

SHUXUE XUEXI ZHIDAO

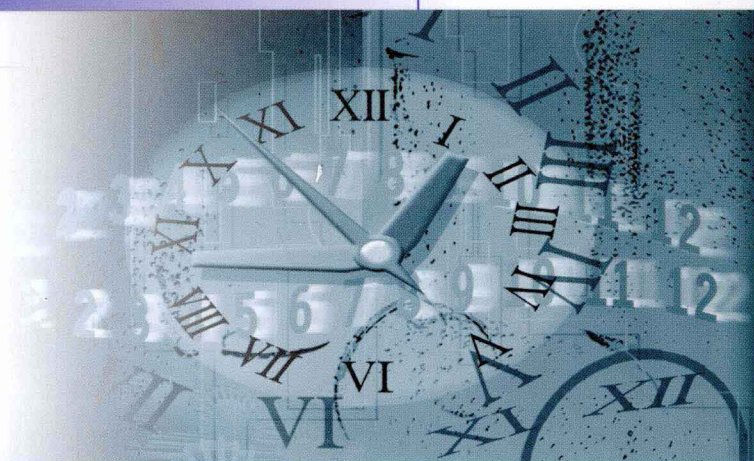


安徽省五年制高等职业教育教材

夏国斌 主编

数学学习指导

(上)



安徽大学出版社

SHUXUE XUEXI ZHIDAO

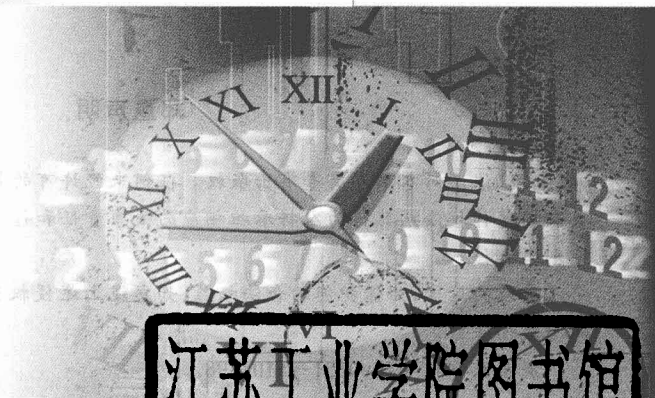


安徽省五年制高等职业教育教材

夏国斌 主编

数学学习指导

(上)



江苏工业学院图书馆
藏书章

安徽大学出版社

主 编 夏国斌

（限中）学合地教育用

16开 320页 2000年

2000

夏国斌

江苏工业学院

图书馆

（限中）学合地教育用

图书在版编目(CIP)数据

数学学习指导/夏国斌主编. - 合肥:安徽大学出版社,2004.8

ISBN 7-81052-874-2

I. 数... II. 夏... III. 高等数学-高等学校:技术学校-教学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 068346 号

郑重声明

我社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》,其行为人将承担相应的民事责任和行政责任;构成犯罪的,将被依法追究刑事责任。

尊敬的读者,为保护您的合法权益,如发现上述侵权行为或怀疑所持书非正版,请及时与我们联系。

反盗版举报电话:0551-5108498。

安徽省五年制高等职业教育教材

数学学习指导

夏国斌 主 编

出版发行	安徽大学出版社 (合肥市肥西路3号 邮编 230039)	印 刷	安徽省供销合作社印刷厂
联系电话	编辑部 0551-5108498 发 行 0551-4414742	照 排	合肥述而文化传播有限公司
电子信箱	zfqemail@tom.com	开 本	787×1092 1/16
责任编辑	朱丽琴	印 张	27
封面设计	张 犇	字 数	614 千
		版 次	2004 年 8 月第 1 版
		印 次	2005 年 8 月第 2 次印刷

ISBN 7-81052-874-2/O·46

定价 34.00 元(上、下册)

如有影响阅读的印装质量问题,请与出版社发行部联系调换

前 言

2000年起,安徽省教育厅在部分重点中等专业学校举办初中起点的五年制高等职业教育,这一举措对安徽省职业教育的发展和提高起到了很大的促进作用。为了适应五年制高等职业教育的发展,确保五年制高等职业教育的教学质量,在教育厅的关心支持下,我们于2000年组织了部分举办五年制高等职业教育的试点学校编写了数学、物理、化学、语文四门公共课教材。该套教材于2000年9月开始试用,根据试用的情况,我们于2001年组织了对教材的第一次修订,修订后的教材由安徽大学出版社正式出版,并被安徽省教育厅教秘[2001]330号文件规定为安徽省五年制高等职业教育的推荐教材。

