



中等职业教育课程改革国家规划新教材
经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过


数 学

(基础模块)

下 册

主编 李广全 李尚志

12444521670001200000
002455026

 高等教育出版社

SHUXUE

高等教育出版社

中等职业教育课程改革国家规划新教材及配套教学用书书目

数学(基础模块)上册(附学习卡/防伪标)(双色)	李广全	李尚志	主编
数学教学参考书(基础模块)上册(附光盘)(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)上册(附新光盘)(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)上册(附光盘)(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)上册(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
中等职业学校数学测评卷(上册)(附学习卡/防伪标)		金长发	主编
数学(基础模块)下册(附学习卡/防伪标)(双色)	李广全	李尚志	主编
数学教学参考书(基础模块)下册(附光盘)(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)下册(附新光盘)(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)下册(附光盘)(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)下册(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
中等职业学校数学测评卷(下册)(附学习卡/防伪标)		金长发	主编
中职数学试题库(光盘)		李广全	主编
数学(职业模块 工科类)(附学习卡/防伪标)(双色)		李广全	主编
数学教学参考书(职业模块 工科类)(附光盘)(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学学习与训练(职业模块 工科类)(附光盘)(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学(职业模块 财经、商贸与服务类)(附学习卡/防伪标)(双色)		丁百平	主编
数学教学参考书(职业模块 财经、商贸与服务类)(附光盘)(附学习卡/防伪标)		丁百平	主编
数学学习与训练(职业模块 财经、商贸与服务类)(附学习卡/防伪标)		丁百平	主编
数学(拓展模块)(附学习卡/防伪标)(双色)		李广全	主编
数学教学参考书(拓展模块)(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学学习与训练(拓展模块)(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学——中职生对口升学考试总复习(附学习卡/防伪标)		李广全	主编
数学——中职生对口升学考试总复习综合练习册(附学习卡/防伪标)		李广全	主编

赠送:

100小时网上学习 免费下载多种资源

增值学习卡

网址: sve.hep.com.cn

网上学习 / 资源下载 / 权威专家在线答疑

防伪查询号码: 106695881280

免费查询 / 甄别盗版 / 赢取大奖

使用说明详见书内“郑重声明”页

明码 7133 6323 6916 3301

密码

ISBN 978-7-04-026866-9



9 787040 268669 >

定价 18.90 元



中等职业教育课程改革国家规划新教材
经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过

数 学

(基础模块)

下 册

主编 李广全 李尚志
主审 李 忠 李大矛

内容提要

本教材是中等职业教育课程改革国家规划新教材,是根据教育部2009年颁布的《中等职业学校数学教学大纲》(简称“教学大纲”)编写的,经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。教材坚持“教学大纲”对“课程教学目标”的定位,教材内容的选取严格遵循“教学大纲”对认知要求和技能与能力要求的规定。

根据“教学大纲”对教材内容结构的规定,本套教材共5本,分为《数学》(基础模块)(上、下册)、《数学》(职业模块)(分为“工科类”和“财经、商贸与服务类”两种)和《数学》(拓展模块)。本书是基础模块下册,内容包括:数列,平面向量,直线和圆的方程,立体几何,概率与统计初步,另外书后附有“教材中使用的部分数学符号”供教师与学生查阅。教材努力体现中等职业教育“以服务为宗旨,以就业为导向”的办学方针;基本概念和原理的叙述准确,科学事实与社会现象描述清楚,引用的数据、图表等材料可靠;具有较好的教学适用性、知识实用性、结构合理性和使用灵活性。

教材同步配备教学参考书、供学生使用的学习与训练用书和丰富的数字化教学资源,其中数字化教学资源主要包括电子教案、演示文稿、教学课件、优秀教学案例、说课录像、网络课程、作业系统、中职生学业评价与监测系统。这些资源依照职业教育的教学规律进行精心设计,供各学校选择使用。按照本书最后一页“郑重声明”下方的学习卡账号使用说明,登录<http://sve.hep.com.cn>,可以上网学习,下载数字化教学资源。

本书采用出版物短信防伪系统,用封底下方的防伪码,按照本书最后一页“郑重声明”下方的使用说明进行操作可查询图书真伪并有机会赢取大奖。

本教材可供各类中等职业学校的教师和学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学(基础模块)下册/李广全,李尚志主编. —北京:高等教育出版社,2009.11(2012.11重印)

