 讲练结合的教学模式	92
3.2.1 教学模式结构	93
3.2.2 教学模式特点	95
3.2.3 教学模式案例	96
3.3 引导探究的教学模式	100
3.3.1 教学模式结构	100
3.3.2 教学模式特点	102
3.3.3 教学模式案例	103
3.4 讨论交流的教学模式	107
3.4.1 教学模式结构	108
3.4.2 教学模式特点	109
3.4.3 教学模式案例	111
3.5 指导自学的教学模式	114
3.5.1 教学模式结构	114
3.5.2 教学模式特点	116
3.5.3 教学模式案例	118
3.6 复习总结的教学模式	121
3.6.1 教学模式结构	121
3.6.2 教学模式特点	123
3.6.3 教学模式案例	125
实践与反思	127
参考文献	127
第4章 数学问题解决的教学设计	129
4.1 问题的含义、特征与分类	130

4.1.1 问题的含义	130
4.1.2 问题的特征	131
4.1.3 问题的分类	132
4.2 数学问题解决的概念、过程及影响因素	136
4.2.1 数学问题解决的概念	136
4.2.2 数学问题解决的过程	138
4.2.3 影响数学问题解决的因素	141
4.3 数学问题解决的教学设计	146
4.3.1 教学目标及其实施策略的设计	146
4.3.2 数学问题和数学问题情境的设计	148
4.3.3 数学问题解决教学活动的设计	153
4.3.4 教师角色的设计	156
4.4 数学问题解决教学设计案例举隅	159
实践与反思	165
参考文献	166
第5章 数学活动课的教学设计	167
5.1 数学活动课概述	168
5.1.1 数学活动课的含义	168
5.1.2 数学活动课的功能	169
5.1.3 数学活动课的类型	170
5.2 数学探究课及其教学设计	170
5.2.1 对数学探究课的理解	170
5.2.2 数学探究课教学设计思想	173
5.2.3 数学探究课教学设计案例	174
5.2.4 数学探究课的教学评价	179
5.3 数学建模课及其教学设计	180
5.3.1 对数学建模课的理解	180
5.3.2 数学建模课的设计思想	181
5.3.3 数学建模课的设计案例	183
5.3.4 数学建模课的教学评价	190
5.4 数学实践课及其教学设计	191
5.4.1 对数学实践课的理解	191
5.4.2 数学实践课的教学设计思想	192

5.4.3 数学实践课及其教学设计	195
5.4.4 数学实践课的教学评价	199
实践与反思	200
参考文献	200
第6章 数学微型教学	202
6.1 微型教学概述	203
6.1.1 微型教学的产生和发展	203
6.1.2 微型教学的概念及程序	206
6.1.3 微型教学技能分类	209
6.2 数学教学的基本技能	212
6.2.1 导入技能	213
6.2.2 讲解技能	215
6.2.3 提问技能	218
6.2.4 板书技能	220
6.2.5 变化技能	223
6.2.6 强化技能	226
6.2.7 结束技能	229
6.3 微型教学的操作与设计	231
6.3.1 微型教学的理论学习	231
6.3.2 微型教学中教学技能的示范	232
6.3.3 微型教学的教学设计	236
实践与反思	242
参考文献	243
第7章 说课·听课·评课	244
7.1 说课	245
7.1.1 什么是说课	245
7.1.2 说课说什么	249
7.1.3 怎样说好课	255
7.2 听课	259
7.2.1 什么是听课	259
7.2.2 听课听什么	264
7.2.3 怎样听好课	268
7.3 评课	273

7.3.1 什么是评课	273
7.3.2 评课评什么	275
7.3.3 怎样评好课	279
实践与反思	282
参考文献	282
第8章 数学教学设计的原理与策略	283
8.1 数学教学设计的模式与层次	284
8.1.1 数学教学设计的模式	284
8.1.2 数学教学设计的层次	285
8.2 数学教学设计前端分析的原理与策略	286
8.2.1 教学内容分析	286
8.2.2 学习者特征分析	288
8.2.3 学习需要分析	293
8.2.4 教学设计的必要性和可行性分析	294
8.3 数学教学系统设计的原理与策略	296
8.3.1 数学教学系统的构成	296
8.3.2 数学教学内容的处理	296
8.3.3 数学教学方法、模式、策略的选择和运用	306
8.3.4 数学教学媒体、材料的选择和运用	310
8.4 数学教学设计成果评价的原理与策略	313
8.4.1 数学教学设计成果评价的意义	313
8.4.2 数学教学设计成果评价的类型	314
8.4.3 数学教学设计成果评价的内容	315
实践与反思	318
参考文献	319

