

中学数学复习参考书

数学试题解答

扬州师院南通分院数学系编

中学数学复习参考书

数 学 试 题 解 答

扬州师院南通分院数学系编

一九七八年三月

目 录

一、代数	1
二、几何	86
三、三角	131
四、解析几何	173
五、综合题	205
六、参考题	243

附 录

1978年八省、市中学生数学竞赛题解	279
北京市1978年中学生数学竞赛题解	296
上海市1978年中学生数学竞赛题解	304
天津市1978年中学生数学竞赛题解	309
安徽省1978年中学生数学竞赛题解	315
四川省1978年中学生数学竞赛题解(重庆赛区)	326

一、代 数

1. 某生产队去年养猪96头，今年养猪120头，问今年比去年增加百分之几？计划明年比今年多养40%，问明年养多少？
(上海文)

$$\text{解：} (120 - 96) \div 96 \times 100\% = 25\%$$

$$120 \times (1 + 40\%) = 168$$

答：今年比去年增长25%，明年养猪168头

2. 在什么条件下 $\frac{y}{2x}$ (1) 是正数；(2) 是负数；(3) 等于零；(4) 没有意义。
(天津)

解：(1) 当 $y > 0$ ， $x > 0$ 时，或 $y < 0$ ， $x < 0$ 时，

$\frac{y}{2x}$ 是正数；

(2) 当 $y > 0$ ， $x < 0$ 时，或 $y < 0$ ， $x > 0$ 时，

$\frac{y}{2x}$ 是负数；

(3) 当 $y = 0$ ， $x \neq 0$ 时， $\frac{y}{2x}$ 等于零；

(4) 当 $x = 0$ 时， $\frac{y}{2x}$ 没有意义。

3. x 为何值时， $\frac{|x|}{x}$ 的值是 1？是 -1？没有意义？

(广西理)

解：当 $x > 0$ 时， $\frac{|x|}{x} = 1$ 。

当 $x < 0$ 时， $\frac{|x|}{x} = -1$ 。

当 $x = 0$ 时， $\frac{|x|}{x}$ 无意义。

4. 用 “ $>$ ”、“ $<$ ” 或等号分别把下列各组数连接起来

(1) $0.25 + 3\frac{1}{8}$ 与 $|-3.375|$

(2) $(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}})^3$ 与 $(-3)^0$;

(3) $-\lg 0.01$ 与 $\log_4 \frac{1}{16}$ 。 (甘肃)

解：(1) $0.25 + 3\frac{1}{8} = 0.25 + 3.125 = 3.375$

$$|-3.375| = 3.375$$

$$\therefore 0.25 + 3\frac{1}{8} = |-3.375|。$$

$$(2) \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}})^3 = 0, \quad (-3)^0 = 1$$

$$0 < 1 \quad \therefore (\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}})^3 < (-3)^0。$$

$$(3) -\lg 0.01 = -\lg 10^{-2} = 2 \lg 10 = 2$$

$$\log_4 \frac{1}{16} = \log_4 4^{-2} = -2 \log_4 4 = -2$$

$$2 > -2$$

$$\therefore -\lg 0.01 > \log_4 \frac{1}{16}$$

5. 汽车往返甲、乙两地之间，上行速度为30公里/小时，下行速度为60公里/小时，求往返的平均速度。 (山西)

解：设甲、乙两地间的距离为 m 公里，

甲地至乙地为上行，

则乙地至甲地为下行。

于是上行共化 $\frac{m}{30}$ 小时，下行共化 $\frac{m}{60}$ 小时，

$\therefore$ 往返的平均速度为 $\frac{2m}{\frac{m}{30} + \frac{m}{60}}$ 公里/小时，

即40公里/小时。

6. 计标： $\frac{1}{100 \times 101} + \frac{1}{101 \times 102} + \frac{1}{102 \times 103} + \dots$
 $+ \frac{1}{149 \times 150}$ (浙江)

解：原式 $= (\frac{1}{100} - \frac{1}{101}) + (\frac{1}{101} - \frac{1}{102}) + (\frac{1}{102} - \frac{1}{103})$
 $+ \dots + (\frac{1}{149} - \frac{1}{150}) = \frac{1}{100} - \frac{1}{150} = \frac{1}{300}$

7. 计标： $[(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) \times (-1\frac{1}{2}) - (1 + \frac{1}{3}) \times (-\frac{3}{4})] \div 1\frac{1}{2}$
(上海文)