2003年7月,为了进一步提高本套教材的质量,在安徽大学出版社的组织下,我们根据教育厅2003年下发的安徽省五年制高等职业教育公共课程教学大纲,在充分吸取使用教材各方意见的基础上,对本套教材进行了第二次修订。安徽省教育厅领导对本次教材修订提出了三点具体要求:1. 参加修订教材工作的人员要根据社会对五年制高职毕业生的专业需求和素质要求,认真研究五年制高职人才的培养目标,以此作为修订这套教材的指导方针。五年制高职培养的是技术应用型专门人才,文化知识教育要服务于人才整体发展目标,文化课教材的修订应把握实现整体培养目标所要求的知识、能力和素质结构的统一要求。2. 要认真学习五年制高等职业教育指导意见和课程教学大纲,在编写教材时要有全局观念,坚持五年一贯制,处理好文化基础知识与专业知识的关系,统筹考虑高等教育和中等教育的课程安排,精选教学内容,构建五年一贯、相互协调的教材体系。3. 教材编写、内容组织、教学形式要符合招生学生特点。要总结教育教学方法,根据学生特点调整教材组织形式,不要过于强调知识体系的完整、科学性,而应强调教材的实用性。根据教育厅的要求,在本次教材修订中,我们遵循“突出实际应用,强化能力培养,坚持必须够用”的原则。在总结本

套教材编写经验的基础上,尽量吸取同类、同层次教材的长处,贴近五年制高职学生文化基础的实际,力求做到立足实践应用,强化能力培养训练。修订后的第二版教材增加了《英语》1—4册和《数学》第四册,配备了《英语学习指导》、英语教学磁带、《数学学习指导》和《语文学习指导》。我们期望修订后的教材能够保证五年制高职学生应有的文化素养,同时也能为后续职业技术课程的学习打下必须的基础,教材本身更趋完善、更加适应安徽省五年制高等职业教育的实际。

本套教材主要适用于五年制高等职业教育,同时也可作为中等专业学校、中等职业学校的教材或教学参考书。组织编写五年制高职教材是一种尝试,如何提高教材的质量是我们孜孜不倦的探索,尽管我们已经作出了很大的努力,但由于我们的经验、学识有限,教材中出现种种的局限、疏漏和不完善之处在所难免,敬请使用本教材的师生提出批评指正。

安徽省五年制高职教育教材编审委员会

2005年8月

编写说明

《数学学习指导》是与安徽省五年制高等职业教育教材《数学》(第二版)配套的学习辅导书。

本书按照教材内容、章次对应编写,分为上、下册,共 22 章。上册主要内容包括代数、三角、立体几何、解析几何、数列、数学归纳法、排列、组合和二项式定理等,共 13 章;下册主要内容包括一元函数微积分、概率统计初步、线性代数初步、线性规划初步和级数与拉普拉斯变换等,共 9 章。指导书的每一章内容结构由知识要点、学习提示、学习指导、典型例题、单元自测和参考答案与提示等六个部分构成。其中“知识要点”是对课程内容进行整理与提炼,使之更加条理化、系统化,帮助学生总结、归纳、掌握各章的主要内容;“学习提示”是根据实施性教学大纲明确指出学习各章内容的基本要求及重点和难点,具体规定学习各章内容应达到的程度,使学生有明确的学习目标;“学习指导”是围绕重点、难点具体指导学生如何正确理解基本概念、如何熟练掌握基本运算,对学习过程中容易出现的问题做进一步的分析、阐述,帮助学生突破难点,掌握重点;“典型例题”是通过分析各种典型例题的求解思路,展示各种解题方法和技巧,帮助学生加深对基本概念和基本定理的理解,提高运用基本概念、基本理论和基本公式去分析问题和解决问题的能力;“单元自测”是根据实施性教学大纲对各章知识的基本要求,参照各类考试所采用的题型搭配,拟出一份解答时间约 50 分钟左右的单元自测试卷,供学生在单元复习时使用;“参考答案与提示”是为了方便学生的学习和教师的教学,在每一章的最后,为配套教材中每一小节的习题、每一章的复习题和学习指导书中每一章的单元自测题的题目提供了参考答案,并对部分稍有难度的题目给出了解答的提示。针对五年制高职公共课测试学生数学成绩不理想的现状,我们编了四套模拟试卷,供学生复习时使用。