第 1 章 数学教学设计导论

本章目录

- 1.1 什么是数学教学设计
 - 1.1.1 数学教学设计的含义
 - 1.1.2 数学教学设计的思路
 - 1.1.3 数学教学设计的理念
- 1.2 数学教学设计的理论依据
 - 1.2.1 现代学习理论
 - 1.2.2 新课程的教学理念
- 1.3 数学教学设计技术
 - 1.3.1 数学教学的目标分析
 - 1.3.2 数学教学的内容分析
 - 1.3.3 数学教学的学生分析
 - 1.3.4 数学教学的教案编写

实践与反思

参考文献

本章概览

有这么一种说法：“某某老师很厉害，他可以不用备课而随时上课。”著名德国数学家希尔伯特（Hilbert, 1862~1943）在哥廷根大学任教时，常常在课堂上即兴提出一些新的数学问题，并立即着手解决。虽然他并非每次都能得到圆满的解答，甚至有时把自己“挂”在黑板上，但他展现的思维过程却使学生受益匪浅。

追根溯源，希尔伯特的老师、著名的德国数学家富克斯（Fuchs, 1833~1902）教授在为希尔伯特上线性微分方程时，就采用了这样一种教学风格。富克斯对所讲内容总是现想现推，这使希尔伯特和他的同学们看到了数学家创造性活动的思维过程。

富克斯教授上课不备课却对希尔伯特产生了积极的影响——富克斯效应。但要注意，教授的教学内容是他的研究成果和研究方法。他不是不备课，而是以学术研究的方式备课。我们提出这样的口号：

“战场上，不打不备之战！课堂上，不上不备之课！”

备课并不是要把教材背熟,而是要设法让学生看到数学的思维过程. 数学教学是强调数学素养,不是强化应试训练;是以过程为核心,不是以结论为核心;是展示思维过程,不只是传授数学知识结论. 那么如何备好课呢? 数学备课问题,用专业术语来讲,就是数学教学设计的问题.

本章主要回答3个问题:①如何理解数学教学设计?②数学教学设计的理论依据是什么?③如何掌握数学教学设计的操作技术?学了本章后,你应该做到:

- (1) 洞察数学教学的本质;
- (2) 了解数学教学设计的理念、思路、理论依据;
- (3) 理解数学教学三维目标设计的内容,能清楚区分三维目标的层次;
- (4) 了解教学内容分析和学生分析的思路;
- (5) 熟悉教案编写的项目.

1.1 什么是数学教学设计

1.1.1 数学教学设计的含义

1. 数学教学的本质

为了准确把握数学教学设计的内涵,首先来透视什么是数学教学.

1) 数学教学过程的主要矛盾

不管是哪一层次、哪一阶段的数学教学,都是由教师、学生、教学内容和教学目标这4个要素组成的一个系统. 这4个基本要素的关系见图1.1.

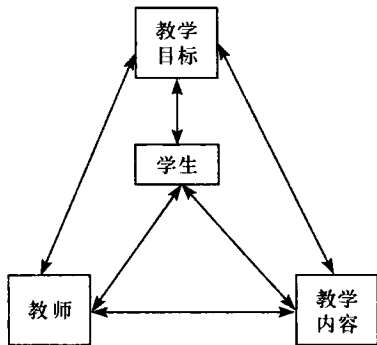


图 1.1 数学教学基本要素关系图

由数学教学基本要素关系图可看出, 数学教学系统中存在着许多矛盾. 比如说学生的实际水平和教学目标之间的差异所构成的矛盾、学生和教学内容之间的矛盾、教师的教与学生的学之间的矛盾、教师和教学内容之间的矛盾等. 在这些矛盾中, 学生的实际水平和教学目标之间的差异所构成的矛盾是数学教学系统最核心的矛盾. 它决定着数学教学过程的性质和层次, 规定和影响着其他矛盾的存在和发展.

首先, 这个矛盾决定着数学教学过程的存在、层次, 并贯穿于一切数学教学过程的始终. 学生之所以参加数学教学活动, 就是因为学生的实际水平和教学目标之间存在着差异. 教学的目的是为了缩小这个差异, 一旦这个差异被消除, 原来的教学过程就完结, 学生的水平得到提高. 但是, 当向学生提出更高的教学

目标要求时,新的差异就产生了,学生又转入新的、更高层次的教学系统.随着数学教学目标的升级,数学教学系统就不断得到升级.当体现课程目标的各种教学目标得以实现后,即“差异”得以消除,一个阶段的教学过程就此结束,学生就毕业或者进入社会.当社会对他提出更高的要求时,新的差异就会产生,学习者又重新回到教学活动中来.比如说各种职业培训、在职教育就属于这种情况.因此,学生的实际水平与教学目标之间的差异是教学过程存在的根本原因.

其次,这个矛盾规定和影响其他矛盾的存在和发展.数学教学系统中的许多矛盾,如学生和教师之间的矛盾、学生和教学内容之间的矛盾、教师和教学内容之间的矛盾、教学目标和教学内容之间的矛盾,都是随着“差异”这个矛盾的产生而产生,随着这个矛盾的消失而消失.这些矛盾的解决都是为了解决“差异”这个矛盾.