ISBN 978-7-04-026866-9

I. 数… II. ①李…②李… III. 数学课-专业学校-教材 IV. G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第189505号

策划编辑 邵勇 薛春玲 责任编辑 薛春玲 封面设计 赵阳
责任绘图 黄建英 版式设计 赵阳 责任校对 姜国萍
责任印制 刘思涵

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社址	北京市西城区德外大街4号	网址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印刷	山东鸿杰印务集团有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
开本	787×1092 1/16		http://www.landaco.com.cn
印张	10.5	版次	2009年11月第1版
字数	240 000	印次	2012年11月第21次印刷
购书热线	010-58581118	定价	18.90元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 26866-00

中等职业教育课程改革国家规划新教材 出版说明

为贯彻《国务院关于大力发展职业教育的决定》(国发[2005]35号)精神,落实《教育部关于进一步深化中等职业教育教学改革的若干意见》(教职成[2008]8号)关于“加强中等职业教育教材建设,保证教学资源基本质量”的要求,确保新一轮中等职业教育教学改革顺利进行,全面提高教育教学质量,保证高质量教材进课堂,教育部对中等职业学校德育课、文化基础课等必修课程和部分大类专业基础课教材进行了统一规划并组织编写,从2009年秋季学期起,国家规划新教材将陆续提供给全国中等职业学校选用。

国家规划新教材是根据教育部最新发布的德育课程、文化基础课程和部分大类专业基础课程的教学大纲编写,并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过的。新教材紧紧围绕中等职业教育的培养目标,遵循职业教育教学规律,从满足经济社会发展对高素质劳动者和技能型人才的需要出发,在课程结构、教学内容、教学方法等方面进行了新的探索与改革创新,对于提高新时期中等职业学校学生的思想道德水平、科学文化素养和职业能力,促进中等职业教育深化教学改革,提高教育教学质量将起到积极的推动作用。

希望各地、各中等职业学校积极推广和选用国家规划新教材,并在使用过程中,注意总结经验,及时提出修改意见和建议,使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

2009年5月

本套教材是中等职业教育课程改革国家规划新教材,是根据教育部 2009 年颁布的《中等职业学校数学教学大纲》(简称“教学大纲”)编写的。教材坚持“教学大纲”对“课程教学目标”的定位。根据“教学大纲”中“基础模块”、“职业模块”、“拓展模块”的教学内容结构划分,本套教材相应的分成《数学》(基础模块)(上、下册)、《数学》(职业模块)(分为“工科类”和“财经、商贸与服务类”两种)和《数学》(拓展模块)。每册教材都配备了教学参考书、学习与训练(供学生使用)、助教光盘和助学光盘。教材内容的选取严格按照“教学大纲”规定的“教学内容与要求”,遵循“教学大纲”对认知要求和技能与能力要求的规定。

本书是《数学(基础模块)下册》,主要体现了以下编写特色:

1. 突出基础性。在保证科学性的基础上,不刻意追求学科体系的完整性,降低教材难度,减轻学生负担。
2. 突出职业性。选择与生产岗位相关的素材,与职业岗位的数学实际应用相结合,体现数学知识在职业中的应用。
3. 体现普及性教育的特征。从学生实际状况出发,做好与九年制义务教育阶段的衔接,从学生学过的知识中,提出问题,通过引申、拓展来讲解新知识。
4. 体现分层教学的思想。考虑到学生基础的差异性,教材在部分章节中,安排了标有“*”的例题,并在章复习题与节习题中安排了 A、B 两组题目,以适应不同层次学生的需求。
5. 体现时代特征。一方面,落实“教学大纲”对计算器使用的要求,相关知识点要与计算器的使用相整合;另一方面,落实“教学大纲”对计算机软件的使用要求,在教材中把教学内容与常用计算机教学软件有机地结合起来,利用软件的强大功能,方便教师的教学,提升学生对数学的理解。
6. 紧密结合学生生活中的实际问题。一方面,从生活实际问题引入数学概念;另一方面,利用数学知识解决生活中的实际问题,体验数学知识的应用。
7. 根据中等职业学校学生的年龄特征和心理特点,教材依照“[实例]、[观察]、[问题]、[知识回顾]、[实验]、[新知识]、[知识巩固]、[知识应用]、[想一想]、[试一试]、[计算器使用]、[软件链接]、[实际操作]”等板块组织教学内容,同时在边白中增加“[小资料]、[小知识]、[小提示]、[名人名言]”等生动活泼的附加板块,以增加教材的趣味性,激发学生的学习兴趣和兴趣。每章后面设置了“阅读与