本书主要适用于初中起点的五年制高等职业教育数学课程的学习用书,同

时也可以作为初中起点的中等职业教育数学课程学习的辅助用书。本学习指导书下册也可以作为高中起点的高等职业教育数学课程的辅助学习用书。

本学习指导书由安徽机电职业技术学院夏国斌主编,安徽大学杜先能教授审稿。参加编写的人员有安徽机电职业技术学院李立众(第1、6、16、22章)、刘传宝(第2、5章)、姜绳(第3、4、20章)、夏国斌(第11、18、19章);安徽国防科技职业学院梁继会(第7、8章)、吴方庭(第9、10章);安徽电子信息职业技术学院辛颖(第14章)、程伟(第15章);安徽职业技术学院高山(第12、13章);安徽第一轻工业学校张永胜(第17章);安徽省物资学校韩业岚(第21章)。

在学习指导书编写过程中,我们得到了安徽省教育厅有关部门以及各有关学校的大力支持和帮助,在此一并表示衷心的感谢!

限于编者的学识和水平,学习指导书中出现的错误、疏漏和不完善之处在所难免,敬请使用本书的师生和同行予以指正。

编 者

2005年8月

目 录

第 1 章

集合 逻辑初步 不等式

知识要点	1
学习提示	6
学习指导	6
典型例题	8
单元自测	12
参考答案与提示	13

第 2 章

函数

知识要点	17
学习提示	20
学习指导	20
典型例题	22
单元自测	28
参考答案与提示	29

第 3 章

任意角的三角函数

知识要点	37
学习提示	38
学习指导	39
典型例题	41
单元自测	44
参考答案与提示	45

第 4 章

简化公式 加法定理及推论 正弦型曲线

知识要点	48
学习提示	50
学习指导	51
典型例题	56
单元自测	60
参考答案与提示	62

第 5 章

反三角函数 解斜三角形

知识要点	65
学习提示	67
学习指导	67
典型例题	70
单元自测	76
参考答案与提示	78

第 6 章

平面向量

知识要点	82
学习提示	85
学习指导	86
典型例题	87
单元自测	93
参考答案与提示	94

第 7 章

复数

知识要点	97
------------	----

学习提示	98
学习指导	98
典型例题	100
单元自测	103
参考答案与提示	103

第 8 章

空间图形

知识要点	107
学习提示	110
学习指导	110
典型例题	116
单元自测	121
参考答案与提示	122

第 9 章

直线

知识要点	129
学习提示	131
学习指导	131
典型例题	133
单元自测	136
参考答案与提示	137

第 10 章

二次曲线

知识要点	139
学习提示	141
学习指导	142
典型例题	146
单元自测	149

参考答案与提示	150
---------------	-----

第 11 章

极坐标与参数方程

知识要点	154
学习提示	157
学习指导	157
典型例题	159
单元自测	162
参考答案与提示	164

第 12 章

数列与数学归纳法

知识要点	168
学习提示	169
学习指导	170
典型例题	171
单元自测	177
参考答案与提示	178

第 13 章

排列 组合 二项式定理

知识要点	184
学习提示	185
学习指导	186
典型例题	188
单元自测	191
参考答案与提示	192

集合 逻辑初步 不等式

本章概念较多,又比较抽象,应注意从实际出发.从感性认识到理性认识,要注意运用对比的方法,反复比较相近概念的异同,充分运用文氏图和函数图像分别说明那些较为抽象的概念和性质.逻辑知识是人们认识和研究问题不可缺少的工具,学习时应注意命题之间的逻辑关系.



知识要点

1. 集合的基本概念

具有某种特定性质的对象的总体称为一个集合,简称集.组成集合的各个对象称为集合的元素.

习惯上,常用大写字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合,用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示元素,元素 a 与集合 A 之间是“属于”(记作 $a \in A$)或“不属于”(记作 $a \notin A$)的关系.