解： $[(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) \times (-1\frac{1}{2}) - (1 + \frac{1}{3}) \times (-\frac{3}{4})] \div 1\frac{1}{2}$
 $= [\frac{1}{6} \times (-1\frac{1}{2}) - 1\frac{1}{3} \times (-\frac{3}{4})] \div 1\frac{1}{2}$
 $= (-\frac{1}{4} + 1) \times \frac{2}{3}$
 $= \frac{1}{2}$

8. 计标： $5\frac{3}{4} - 2[(\frac{1}{2})^2 - 3 \times \frac{3}{4}] \div \frac{2}{5}$ (广西文)

解：原式 $= 5\frac{3}{4} - 2(\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}) \div \frac{2}{5} = 5\frac{3}{4} + 4 \times 2\frac{1}{2}$
 $= 15\frac{3}{4}$

9. 化简: $(-3)^2 - (1\frac{1}{2})^3 \times \frac{2}{9} - 6 \div |- \frac{2}{3}|$ (广东)

解: 原式 $= 9 - 3\frac{3}{8} \times \frac{2}{9} - 6 \times 1\frac{1}{2} = 9 - \frac{8}{2} - 9$
 $= -\frac{3}{2}$

10. 计标: $5\frac{1}{2} \times (-\frac{6}{11}) + 0.25 - (-2)^3 \div (-2\frac{2}{3})^2$

(安徽文)

解: 原式 $= \frac{11}{2} \times (-\frac{6}{11}) + 0.25 + 8 \times \frac{9}{64}$
 $= -3 + \frac{1}{4} + 1\frac{1}{8} = -1\frac{5}{8}$

11. 计标: $(4.8 - 3.7)^2 - \sqrt[3]{-27} \times (5 - 1 \div 5) \times (-\frac{5}{8})$

(西藏)

解: $(4.8 - 3.7)^2 - \sqrt[3]{-27} \times (5 - 1 \div 5) \times (-\frac{5}{8})$
 $= 1.1^2 + 3 \times 4\frac{4}{5} \times (-\frac{5}{8}) = 1.21 - 9 = -7.79$

12. 计标: $(-2)^0 (0.01)^{-\frac{1}{2}}$ (天津)

解: $(-2)^0 (0.01)^{-\frac{1}{2}} = 1 \cdot \frac{1}{(\frac{1}{100})^{\frac{1}{2}}} = 10$

13. 计标: $(2\frac{7}{9})^{\frac{1}{2}} + 3^{-2} - (\frac{1}{8})^0$ (宁夏)

解: $(2\frac{7}{9})^{\frac{1}{2}} + 3^{-2} - (\frac{1}{8})^0 = \sqrt{\frac{25}{9}} + \frac{1}{9} - 1 = 1\frac{2}{3} + \frac{1}{9}$
 $- 1 = \frac{7}{9}$

14. 计标: $3^0 + 3^{-1} - (1\frac{7}{9})^{\frac{1}{2}}$ (北京文)

解: 原式 $= 1 + \frac{1}{3} - (\frac{16}{9})^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{3} - 1\frac{1}{3} = 0$

15. 计标: $\sqrt[6]{8^5} \div \sqrt{8} \times \sqrt[3]{8} \div (\frac{1}{8})^0$ (浙江)

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 8^{\frac{5}{6}} \times 8^{-\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{3}} \times 1 = 8^{\frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 8^{\frac{2}{3}} \\ &= (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^2 = 4\end{aligned}$$

16. 计标: $(\frac{1}{2})^{-1} - 4(-2)^{-3} + (\frac{1}{2})^0 - 9^{-\frac{1}{2}}$ (广东)

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 2 + 4(\frac{1}{2})^3 + 1 - (\frac{1}{9})^{\frac{1}{2}} \\ &= 2 + 4 \times \frac{1}{8} + 1 - \frac{1}{3} \\ &= 2 + \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{3} = 3\frac{1}{6}.\end{aligned}$$

17. 计标: $2^{-\frac{1}{2}} + \frac{2^0}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ (北京理)

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-1} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} \\ &= \sqrt{2} - (\sqrt{2}+1) = -1\end{aligned}$$

18. 计标: $[1 - (0.5)^{-2}] \div (-3\frac{3}{8})^{\frac{1}{3}}$ (河北)

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= [1 - (\frac{1}{2})^{-2}] \div (-1\frac{1}{2}) = [1 - 4] \div (-1\frac{1}{2}) \\ &= (-3) \times (-\frac{2}{3}) = 2\end{aligned}$$