欣赏”栏目,介绍数学科学史、知识应用案例等内容,拓宽视野,引起学生兴趣。

8. 语言文字简洁、准确、流畅,通俗易懂。数学符号的使用严格执行国家有关的技术标准和规定。

9. 全套教材的编写注重基础模块与职业模块、拓展模块之间的衔接,并体现不同模块之间的差异性。

教材主要编写人员为教育部 2009 年“教学大纲”制定专家组负责人,在教材编写中,将当前教学改革的精神以及“教学大纲”提出的教材内容要求与学校实际教学情况相结合,努力体现中等职业教育“以服务为宗旨,以就业为导向”的办学方针;基本概念和原理叙述准确,科学事实与社会现象描述清楚,引用的数据、图表等材料可靠;具有较好的教学适用性、知识实用性、结构合理性和使用灵活性。

根据“教学大纲”中“现代教育技术应用建议”的要求,我们精心设计并开发了可以满足不同教学需要的多种数字化教学资源。围绕本教材的主要知识点,开发了如下数字化教学资源:

- 教师备课资料:优秀电子教案和教学课件(以演示文稿,FLASH,VB, AUTHORWARE 等多种形式呈现),作图工具;贴近生活、生产的引入实例,与职业岗位贴近的实际应用案例;优秀教学实案,示范课录像,说课录像等
- 学生学习资料:包括知识回顾、习题解惑、释难解疑、自我测试等
- 课后复习资料:试题库、作业系统、自测系统等
- 知识拓展:趣味数学、阅读材料等
- 试卷库:各种类型的试卷
- 中职生学业评价与检测系统:包括题库及以题库和多种教育评价技术为基础的评价与检测系统

上述资源将根据教与学的需求,分别以助教光盘、助学光盘和网络平台的形式呈现,供教师与学生使用。按照本书最后一页“郑重声明”下方的学习卡账号使用说明,登陆 <http://sve.hep.com.cn>,可以上网学习,下载数字化教学资源。

本书是基础模块下册,内容包括:数列、平面向量、直线和圆的方程、立体几何、概率与统计初步,另外书后附有“教材中使用的部分数学符号”供教师与学生

查阅。完成本书内容需要 68 学时。学时分配参见下表：

学时分配表

章内容	学时数	章内容	学时数
第 6 章 数列	10	第 9 章 立体几何	14
第 7 章 平面向量	10	第 10 章 概率与统计初步	16
第 8 章 直线和圆的方程	18		

本册教材由李广全与李尚志任主编，副主编为：刘春佳、邱孝述。参加教材编写的有：刘春佳、邱孝述、王开洪、赵云河、黄实、黄训贤、李广全。

编者衷心感谢上海科技管理学校丁百平老师，浙江省宁波市教育局职教教研室闻达人老师，河南省开封市职教教研室孙超英老师，安徽省机电学校夏国斌老师，他们在教材编写过程中，提出了宝贵的修改意见。

本书经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过，由李忠教授和李大矛教授审稿，他们对本书的初稿提出了宝贵的修改意见。

高等教育出版社对本套教材的编写、出版给予了很大的支持。王军伟、张东英、邵勇、薛春玲同志为本书的出版付出了大量的劳动，在此一并致谢。

由于编者的水平有限，时间仓促，书中难免存在不足之处，敬请读者提出宝贵的意见和建议。意见反馈可发邮件至 zz_dzyj@pub.hep.cn。

编者

二〇〇九年八月

第 6 章 数列	1
6.1 数列的概念 / 2	
6.2 等差数列 / 5	
6.3 等比数列 / 12	
复习题 6 / 19	
阅读与欣赏 堆垛中的数学计算 / 20	
第 7 章 平面向量	23
7.1 平面向量的概念及线性运算 / 24	
7.2 平面向量的坐标表示 / 32	
7.3 平面向量的内积 / 37	
复习题 7 / 40	
阅读与欣赏 牛顿 / 42	
第 8 章 直线和圆的方程	45
8.1 两点间的距离与线段中点的坐标 / 46	
8.2 直线的方程 / 49	
8.3 两条直线的位置关系 / 56	
8.4 圆 / 64	
复习题 8 / 72	
阅读与欣赏 解析几何的创始人——笛卡儿 / 74	
第 9 章 立体几何	77
9.1 平面的基本性质 / 78	
9.2 直线与直线、直线与平面、平面与平面平行的判定与性质 / 83	

