中學各科要覽

平面三角法

駱師曾 匡文濤編

平面三角法

編輯大意

一是書依據民國二十五年教育部頒布修正課程標準編輯,將平面三角法之知識整理之,以供高中畢業會考及大學入學考試之預備.

一是書爲便於記憶之書,可在最短期間,得最大之成效.

一是書正面載主要事項,以便學習,反面載問題之解答,以便練習後自行查對.

一是書篇幅雖少,形狀雖小,但各教科書之精華,皆已採取,頗便複習.

一近數年來各省市會考試題及大學入學試題,亦擇要列入,附加星號爲別,以清眉目而便研究.

平面三角法要覽

目次

平面三角法要覽目次

角　　(平面三角法 1)

測角法種類	角之單位	各單位間之關係	問題
六十分法	一直角九十等分之一曰一度,用此爲角之單位. $1^\circ=60'$ $1'=60''$ (注意) $^\circ$ $'$ $''$ 爲度分秒之記號.	某角以弧度法測之,其測度爲 θ 以六十分法測之,其測度爲 D, 則有次之關係: $\frac{\theta}{\pi}=\frac{D}{180^\circ}$. $\therefore\ \theta=\pi\times\frac{D}{180^\circ}$, $D=180^\circ\times\frac{\theta}{\pi}$.	(1) 0.65 直角爲幾度? (2) $97^\circ5'15''$爲幾直角? (3) 正三角形,正五角形,正六角形之一內角,各有幾度? (4) 某角之度數,以弧度法表之,則其數之二倍與原度數之和爲 $23\frac{2}{7}$, 問此角之度數如何?但 π 爲 $\frac{22}{7}$. (5) 內角爲等差級數,最小角爲 120°, 公差爲 5°, 問此爲幾邊形?
弧度法	於任意之圓,取一中心角,使其所對之弧,等於半徑,是謂弧度,用此爲角之單位. $1\text{弧度}=\frac{2\text{直角}}{\pi}$ $=57^\circ17'44.8''$.		

角之問題解答

(1) $90^\circ\times0.65=58.5^\circ$,

$60'\times0.5\ =30'$.

答 $58^\circ30'$.

(2) $97^\circ5'15''\div90^\circ$

$=349515''\div324000''$

$=1.07875$.

答 1.07875 直角.

(3) $180^\circ\div3=60^\circ$, 此乃正三角形之一角.

而正五角形之一角爲

$180^\circ-360^\circ\div5=108^\circ$.

正六角形之一角爲

$180^\circ-360^\circ\div6=120^\circ$.

(4) 令所求之度數爲 x 度.

此以弧度表之,則爲 $\dfrac{x}{180}\pi$.

由題意,得 $x+\dfrac{2x\pi}{180}=23\dfrac{2}{7}$.

令 $\pi=\dfrac{22}{7}$.

則 $x\left(1+\dfrac{1}{90}\times\dfrac{22}{7}\right)=23\dfrac{2}{7}$.

$\therefore\quad x=22\dfrac{1^\circ}{2}$.

答 $22^\circ30'$.

(5) 令此多角形爲 n 邊形,則

外角之和$=360^\circ$,

最大外角$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$.

由等差級數之和之公式,得

$\dfrac{n}{2}\{2\times60-(n-1)\times5^\circ\}=360^\circ$.

$\therefore\quad n=16$ 或 9.

令 $n=16$, 則最小外角爲

$60^\circ-15\times5^\circ=-15^\circ$.

是 16 不適用.

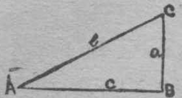
$\therefore\quad n=9$.

答 九邊形.

三角函數相互之關係　(平面三角法3)

定義

次之六比,曰三角函數.



設 $B=90°$, 則

$\sin A=\dfrac{a}{b}=\dfrac{\text{垂線}}{\text{斜邊}}=\angle A$ 之正弦.

$\cos A=\dfrac{c}{b}=\dfrac{\text{底邊}}{\text{斜邊}}=\angle A$ 之餘弦.

$\tan A=\dfrac{a}{c}=\dfrac{\text{垂線}}{\text{底邊}}=\angle A$ 之正切.

$\cot A=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\text{底邊}}{\text{垂線}}=\angle A$ 之餘[illegible].

$\sec A=\dfrac{b}{c}=\dfrac{\text{斜邊}}{\text{底邊}}=\angle A$ 之正割.

$\operatorname{cosec} A=\dfrac{b}{a}=\dfrac{\text{斜邊}}{\text{垂線}}=\angle A$ 之餘割.