对于一个给定的集合,其中的元素具备三个特征:

- ①确定性:元素是否属于集合,界限分明;
- ②互异性(也称独立性):集合中任何两个元素都是不相同的;
- ③无序性:集合中的元素没有主次之分、前后之别.

2. 集合的分类

由数组成的集合称为数集.常见的数集有自然数集($\mathbf{N}$)、整数集($\mathbf{Z}$)、有理数集($\mathbf{Q}$)、实数集($\mathbf{R}$).根据数的正负,常用 $\mathbf{Z}^+$ 表示正整数集,用 $\mathbf{R}^-$ 表示负实数集,等等.

由点组成的集合称为点集.方程(组)或不等式(组)的所有解组成的集合称为解集.

根据所含元素的多少,集合可分为:

有限集:含有限个元素;

无限集:含无限个元素;

空集 $\emptyset$:不含有任何元素;

非空集:至少含一个元素.

在所研究的问题中,包含一切元素的集合叫做全集,记作 I .

3. 集合的表示法

一般有列举法和描述法两种. 列举法是把属于某个集合的元素一一列举出来, 写在花括号 $\{ \}$ 内; 描述法是把属于某个集合的元素所具有的特性性质描述出来, 写在花括号 $\{ \}$ 内.

为了形象直观地表示集合之间的关系和运算, 通常还用圆表示一般集合, 用矩形表示全集, 而用圆或矩形内的点表示该集合的元素. 这种用来表示集合的图形称为文氏图.

4. 集合的包含关系

如果集合 B 的任何一个元素都属于集合 A , 则称 B 是 A 的子集, 记作 $B \subseteq A$ (或 $A \supseteq B$).

对于任一集合 A , 规定 $\emptyset \subseteq A$.

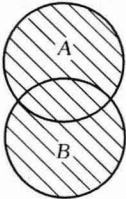
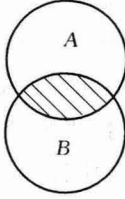
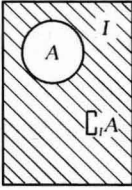
如果集合 B 是集合 A 的子集, 并且 A 中至少有一个元素不属于 B , 则称 B 是 A 的真子集, 记作 $B \subsetneq A$ (或 $A \supsetneq B$).

对于集合 A 和 B , 如果 $B \subseteq A$, 且 $A \subseteq B$, 则称集合 A 和集合 B 相等, 记作 $A = B$.

5. 集合的运算

设 A, B 表示两个集合, I 表示全集, 则 A 与 B 之间可以进行交、并、补的运算. 关于集合的运算如表 1-1 表示.

表 1-1 集合的运算

运算符号	$A \cup B$ (A 并 B)	$A \cap B$ (A 交 B)	$\complement_I A$
元素特征	属于 A 或属于 B	属于 A 且属于 B	不属于 A
示意图			
包含关系	$A \subseteq A \cup B$ $B \subseteq A \cup B$ $A \cup A = A$ $A \cup \emptyset = A$	$A \cap B \subseteq A$ $A \cap B \subseteq B$ $A \cap A = A$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	$A \cup \complement_I A = I$ $A \cap \complement_I A = \emptyset$ $\complement_I I = \emptyset$ $\complement_I \emptyset = I$

6. 集合的运算律

集合的并运算和交运算都满足交换律和结合律, 二者之间满足分配律, 即

$$A \cup B = B \cup A, (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),$$

$$A \cap B = B \cap A, (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C),$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

集合的并、交、补三种之间满足反演律 (De. Morgan 公式)

$$\complement_I(A \cap B) = \complement_I A \cup \complement_I B \quad \complement_I(A \cup B) = \complement_I A \cap \complement_I B$$

7. 命题的概念

(1) 定义.

能够判断真假的语句,如 $3 > 2$.

(2) 分类.

按命题的正确与否分 $\begin{cases} \text{真命题,} \\ \text{假命题.} \end{cases}$

(数学中的定义、公理、公式、定理均为真命题).

按是否含有逻辑联结词分 $\begin{cases} \text{简单命题: 不含逻辑联结词的命题.} \\ \text{复合命题: 由简单命题与逻辑联结词构成的命题.} \end{cases}$

(“或”、“且”、“非”这些词称为逻辑联结词.)