9.3	直线与直线、直线与平面、平面与平面所成的角 / 90	
9.4	直线与直线、直线与平面、平面与平面垂直的判定与性质 / 97	
9.5	柱、锥、球及其简单组合体 / 103	
	复习题 9 / 115	
	阅读与欣赏 球缺与半圆头铆钉 / 116	
第 10 章	概率与统计初步	119
10.1	计数原理 / 120	
10.2	概率 / 123	
10.3	总体、样本与抽样方法 / 131	
10.4	用样本估计总体 / 136	
10.5	一元线性回归 / 145	
	复习题 10 / 149	
	阅读与欣赏 利用计算机来裁决 / 152	
附录	教材中使用的部分数学符号	155

第 6 章

数 列

在生活和工作中,我们经常会遇到按照一定次序排列的一列数.例如,某生物细胞分裂,每次一个细胞分裂成 2 个,则每次分裂后的细胞个数依次为

$$2, 4, 8, 16, 32, \dots$$

要计算经过多少次分裂,细胞个数可以达到 1 024 个,就需要应用数列的知识.

本章将学习数列、等差数列、等比数列的概念及相关的计算,并通过实际例子,了解它们在实际生活中的应用.

6.1 数列的概念

6.1.1 数列的定义



实例

将正整数从小到大排成一列数为

$$1, 2, 3, 4, 5, \dots \quad (1)$$

将2的正整数指数幂从小到大排成一列数为

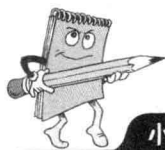
$$2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \dots \quad (2)$$

当 n 从小到大依次取正整数时, $\cos n\pi$ 的值排成一列数为

$$-1, 1, -1, 1, \dots \quad (3)$$

某报告厅共25排座位,各排座位数按照从前到后的顺序排成一列数为

$$22, 24, 26, 28, \dots, 68, 70 \quad (4)$$



小提示

数列的“项”与这一项的“项数”是两个不同的概念.如数列(2)中,第3项为 2^3 ,这一项的项数为3.



新知识

像上面的实例那样,按照一定的次序排成的一列数叫做**数列**.数列中的每一个数叫做数列的**项**.从开始的项起,自左至右排序,各项按照其位置依次叫做这个数列的第1项(或**首项**),第2项,第3项, \dots ,第 n 项, \dots ,其中反映各项在数列中位置的数字 $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ 分别叫做对应的**项的项数**.

只有有限项的数列叫做**有穷数列**,有无限多项的数列叫做**无穷数列**.

由于从数列的第一项开始,各项的项数依次与正整数相对应,所以无穷数列的一般形式可以写作

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots \quad (n \in \mathbf{N}^*)$$

简记作 $\{a_n\}$.其中,下角码中的数为项数, a_1 表示第1项, a_2 表示第2项, \dots .当 n 由小至大依次取正整数值时, a_n 依次可以表示数列中的各项,因此,通常把第 n 项 a_n 叫做数列 $\{a_n\}$ 的**通项**或**一般项**.



练习 6.1.1

1. 说出生活中的一个数列.
2. 数列“1,2,3,4,5”与数列“5,4,3,2,1”是否为同一个数列?
3. 设数列 $\{a_n\}$ 为“-5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots ”,指出其中 a_3 、 a_6 各是什么数?

想一想

上面的4个数列中,哪些是有穷数列,哪些是无穷数列?

6.1.2 数列的通项公式

观察

6.1.1 中的数列(1)中,各项是从小到大依次排列的正整数.

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, \dots$$

可以看到,每一项与这项的项数恰好相同.这个规律可以用

$$a_n = n (n \in \mathbf{N}^*)$$

表示.利用这个规律,可以方便地写出数列中的任意一项,如 $a_{11} = 11, a_{20} = 20$.

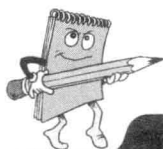
6.1.1 中的数列(2)中,各项是从小到大依次排列的2的正整数指数幂.

$$a_1 = 2, a_2 = 2^2, a_3 = 2^3, \dots$$

可以看到,各项的底都是2,每一项的指数恰好是这项的项数.这个规律可以用

$$a_n = 2^n (n \in \mathbf{N}^*)$$

表示,利用这个规律,可以方便地写出数列中的任意一项,如 $a_{11} = 2^{11}, a_{20} = 2^{20}$.



我平生从来没有做出过一次偶然的发明,我的一切发明都是经过深思熟虑和严格实验的结果.

——爱迪生

新知识

一个数列的第 n 项 a_n ,如果能够用关于项数 n ^① 的一个式子来表示,那么这个式子叫做这个数列的**通项公式**.可以用花括号将这个式子括起来,表示对应的无穷数列.