基本公式

倒數關係

$\sin A \operatorname{cosec} A=1$ ....(1)

$\cos A \sec A=1$ ....(2)

$\tan A \cot A=1$ ....(3)

相除關係

$\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$ ....(4)

$\cot A=\dfrac{\cos A}{\sin A}$ ....(5)

平方關係

$\sin^2 A+\cos^2 A=1$ ....(6)

$1+\tan^2 A=\sec^2 A$ .....(7)

$1+\cot^2 A=\operatorname{cosec}^2 A$ ...(8)

問題

(1) $\triangle ABC$, 其 $\angle B$ 爲直角, BC, AB 各爲 3, 4, 試求 A 之三角函數.

*(2) 已知 $\sin A=\dfrac{15}{17}$, 求 A 角其餘各函數.

*(3) 試以 $\tan A$ 表其餘諸函數.

(4) 設 $\cos A=\dfrac{12}{13}$, 試求 A 之其他三角函數.

(5) 設 $\tan A=2+\sqrt{3}$, 則 A 之其他三角函數如何?

三角函數相互關係之問題解答

(1) $BC=3,\ AB=4,\ AC=\sqrt{\overline{BC}^2+\overline{AB}^2}=5.$

$\therefore\ \sin A=\frac{3}{5},\qquad \cos A=\frac{4}{5},$

$\tan A=\frac{3}{4},\qquad \cot A=\frac{4}{3},$

$\sec A=\frac{5}{4},\qquad \operatorname{cosec} A=\frac{5}{3}.$

*(2) $\sin A=\frac{15}{17},\ \sin^2 A+\cos^2 A=1.$

$$\therefore\ \cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\sqrt{1-\left(\frac{15}{17}\right)^2}=\frac{8}{17}.$$

$$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{15}{17}\times\frac{17}{8}=\frac{15}{8}.$$

$$\cot A=\frac{1}{\tan A}=\frac{8}{15}.$$

$$\sec A=\frac{1}{\cos A}=\frac{17}{8}.$$

$$\operatorname{cosec} A=\frac{1}{\sin A}=\frac{17}{15}.$$

*(3) $\cot A=\frac{1}{\tan A}.$

$$\sec A=\sqrt{1+\tan^2 A}.$$

$$\cos A=\frac{1}{\sec A}=\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 A}}.$$

$$\sin A=\tan A\cos A=\frac{\tan A}{\sqrt{1+\tan^2 A}}.$$

$$\operatorname{cosec} A=\frac{1}{\sin A}=\frac{\sqrt{1+\tan^2 A}}{\tan A}.$$

(4) $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2}=\frac{5}{13}.$

$$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{5}{13}\times\frac{13}{12}=\frac{5}{12}.$$

$$\cot A=\frac{1}{\tan A}=\frac{12}{5}.$$

$$\sec A=\frac{1}{\cos A}=\frac{13}{12}.$$

$$\operatorname{cosec} A=\frac{1}{\sin A}=\frac{13}{5}.$$

(5) 與 (3) 同樣, 得

$\cot A=2-\sqrt{3},\qquad \sec A=\sqrt{6}+\sqrt{2},$

$\cos A=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4},\qquad \sin A=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},$

$\operatorname{cosec} A=\sqrt{6}-\sqrt{2}.$

證法	問題

(1) 變複雜一邊之形等於他一邊之法.

例　試證明下式:

$\tan^2 A+\cot^2 A-(\sin^2 A\tan^2 A+\cos^2 A\cot^2 A)=1.$

(證)　左邊 $=\tan^2 A-\sin^2 A\tan^2 A+\cot^2 A$

$-\cos^2 A\cot^2 A$

$=\tan^2 A(1-\sin^2 A)+\cot^2 A(1-\cos^2 A)$

$=\tan^2 A\cos^2 A+\cot^2 A\sin^2 A$

$=\dfrac{\sin^2 A}{\cos^2 A}\cos^2 A+\dfrac{\cos^2 A}{\sin^2 A}\sin^2 A$

$=\sin^2 A+\cos^2 A$

$=1.$

試證明次之恆等式:

(1) $\dfrac{1+\sin\theta-\cos\theta}{1+\sin\theta+\cos\theta}+\dfrac{1+\sin\theta+\cos\theta}{1+\sin\theta-\cos\theta}=2\operatorname{cosec}\theta.$

*(2) $\left(\dfrac{1+\sin x}{1+\cos x}\right)\left(\dfrac{1+\sec x}{1+\operatorname{cosec} x}\right)=\tan x.$

*(3) $\cot^2 A-\cos^2 A=\cos^2 A\cot^2 A.$

(4) $(p\cos A+q\sin A)^2+(q\cos A-p\sin A)^2$

$=p^2+q^2.$

(5) $2(\sin^6 A+\cos^6 A)-3(\sin^4 A+\cos^4 A)+1=0.$

(6) $\operatorname{cosec}\alpha\sec^2\alpha+\sin\alpha\tan^2\alpha-2\tan\alpha\sec\alpha$