注:常用小写的拉丁字母 $p, q, r, s \cdots$ 来表示命题,复合命题的构成形式分别是“ p 或 q ”,“ p 且 q ”,“非 p ”.

(3) 命题判断真假的方法.

①简单命题可以据此前的定义、公理、定理、法则、公式等判断其真假,也可通过举反例判断其真假.

②复合命题可据真假表,判断其真假.

p	q	非 p	p 或 q	p 且 q
真	真	假	真	真
真	假	假	真	假
假	真	真	真	假
假	假	真	假	假

8. 四种命题的定义及关系

(1) 定义.

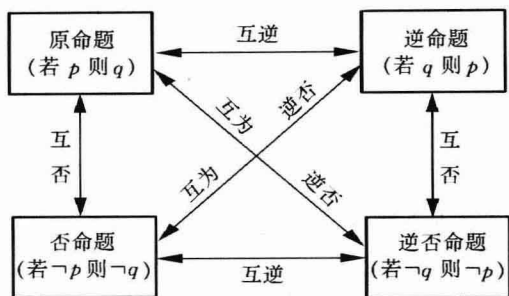
交换原命题的条件和结论,所得的命题称为逆命题;同时否定原命题的条件和结论,所得的命题称为否命题;交换原命题的条件和结论,并且同时否定,所得的命题称为逆否命题.这四种命题是“如果……,那么……”形式的复合命题.

用 p 和 q 分别表示原命题的条件和结论,用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定,则四种命题的形式可分别表示为:

原命题 若 p 则 q 逆命题 若 q 则 p
 否命题 若 $\neg p$ 则 $\neg q$ 逆否命题 若 $\neg q$ 则 $\neg p$

(2) 四种命题的关系.

原命题与逆否命题,逆命题与否命题的真假是等价的.



9. 充分条件与必要条件

(1) 分类.

- 充分条件(充分不必要条件)
- 必要条件(必要不充分条件)
- 充要条件(充分且必要条件)
- 既不充分也不必要条件

(2) 定义.

对于“若 p 则 q ”形式的命题,如果已知 $p \Rightarrow q$,那么 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

注:从命题的角度看,原命题(或逆否命题)和逆命题(或否命题)都成立,命题中的条件是充要条件.

10. $|x| < a, |x| > a (a > 0)$ 型不等式的解法

(1) 根据绝对值的意义, $|x| < a (a > 0)$ 可转化为不等式组 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x < a \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x < 0 \\ -x < a \end{cases}$

即 $0 \leq x < a$ 或 $-a < x < 0$

所以不等式 $|x| < a (a > 0)$ 的解集为

$$\{x | 0 \leq x < a\} \cup \{x | -a < x < 0\} = \{x | -a < x < a\}$$

(2) 不等式 $|x| > a (a > 0)$ 可转化为不等式组

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x > a \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x < 0 \\ -x > a \end{cases}$$

即 $x > a$ 或 $x < -a$

所以不等式 $|x| > a (a > 0)$ 的解集为:

$$\{x | x > a\} \cup \{x | x < -a\} = \{x | x > a \text{ 或 } x < -a\}$$

11. 一元二次不等式

(1) 定义.

含有一个未知数,且未知数的最高次数是二次的不等式称为一元二次不等式.

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ 或 } ax^2 + bx + c < 0 (a > 0)$$

(2) 解法.

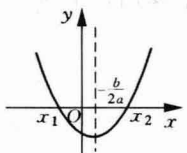
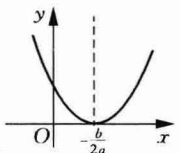
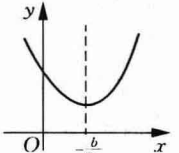
当 $a > 0$ 时,一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 或 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解法,通常有

两种方法.

①图像法,把 $ax^2 + bx + c > 0$ 或 $ax^2 + bx + c < 0 (a > 0)$ 看做是二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图像位于 x 轴上方或下方时的自变量 x 的取值范围.分三种情况见下表 1-2.

当 $a < 0$ 时,可以通过两边同乘 -1 转化为 $a > 0$ 的情况,也可以根据二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a < 0)$ 的图像来进行判断.