例如,数列(1)的通项公式为 $a_n = n$,可以将数列(1)记为数列 $\{n\}$;数列(2)的通项公式为 $a_n = 2^n$,可以将数列(2)记为数列 $\{2^n\}$.

知识巩固

例1 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为

$$a_n = \frac{1}{2^n},$$

写出数列的前5项.

分析 知道数列的通项公式,求数列中的某一项时,只需将通项公式中的 n 换成该项的项数,并计算出结果.

$$\text{解 } a_1 = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}; a_2 = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}; a_3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}; a_4 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}; a_5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}.$$

例2 根据下列各无穷数列的前4项,写出数列的一个通项公式.

$$(1) 5, 10, 15, 20, \dots; \quad (2) \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots; \quad (3) -1, 1, -1, 1, \dots$$

① 如果不加说明,本章中的字母 n 都是表示正整数,即 $n \in \mathbf{N}^*$.

分析 分别观察分析各项与其项数之间的关系,探求用式子表示这种关系.

解 (1) 数列的前4项与其项数的关系如下表:

项数 n	1	2	3	4
项 a_n	5	10	15	20
n 与 a_n 的关系	$5=5 \times 1$	$10=5 \times 2$	$15=5 \times 3$	$20=5 \times 4$

由此得到,该数列的一个通项公式为

$$a_n = 5n.$$

(2) 数列的前4项与其项数的关系如下表:

项数 n	1	2	3	4
项 a_n	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$
n 与 a_n 的关系	$\frac{1}{2} = \frac{1}{2 \times 1}$	$\frac{1}{4} = \frac{1}{2 \times 2}$	$\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3}$	$\frac{1}{8} = \frac{1}{2 \times 4}$

由此得到,该数列的一个通项公式为

$$a_n = \frac{1}{2n}.$$

(3) 数列的前4项与其项数的关系如下表:

项数 n	1	2	3	4
项 a_n	-1	1	-1	1
n 与 a_n 的关系	$(-1)^1$	$(-1)^2$	$(-1)^3$	$(-1)^4$

由此得到,该数列的一个通项公式为

$$a_n = (-1)^n.$$

例3 判断16和45是否为数列 $\{3n+1\}$ 中的项,如果是,请指出是第几项.

分析 如果数 a 是数列中的第 k 项,那么 k 必须是正整数,并且 $a=3k+1$.

解 数列的通项公式为 $a_n=3n+1$.将16代入数列的通项公式有

$$16 = 3n + 1,$$

解得

$$n = 5 \in \mathbf{N}^*.$$

所以,16是数列 $\{3n+1\}$ 中的第5项.

将45代入数列的通项公式有

$$45 = 3n + 1,$$

解得

$$n = \frac{44}{3} \notin \mathbf{N}^*,$$

所以,45不是数列 $\{3n+1\}$ 中的项.



注意

由数列的有限项探求通项公式时,答案不一定是唯一的.例如, $a_n = (-1)^n$ 与 $a_n = \cos n\pi$ 都是例2(3)中数列的通项公式.

练习 6.1.2

1. 根据下列各数列的通项公式, 写出数列的前 4 项:

(1) $a_n = 3^n - 2$; (2) $a_n = (-1)^n \cdot n$.

2. 根据下列各无穷数列的前 4 项, 写出数列的一个通项公式:

(1) $-1, 1, 3, 5, \dots$; (2) $-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \dots$;

(3) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \dots$.

3. 判断 12 和 56 是否为数列 $\{n^2 - n\}$ 中的项, 如果是, 请指出是第几项.

习题 6.1

A 组

1. 已知下列各数列的通项公式, 分别写出各数列的前 4 项:

(1) $a_n = 2(n+3)$; (2) $a_n = (n+2)^2$;

(3) $a_n = (-1)^{n+1}(n+1)$; (4) $a_n = \frac{2n-1}{2^n}$.

2. 根据下列各无穷数列的前 5 项, 写出数列的一个通项公式:

(1) $2, 2, 2, 2, 2, \dots$; (2) $4, 9, 16, 25, 36, \dots$;

(3) $\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, \frac{1}{3 \times 4}, \frac{1}{4 \times 5}, \frac{1}{5 \times 6}, \dots$.

3. 判断 9 是否为数列 $\{3(2n-7)\}$ 中的项, 如果是, 请指出是第几项.

4. 判断 22 是否为数列 $\{n^2 - n - 20\}$ 中的项, 如果是, 请指出是第几项.