19. 计标: $(2\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}} + (\frac{1}{10})^{-2} - (3.14)^0 + (-\frac{27}{8})^{\frac{1}{3}}$

(江苏)

$$\text{解: 原式} = 1\frac{1}{2} + 100 - 1 - 1\frac{1}{2} = 99$$

20. 计标: $(-2\frac{3}{5})^0 + 4^{-2} \times (2\frac{1}{4})^{-\frac{1}{2}} - (0.01)^{0.5}$

(安徽文)

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 1 + \frac{1}{16} \times \sqrt{\frac{4}{9}} - \sqrt{0.01} \\ &= 1 + \frac{1}{16} \times \frac{2}{3} - \frac{1}{10}\end{aligned}$$

$$= 1 + \frac{1}{24} - \frac{1}{10} = \frac{113}{120}$$

21. 计标: $0.25 \times (-2)^2 - 4 \div (\sqrt{5} - 1)^\circ - (\frac{1}{6})^{-\frac{1}{2}}$

$$+ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \quad (\text{安徽理})$$

解: 原式 $= 0.25 \times 4 - 4 \div 1 - \sqrt{6}$

$$+ \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}$$

 $= 1 - 4 - \sqrt{6} + 3 + \sqrt{6} = 0$

22. 计标: $5 - 3 \times [(-3\frac{3}{8})^{-\frac{1}{3}} + 1031 \times (0.25 - 2^{-2})] \div 9^\circ$
 (福建)

解: 原式 $= 5 - 3 \times [\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + 1031 \times (0.25 - \frac{1}{4})] \div 1$
 $= 5 - 3 \times [-\frac{2}{3} + 0]$
 $= 5 + 2$
 $= 7$

23. 求值: $(\frac{1}{300})^{-\frac{1}{2}} + 10(\frac{\sqrt{3}}{2})^{\frac{1}{2}}(\frac{27}{4})^{\frac{1}{4}}$
 $- 10(2 - \sqrt{3})^{-1} \quad (\text{陕西})$

解: 原式 $= \sqrt{300} + 10 \cdot \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt{2}} - 10 \cdot \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$
 $= 10\sqrt{3} + 10 \cdot \frac{\sqrt[4]{3^4}}{2} - 10 \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}$
 $= 10\sqrt{3} + 15 - 10(2 + \sqrt{3})$
 $= 10\sqrt{3} + 15 - 20 - 10\sqrt{3}$
 $= -5$

24. 计标: $\frac{(-27)^3 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{16}\right)^{-1\frac{1}{2}}}}{(-9)^0 \cdot (1\frac{1}{2})^7 \cdot (\frac{1}{2})^{-5}}$ (内蒙古理)

解: $\frac{(-27)^3 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{16}\right)^{-1\frac{1}{2}}}}{(-9)^0 \cdot (1\frac{1}{2})^7 \cdot (\frac{1}{2})^{-5}} = \frac{(-3^3)^3 \cdot \sqrt{(2^{-4})^{-1\frac{1}{2}}}}{1 \cdot (3 \times 2^{-1})^7 (2^{-1-5})}$
 $= \frac{-3^9 \cdot 2^3}{3^7 \cdot 2^{-7} \cdot 2^5} = -3^2 \cdot 2^5 = -288$

25. 计标: $\frac{0.027^{-\frac{1}{3}} + (-\frac{1}{6})^{-2} - 3^{-1}}{(-1000)^0 - \lg^3 \sqrt{10}} \times 5^{\log_5 \frac{2}{3}}$ (辽宁)

解: 原式 = $\frac{\sqrt[3]{\frac{1000}{27}} + (-6)^2 - \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} \times \frac{2}{3}$
 $= \frac{3\frac{1}{3} + 36 - \frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} \times \frac{2}{3} = 39$

26. 什么是因式分解? 把 $18a^3 - 48a^2b + 32ab^2$ 分解因式。 (吉林)

解: 把一个整式化成几个整式相乘的形式叫做因式分解。

$$\begin{aligned} 18a^3 - 48a^2b + 32ab^2 &= 2a(9a^2 - 24ab + 16b^2) \\ &= 2a(3a - 4b)^2 \end{aligned}$$

27. 分解因式: $mx^2 + 2mxy + my^2$ (宁夏)

解: $mx^2 + 2mxy + my^2 = m(x^2 + 2xy + y^2)$
 $= m(x + y)^2$

28. 分解 $x^3 - 5x^2 + 4x$ 的因式。 (广西文)