$=\operatorname{cosec}\alpha-\sin\alpha.$

(平面三角法6) 三角恆等式證明之問題解答(其一)

(1) 左邊 $=\dfrac{(1+\sin\theta-\cos\theta)^2+(1+\sin\theta+\cos\theta)^2}{(1+\sin\theta)^2-\cos^2\theta}$

$=\dfrac{2\{(1+\sin\theta)^2+\cos^2\theta\}}{1+2\sin\theta+\sin^2\theta-\cos^2\theta}$

$=\dfrac{2(2+2\sin\theta)}{2\sin\theta+2\sin^2\theta}=\dfrac{2}{\sin\theta}=2\operatorname{cosec}\theta.$

*(2) 左邊 $=\left(\dfrac{1+\sin x}{1+\cos x}\right)\left(\dfrac{1+\dfrac{1}{\cos x}}{1+\dfrac{1}{\sin x}}\right)$

$=\left(\dfrac{1+\sin x}{1+\cos x}\right)\left(\dfrac{1+\cos x}{1+\sin x}\right)\left(\dfrac{\sin x}{\cos x}\right)=\tan x.$

*(3) 左邊 $=\dfrac{\cos^2A}{\sin^2A}-\cos^2A=\dfrac{\cos^2A-\sin^2A\cos^2A}{\sin^2A}$

$=\dfrac{\cos^2A(1-\sin^2A)}{\sin^2A}=\dfrac{\cos^2A\cos^2A}{\sin^2A}$

$=\cos^2A\cot^2A.$

(4) 左邊 $=p^2\cos^2A+q^2\sin^2A+q^2\cos^2A+p^2\sin^2A$

$=p^2(\cos^2A+\sin^2A)+q^2(\sin^2A+\cos^2A)$

$=p^2+q^2.$

(5) 左邊 $=2(\sin^2A+\cos^2A)(\sin^4A-\sin^2A\cos^2A$

$+\cos^4A)-3(\sin^4A+\cos^4A)+1$

$=2\{(\sin^2A+\cos^2A)^2-3\sin^2A\cos^2A\}$

$-3\{(\sin^2A+\cos^2A)^2-2\sin^2A\cos^2A\}+1$

$=2(1-3\sin^2A\cos^2A)$

$-3(1-2\sin^2A\cos^2A)+1$

$=2-6\sin^2A\cos^2A-3+6\sin^2A\cos^2A+1$

$=3-3=0.$

(6) 左邊 $=\dfrac{1}{\sin a\cos^2a}+\dfrac{\sin a\sin^2a}{\cos^2a}-\dfrac{2\sin a}{\cos^2a}$

$=\dfrac{1-2\sin^2a+\sin^4a}{\sin a\cos^2a}=\dfrac{(1-\sin^2a)^2}{\sin a\cos^2a}$

$=\dfrac{\cos^4a}{\sin a\cos^2a}=\dfrac{\cos^2a}{\sin a}=\dfrac{1-\sin^2a}{\sin a}$

$=\dfrac{1}{\sin a}-\sin a=\operatorname{cosec}a-\sin a.$

證　法	問　題
(2) 分別變化兩邊之形而比較其結果之法.	試證明次之各等式:

(2) 分別變化兩邊之形而比較其結果之法.

例　$\sin^4 A+\cos^4 A=1-2\sin^2 A\cos^2 A$, 試證之.

(證) $\sin^4 A+\cos^4 A=\sin^4 A+(\cos^2 A)^2$

$=\sin^4 A+(1-\sin^2 A)^2$

$=\sin^4 A+1-2\sin^2 A+\sin^4 A$

$=1-2\sin^2 A+2\sin^4 A.$

$1-2\sin^2 A\cos^2 A=1-2\sin^2 A(1-\sin^2 A)$

$=1-2\sin^2 A+2\sin^4 A.$

故原式之兩邊相等.

試證明次之各等式:

*(1) $\sec A-\cos A=\sin A\tan A.$

(2) $(2-\cos^2 A)(1+2\cot^2 A)$
$=(2+\cot^2 A)(2-\sin^2 A).$

(3) $(\sin A+\cos A)(\tan A+\cot A)$
$=\sec A+\operatorname{cosec} A$

(4) $(1+\sin A+\cos A)^2=2(1+\sin A)(1+\cos A).$

(5) $(2-\cos^2 A)(1+2\cot^2 A)$
$=(2+\cot^2 A)(2-\sin^2 A).$

(平面三角法8) 三角恆等式證明之問題解答(其二)

*(1) 左邊$=\dfrac{1}{\cos A}-\cos A=\dfrac{1-\cos^2 A}{\cos A}$

$=\dfrac{\sin^2 A}{\cos A}.$

右邊$=\sin A\left(\dfrac{\sin A}{\cos A}\right)=\dfrac{\sin^2 A}{\cos A}.$

故原式之兩邊相等.