2) 学生的主体地位

教学过程的主要矛盾是学生的实际水平与教学目标之间的矛盾.学校的一切教学活动都是为了解决这个矛盾,以逐步缩小学生与国家制订的课程标准目标之间的差距,从而实现全面发展.

数学教学过程是学生的数学认知结构的建构过程.数学知识结构只有通过学生本身的内化才能转化为学生头脑中的数学认知结构.因此,学生在数学教学中处于非常重要的主体地位.学生发展的根本原因是学生内部的矛盾性,而不是学生之外的诸如教材、教学手段等外部条件.学生内部的矛盾性主要表现为求知欲和自身的数学水平(或数学认知结构)之间的矛盾.求知欲中包含着自觉、积极、主动和独立的特性,表现为学习的兴趣、愿望、信念等形式.学生能根据客观条件和自身的需要、目的、计划和聪明才智来支配自己的活动,以满足自己的需要,获得自身的发展.由于学生具有这种自主性、选择性和能动性,因而从发展的眼光来看,学生的数学认知结构决定了数学教学过程的层次和进程.随着数学认知结构的不断建构与优化,学生由不会学发展为会学,由完全依赖教师发展为部分依赖或不依赖教师,教师对学生的影响逐渐减少.从此意义上讲,教师的“教”就是为了“不教”.

因此,在数学教学中,教师不能忽视学生学习的主体能动性,应充分激发学生的求知欲,加强启发引导,让学生阅读,让学生想,让学生讲,让学生议论,让学生练,让学生验证,帮助学生正确建构自己的数学认知结构,提高他们的数学水平.

3) 教师的主导作用

数学教学过程是学生在教师的指导下能动地建构自己的数学认知结构的过程.教师在这个过程中起着举足轻重的主导作用,主要表现在以下几个方面:

(1) 教师作为学生和数学知识结构之间的中介.学生之所以参加数学活动,

那是因为学生的数学认知结构水平和数学知识结构水平之间存在着差异。教学的目就是为了缩小这个差异，在二者之间建立联系。由于数学知识结构是既定的客观实在，它不能主动向学生传输。而学生在一定的学习阶段，由于受自身条件，如年龄特征、智力水平、知识水平等的限制，不能有效独立地将新知识内化，教师恰好充当连接这两个系统的桥梁，使二者产生联系，从而消除它们之间的不平衡。

(2) 了解学生原有的数学认知结构。要发展学生良好的数学认知结构，教师必须了解学生原有的数学认知结构，也就是要了解学生头脑中的知识结构以及学生的智力、能力、个性心理特征，这样才能选择、提供合适的数学材料，使新的数学知识和学生原有的适当观念联系起来。也只有了解了学生原有的数学认知结构之后，教师才能对于那些缺少的观念进行补充，使那些模糊的和稳定性不强的观念变得清晰和稳定。例如，在平面几何学习中，要用内错角定理来证明三角形的内角和定理，如果学生不了解平行公理，或不知道内错角定理，或平角的概念是模糊的，或缺少转化的思想观念，那么学生是难以理解的。

(3) 熟悉教材的内在逻辑结构，对教学内容进行加工。要使将数学知识结构很好地内化为他们的数学认知结构，除了了解学生原有的数学认知结构外，教师还要熟悉教材的内在逻辑结构。不仅要熟悉教材各个部分之间的联系，而且还要熟悉教材的整体结构，熟悉教材中隐含的数学思想方法，为学生接受新知识提供最佳的固定点。在熟悉了学生原有的数学认知结构和教材的逻辑结构之后，教师就应该有针对性地对教学内容进行必要的加工处理，使之与学生的数学认知结构产生尽可能多的联系，选用适当的教学方法和教学手段进行教学。不能把数学知识作为一种“结果”直接传授给学生，要把数学知识的学习作为一种过程让学生参与。教师应注意充分暴露自己的思维过程，使学生从教师思考、探索和再发现的过程中学到今后真发现的本领。

总而言之，在数学教学中，教师应在新旧知识之间架设好认知的“桥梁”，创设问题情境，激发学生的学习兴趣 and 求知欲望，暴露解决问题的思路，揭示解决问题的思想方法，使学生的数学认知结构得到良好的建构。

综上所述，数学教学系统有4个基本要素：教师、学生、教学目标、教学内容。教学过程的主要矛盾是学生的实际水平和教学目标之间的差异，它规定和影响着教学过程中其他矛盾的存在和发展；学生是教学过程中最重要的因素，他决定着教学过程的进程；教师在教学过程中起着调控作用，调控作用的大小取决于学生的发展水平。“数学教学的本质是学生在教师的引导下能动地建构数学认知结构，并使自己得到全面发展的过程。”（何小亚，2004）¹²⁵

2. 什么是数学教学设计

数学教学过程有4大要素，即教师、学生、教学目标、教学内容。数学教学