解: 原式 = $x(x^2 - 5x + 4) = x(x - 1)(x - 4)$

29. 分解因式: $x^2y - 2y^3$ (河北)

解: $x^2y - 2y^3 = y(x^2 - 2y^2)$ (在有理数范围内)

$= y(x + \sqrt{2}y)(x - \sqrt{2}y)$ (在实数范围内)

30. 分解因式: $a^2 - 2ab + b^2 - 6a + 6b + 5$ (安徽文)

解: 原式 $= (a - b)^2 - 6(a - b) + 5$

$= (a - b - 1)(a - b - 5)$

31. 因式分解: $x^2 - 2xy + 3x + y^2 - 3y + 2$ (内蒙古文)

解: 原式 $= (x - y)^2 + 3(x - y) + 2$

$= (x - y + 1)(x - y + 2)$

32. 分解因式 $x^4 - 2x^2y + 3y^2 + 8y - 4$ (江苏)

解: 原式 $= x^4 - 2x^2y + y^2 - 4y^2 + 8y - 4$

$= (x^2 - y)^2 - 4(y - 1)^2$

$= (x^2 - y + 2y - 2)(x^2 - y - 2y + 2)$

$= (x^2 + y - 2)(x^2 - 3y + 2)$

33. 分解因式: $x^4 + x^2y^2 + y^4$ (湖北)

解: 原式 $= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2$

$= (x^2 + y^2)^2 - (xy)^2$

$= (x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$ 。

34. 把 $x^5y - x^3y + 2x^2y - xy$ 分解因式。 (辽宁)

解: 原式 $= xy(x^4 - x^2 + 2x - 1)$

$= xy[x^4 - (x - 1)^2]$

$= xy(x^2 + x - 1)(x^2 - x + 1)$ (在有理数范围内)

$$\begin{aligned}
&= xy\left(x + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)(x^2 \\
&\quad - x + 1) \text{ (在实数范围内)} \\
&= xy\left(x + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \text{ (在复数范围内)}
\end{aligned}$$

35. 计标: $\frac{2a}{a-3b} - \frac{6ab-24b^2}{a^2-7ab+12b^2}$ (甘肃)

$$\begin{aligned}
\text{解: 原式} &= \frac{2a}{a-3b} - \frac{6b(a-4b)}{(a-4b)(a-3b)} \\
&= \frac{2a}{a-3b} - \frac{6b}{a-3b} \\
&= \frac{2a-6b}{a-3b} \\
&= 2
\end{aligned}$$

36. 计标: $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} + \frac{2ab}{a^2-b^2} (a \neq \pm b)$ (青海)

$$\begin{aligned}
\text{解: 原式} &= \frac{a(a+b) - b(a-b) + 2ab}{(a+b)(a-b)} \\
&= \frac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)} \\
&= \frac{a+b}{a-b}
\end{aligned}$$

37. 化简: $\frac{(a^2-b^2)^3}{a^3+b^3} \div \frac{(b+a)^2}{a^2-ab+b^2} \times \frac{1}{(b-a)^3}$ (山西)

$$\begin{aligned}
\text{解: 原式} &= \frac{(a+b)^3(a-b)^3}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \times \frac{a^2-ab+b^2}{(a+b)^2} \times \frac{1}{-(a-b)^3} \\
&= -1
\end{aligned}$$

38. 化简: $\frac{x^2+2x+1}{x^3-x} \cdot \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+1}$ (广东)

解: 原式 $= \frac{(x+1)^2}{x(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+1}$
 $= \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1-x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x^2-1}$

39. 化简: $(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2+2ab+b^2}) \div (\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2})$
 (上海文、理)

解: 原式 $= \frac{ab}{(a+b)^2} \div \frac{-ab}{(a+b)(a-b)}$
 $= \frac{ab}{(a+b)^2} \times \frac{(a+b)(a-b)}{-ab} = -\frac{a-b}{a+b} = \frac{b-a}{b+a}$

40. 化简: $\frac{x^4+x^2+1}{x^3-1} + \frac{x(x-2)-2(x-2)}{x^2-3x+2}$ (山西)

解: (方法一) 原式 $= \frac{x^4+2x^2+1-x^2}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{(x-2)(x-2)}{(x-1)(x-2)}$
 $= \frac{(x^2+1)^2-x^2}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{x-2}{x-1}$
 $= \frac{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{x-2}{x-1}$
 $= \frac{x^2-x+1}{x-1} + \frac{x-2}{x-1} = \frac{x^2-x+1+x-2}{x-1}$
 $= \frac{x^2-1}{x-1} = x+1$