表 1-2

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$)的图像			
一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)的根	有相异两实根 $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$	有相等实根 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	无实根
$ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$)的解集	$\{x x < x_1 \text{ 或 } x > x_2\}$	$\left\{x \left x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq -\frac{b}{2a} \right.\right\}$	$\mathbf{R}$
$ax^2 + bx + c < 0$ ($a > 0$)的解集	$\{x x_1 < x < x_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

②代数法,将二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 分解因式或配方而求解的方法称为代数法.

(I)当 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, $ax^2 + bx + c$ 可分解为两个一次因式的乘积: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$,不妨令 $x_1 < x_2$,则不等式 $ax^2 + bx + c > 0 (a > 0)$ 可转化为

$$\begin{cases} x - x_1 > 0 \\ x - x_2 > 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x - x_1 < 0 \\ x - x_2 < 0 \end{cases} \quad \text{即 } x > x_2 \text{ 或 } x < x_1, \text{ 于是得解集 } \{x | x > x_2 \text{ 或 } x < x_1\}$$

同理可得 $ax^2 + bx + c < 0 (a > 0)$ 的解集为 $\{x | x_1 < x < x_2\}$

(II)当 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$

当 $a > 0$ 时, $ax^2 + bx + c \geq 0$,此时,不等式 $ax^2 + bx + c > 0 (a > 0)$ 的解集为 $\{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq x_1\}$,不等式 $ax^2 + bx + c < 0 (a > 0)$ 的解集为 $\emptyset$.

(III)当 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} > 0$

所以不等式 $ax^2 + bx + c > 0 (a > 0)$ 的解集为 $\mathbf{R}$,不等式 $ax^2 + bx + c < 0 (a > 0)$ 的解集为 $\emptyset$.

学习提示

1. 学习要求

(1) 了解集合的意义,掌握集合的两种表示法;了解元素与集合之间的关系以及集合与集合之间的包含、相等的关系;了解子集、并集、交集、全集、补集的概念;会进行集合的交、并、补等基本运算(进行运算的集合不超过三个).

(2) 理解区间的概念.

(3) 理解命题的概念,了解命题真假的观念,掌握四种命题之间的关系.

(4) 掌握一元二次不等式的概念及解法,掌握简单的绝对值不等式的概念及解法,了解简单分式不等式的解法.

2. 学习重点

集合的基本概念及基本运算;判断命题的真假,四种命题关系,关于充要条件的判断;一元二次不等式和绝对值不等式的解法.

3. 学习难点

集合的各个基本概念的涵义及相互间的区别和联系;逻辑联接词“或”的含义及充要条件的判断;绝对值不等式的解法.

学习指导

1. 关于集合的确定性和互异性

集合的元素可以是一些数、一些点、一些图形、一些整式、一些物体等等.能否构成数学意义上的集合,关键是能否找到判别每一具体对象是否属于集合的明确标准,即元素属于集合还是不属于集合标准是明确的——确定性.又如记号 $\{1, 1, 1, 5, 8\}$,由于其中出现了重复元素,所以不能作为集合的正确表示,应把它写成 $\{1, 5, 8\}$.如果它表示的是方程 $(x-1)^3(x-5)(x-8)=0$ 的解集,其中1是三重根,这种表示也是不妥的,应把它写成 $\{1_{(3)}, 5, 8\}$,其中元素1的右下角括号内的3,表示1是方程的一个三重根,但在解集内只算作一个元素.明确这一点对以后研究方程是十分有益的.

2. 关于集合的表示

集合的表示方法要恰当,列举法与描述法各有优点,究竟用哪种方法,要视其具体问题而定.有些集合,随便选用哪种表示方法都可以(例如:自然数集合、偶数集合等等);有些集合则只能用其中的一种表示方法.例如,集合 $\{x | -3 < x < 10\}$ 不能用列举法表示,而集合 $\{\text{松花江, 黄河, 长江, 珠江}\}$ 不能用描述法表示,集合 $\{-2, 0, 5\}$ 不宜用描述法表示.

3. 几种常见记号的区别

以数或点为元素的集合分别称为数集或点集.这是我们研究的主要对象,因而研究集合首先必须搞清集合中的元素是什么.此外,对元素与集合、集合与集合之间关系的表述方法应有客观的全面理解.不要把数0或集合 $\{0\}$ 与空集 $\emptyset$ 混淆,数0不是集合,