B 组

根据下列各无穷数列的前 5 项, 写出数列的一个通项公式:

(1) $-1, \frac{1}{8}, -\frac{1}{27}, \frac{1}{64}, -\frac{1}{125}, \dots$; (2) $\frac{3}{5}, \frac{4}{8}, \frac{5}{11}, \frac{6}{14}, \frac{7}{17}, \dots$.

6.2 等差数列

6.2.1 等差数列的定义

观察

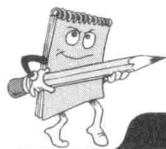
将正整数中 5 的倍数从小到大列出, 组成数列:

$$5, 10, 15, 20, \dots \quad (1)$$

将正奇数从小到大列出, 组成数列

$$1, 3, 5, 7, 9, \dots \quad (2)$$

观察数列(1)与(2)中相邻两项之间的关系, 发现: 从第2项开始, 数列(1)中的每一项与它前一项的差都是5; 数列(2)中的每一项与它前一项的差都是2. 这两个数列的一个共同特点就是从第2项开始, 数列中的每一项与它前一项的差都等于相同的常数.



一个不注意
小事情的人, 永远
不会成功大事业.
——卡耐基

新知识

如果一个数列从第2项开始, 每一项与它前一项的差都等于同一个常数, 那么, 这个数列叫做等差数列. 这个常数叫做等差数列的公差, 一般用字母 d 表示.

由定义知, 若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, d 为公差, 则 $a_{n+1} - a_n = d$, 即

$$a_{n+1} = a_n + d \quad (6.1)$$

知识巩固

例1 已知等差数列的首项为12, 公差为-5, 试写出这个数列的第2项到第5项.

解 由于 $a_1 = 12, d = -5$, 因此

$$a_2 = a_1 + d = 12 + (-5) = 7;$$

$$a_3 = a_2 + d = 7 + (-5) = 2;$$

$$a_4 = a_3 + d = 2 + (-5) = -3;$$

$$a_5 = a_4 + d = -3 + (-5) = -8.$$

练习6.2.1

1. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_5 = -8$, 公差 $d = 2$, 试写出这个数列的第8项 a_8 .
2. 写出等差数列 $11, 8, 5, 2, \dots$ 的第10项.

6.2.2 等差数列的通项公式

问题

你能很快地写出例1中数列的第101项吗?

显然, 依照公式(6.1)写出数列的第101项, 是比较麻烦的, 如果求出数列的

通项公式,就可以直接求出数列的第 101 项.

新知识

设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则

$$\begin{aligned} a_1 &= a_1, \\ a_2 &= a_1 + d, \\ a_3 &= a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d, \\ a_4 &= a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d, \\ &\dots \end{aligned}$$

以此类推,通过观察可以得到等差数列的通项公式

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad (6.2)$$

知道了等差数列 $\{a_n\}$ 中的 a_1 和 d , 利用公式 (6.2), 可以直接计算出数列的任意一项.

在例 1 的等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 12, d = -5$, 所以数列的通项公式为

$$a_n = 12 + (n-1) \cdot (-5) = 17 - 5n,$$

数列的第 101 项为

$$a_{101} = 17 - 5 \times 101 = -488.$$

知识巩固

例 2 求等差数列

$$-1, 5, 11, 17, \dots$$

的第 50 项.

解 由于 $a_1 = -1, d = a_2 - a_1 = 5 - (-1) = 6$, 所以通项公式为

$$a_n = a_1 + (n-1)d = -1 + (n-1) \times 6 = 6n - 7,$$

即
故

$$a_n = 6n - 7.$$

$$a_{50} = 6 \times 50 - 7 = 293.$$

例 3 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{100} = 48$, 公差 $d = \frac{1}{3}$, 求首项 a_1 .

解 由于公差 $d = \frac{1}{3}$, 故设等差数列的通项公式为

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot \frac{1}{3}.$$

由于 $a_{100} = 48$, 故

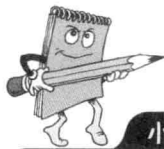
$$48 = a_1 + (100-1) \cdot \frac{1}{3},$$

解得



想一想

等差数列的通项公式中, 共有四个量: a_n, a_1, n 和 d , 只要知道了其中的任意三个量, 就可以求出另外的一个量. 针对不同情况, 应该分别采用什么样的计算方法?



小提示

本题目初看是知道 2 个条件, 实际上是 3 个条件: $n=100, a_{100}=48, d=\frac{1}{3}$.