(方法二)

原式 $= \frac{x^4-x+x^2+x+1}{x^3-1} + \frac{(x-2)^2}{(x-2)(x-1)}$
 $= \frac{x(x^3-1)}{x^3-1} + \frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{(x-2)^2}{(x-2)(x-1)}$

$$\begin{aligned}
 &= x + \frac{1}{x-1} + \frac{x-2}{x-1} = x + \frac{1}{x-1} + 1 - \frac{1}{x-1} \\
 &= x + 1
 \end{aligned}$$

41. 化简: $\frac{a^{2n+1} - 6a^2n + 9a^{2n-1}}{a^{n+1} - 4a^n + 3a^{n-1}}$ (福建)

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= \frac{a^{2n}(a - 6 + \frac{9}{a})}{a^n(a - 4 + \frac{3}{a})} = \frac{a^n(a^2 - 6a + 9)}{(a^2 - 4a + 3)} \\
 &= \frac{a^n(a-3)^2}{(a-1)(a-3)} = \frac{a^n(a-3)}{a-1}.
 \end{aligned}$$

42. 已知 $m + \frac{1}{m} = 2$ 求 $m^2 + \frac{1}{m^2} = ?$ $m^3 + \frac{1}{m^3} = ?$ (贵州)

$$\text{解: } (m + \frac{1}{m})^2 = 4$$

$$m^2 + 2m \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} = 4$$

$$\therefore m^2 + \frac{1}{m^2} = 2$$

$$\begin{aligned}
 m^3 + \frac{1}{m^3} &= (m + \frac{1}{m})(m^2 - m \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2}) \\
 &= 2 \times (2 - 1) \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

43. 计标: $\sqrt{(-3)^2}$; $\sqrt[3]{(-27)^3}$ (湖北)

$$\text{解: } \sqrt{(-3)^2} = 3; \sqrt[3]{(-27)^3} = -27$$

计标: $(\sqrt{\frac{2}{3}})^3 \cdot \sqrt[3]{(1\frac{1}{2})^2} \cdot (\frac{2}{3})^{-\frac{5}{6}}$ (" ")

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= (\frac{2}{3})^{1\frac{1}{2}} \cdot (1\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} \cdot (\frac{2}{3})^{-\frac{5}{6}} = (\frac{2}{3})^{1\frac{1}{2} - \frac{5}{6}} \cdot (1\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} \\
 &= (\frac{2}{3})^{\frac{2}{3}} \cdot (1\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} = (\frac{3}{2} \cdot 1\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} = 1
 \end{aligned}$$

44. 化简: $\sqrt{12} - \sqrt{48} - 3\sqrt{3}$ (宁夏)

解: $\sqrt{12} - \sqrt{48} - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$

45. 计算: $\sqrt{14 \times 24 \times 39 \times 91} + 4\sqrt{27} \times (-\sqrt{3})$ (安徽文)

解: 原式 $= \sqrt{2 \times 7 \times 2^3 \times 3 \times 3 \times 13 \times 7 \times 13} + 4 \times 3\sqrt{3}$
 $\times (-\sqrt{3})$
 $= 2^2 \times 3 \times 7 \times 13 - 4 \times 9 = 4 \times 3(7 \times 13 - 3)$
 $= 12 \times 88 = 1056$

46. 化简: $\sqrt{\frac{12}{75}} + \sqrt{90000} + \sqrt{\frac{6}{27}}$ (内蒙古文)

解: 原式 $= \frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} + 300 + \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{2}{5} + 300 + \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= 300\frac{2}{5} + \frac{\sqrt{3}}{3}$

47. 化简: $\frac{\sqrt{20}}{8} - \sqrt{\frac{9}{5}} + \frac{5}{\sqrt{45}}$ (广东)

解: 原式 $= \frac{2\sqrt{5}}{8} - \frac{3\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{\sqrt{5}}{60}$

48. 化简: $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$ (北京文)

解: 原式 $= \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2}{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})} = \frac{6 + 2\sqrt{12} + 2}{6 - 2}$
 $= \frac{8 + 4\sqrt{3}}{4} = 2 + \sqrt{3}$

49. 化简: $\frac{1}{\sqrt{2} + 1} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$ (山西)

解: 原式 $= \frac{\sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = -2$

50. 化简: $\sqrt[4]{a^{-2}b^3} \sqrt[3]{a^4b^{-2}} \div \sqrt[2]{a^5b^{-2}}$ (贵州)

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{a^{-\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{4}} a^{\frac{1}{3}} b^{-\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{6}} b^{-\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{5}{6}} b^{\frac{1}{12}}}{a^{\frac{5}{6}} b^{-\frac{1}{3}}} = b^{\frac{1}{12} + \frac{1}{3}} = b^{\frac{5}{12}} \\ &= \sqrt[12]{b^5}\end{aligned}$$

$$51. \text{计标: } \left(\frac{8x^{-3}}{\sqrt{y^3 z^{-6}}} \right)^{-\frac{1}{3}} = ? \quad (\text{云南})$$

$$\text{解: 原式} = \frac{(y^{1\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} x}{8^{\frac{1}{3}} z^{\frac{2}{3}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}} x}{2z^{\frac{2}{3}}} = \frac{x \sqrt{y}}{2z^{\frac{2}{3}}}$$

$$52. \text{化简: } (3 \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{b}) \cdot (-6 \sqrt{a} \sqrt[3]{b}) \div (-2 \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b^5}) \quad (\text{安徽文})$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= (-18) \div (-2) a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}} \div a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{5}{6}} \\ &= 9 a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}} b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}} \\ &= 9a\end{aligned}$$

$$53. \text{计标: } 8x^{-\frac{1}{3}} \sqrt{y^{-\frac{1}{3}} x \sqrt[4]{y^{1\frac{1}{3}}}}. \quad (\text{吉林})$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 8x^{-\frac{1}{3}} \sqrt{y^{-\frac{1}{3}} x y^{\frac{1}{3}}} = 8x^{-\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{2}} = 8x^{\frac{1}{6}} \\ &= 8 \sqrt[6]{x}\end{aligned}$$

$$54. \text{化简: } \frac{(a^{\frac{8}{5}} b^{-\frac{6}{5}})^{-\frac{1}{2}} \sqrt[4]{a^4}}{\sqrt[5]{b^3}} \quad (\text{甘肃})$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{a^{-\frac{4}{5}} b^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{4}{5}}}{b^{\frac{3}{5}}} = a^0 b^0 = 1\end{aligned}$$

$$55. \text{化简: } \left(27a^{2\frac{1}{2}} \sqrt{ab^{-\frac{1}{3}} \sqrt[4]{b^{1\frac{1}{3}}}} \right)^{\frac{1}{3}} (b \neq 0) \quad (\text{青海})$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \{27a^{2\frac{1}{2}}[ab^{-\frac{1}{3}}(b^{1\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}}]^{\frac{1}{2}}\}^{\frac{1}{3}} = (27a^{2\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} \\ &= (27a^3)^{\frac{1}{3}} = 3a\end{aligned}$$

$$56. \text{化简: } \frac{\frac{1}{4}(ab)^{-\frac{1}{3}}(\frac{4}{3}a^4b^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}}{2a^{\frac{3}{2}}/a^2} \quad (\text{新疆文})$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{\frac{1}{4}a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}(\frac{4}{3})^{\frac{1}{2}}a^2b^{\frac{1}{3}}}{2aa^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} a^{-\frac{1}{3}+2} b^{-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}}{2a^{1+\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{\frac{1}{6} a^{\frac{5}{3}}}{2a^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{12}\end{aligned}$$

57. 化简下式:

$$(1-c^2)^{-\frac{1}{2}} - \{(1+c)(1-c)\}^{\frac{1}{2}} + c^2 \{(1+c)(1-c)\}^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{河南})$$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= (1-c^2)^{-\frac{1}{2}} - \{(1-c^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{c^2}{(1-c^2)^{\frac{1}{2}}}\} \\ &= \frac{1}{(1-c^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1-c^2}{(1-c^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{c^2}{(1-c^2)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{0}{(1-c^2)^{\frac{1}{2}}} = 0\end{aligned}$$

58. 证明:

$$\begin{aligned}& [(2m)^0 - (m+x)^{-2}] \div [(2x)^0 - (m+x)^{-1}]^2 \times [2m^0 - \frac{1-(m-x)^2}{2mx}] \\ &= \frac{(m+x+1)^2}{2mx} \quad (\text{四川})\end{aligned}$$

$$\text{证明: 左边} = [1 - \frac{1}{(m+x)^2}] \div [1 - \frac{1}{m+x}]^2 \times [2m^0 - \frac{1-(m-x)^2}{2mx}]$$