(2) 左邊$=(2-\cos^2 A)(1+2\cot^2 A)$

$=(2-\cos^2 A)\left(1+\dfrac{2\cos^2 A}{\sin^2 A}\right)$

$=(1+\sin^2 A)\dfrac{\sin^2 A+2\cos^2 A}{\sin^2 A}$

$=\dfrac{(1+\sin^2 A)(1+\cos^2 A)}{\sin^2 A}.$

右邊$=\left(2+\dfrac{\cos^2 A}{\sin^2 A}\right)(1+\cos^2 A)$

$=\dfrac{2\sin^2 A+\cos^2 A}{\sin^2 A}(1+\cos^2 A)$

$=\dfrac{(1+\sin^2 A)(1+\cos^2 A)}{\sin^2 A}.$

故原式之左右相等.

(3) 左邊$=(\sin A+\cos A)\left(\dfrac{\sin A}{\cos A}+\dfrac{\cos A}{\sin A}\right)$

$=(\sin A+\cos A)\dfrac{\sin^2 A+\cos^2 A}{\sin A\cos A}=\dfrac{\sin A+\cos A}{\sin A\cos A}.$

右邊$=\dfrac{1}{\cos A}+\dfrac{1}{\sin A}=\dfrac{\sin A+\cos A}{\sin A\cos A}.$

∴ 左邊=右邊.

(4) 左邊$=1+\sin^2 A+\cos^2 A+2\sin A+2\cos A+2\sin A\cos A$

$=1+1+2\sin A+2\cos A+2\sin A\cos A$

$=2(1+\sin A+\cos A+\sin A\cos A).$

右邊$=2(1+\sin A+\cos A+\sin A\cos A).$

∴ 左邊=右邊.

(5) 左邊$=(2-\cos^2 A)(1+2\cot^2 A)$

$=(1+\sin^2 A)(2\operatorname{cosec}^2 A-1)=(1+\sin^2 A)\left(\dfrac{2}{\sin^2 A}-1\right)$

$=\dfrac{2}{\sin^2 A}+2-1-\sin^2 A=\dfrac{2}{\sin^2 A}+\cos^2 A.$

右邊$=(2+\cot^2 A)(2-\sin^2 A)=(1+\operatorname{cosec}^2 A)(1+\cos^2 A)$

$=1+\dfrac{1}{\sin^2 A}+\cos^2 A+\dfrac{\cos^2 A}{\sin^2 A}=\dfrac{2}{\sin^2 A}+\cos^2 A.$

∴ 左邊=右邊.

證　　法	問　　題

證法

(3) 變公式之形作一新式,又變新式之形作一既知之恆等式之法.

例 1. $1+\sec^4 A-\tan^4 A=2\sec^2 A$, 試證之.

(證) 公式 $1+\tan^2 A=\sec^2 A$.

$\therefore\quad 1-\sec^2 A=-\tan^2 A$.

$\therefore\quad 1-2\sec^2 A+\sec^4 A=\tan^4 A$.

$\therefore\quad 1+\sec^4 A-\tan^4 A=2\sec^2 A$.

例 2. $\operatorname{cosec} A-\cot A=\dfrac{1}{\operatorname{cosec} A+\cot A}$, 試證之.

(證) 欲證此恆等式,但證次式可也:

$(\operatorname{cosec} A-\cot A)(\operatorname{cosec} A+\cot A)=1$.

$\operatorname{cosec}^2 A-\cot^2 A=1$.

$\operatorname{cosec}^2 A=1+\cot^2 A$.

然此爲公式,故原式之兩邊相等.

問題

試證次之恆等式:

(1) $\operatorname{cosec}^4 A+\cot^4 A$
$=1+2\operatorname{cosec}^2 A\cot^2 A$.

(2) $\tan^2 x\sin^2 x=\tan^2 x-\sin^2 x$.

(3) $\dfrac{\tan^2 A-\cot^2 A}{\sec A+\operatorname{cosec} A}=\sec A-\operatorname{cosec} A$.

(4) $\dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}=(\tan\theta+\sec\theta)^2$.

三角恆等式證明之問題解答(其三)

(1) $\operatorname{cosec}^4 A+\cot^4 A=1+2\operatorname{cosec}^2 A\cot^2 A.$

欲證上式,但證次式可也:

$$\operatorname{cosec}^4 A+\cot^4 A-2\operatorname{cosec}^2 A\cot^2 A=1.$$

$$(\operatorname{cosec}^2 A-\cot^2 A)^2=1.$$

$$(1+\cot^2 A-\cot^2 A)^2=1.$$

$$1=1.$$

此足證原式之左右相等.

(2) $\tan^2 x\sin^2 x=\tan^2 x-\sin^2 x.$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\sin^2 x=\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}-\sin^2 x.$$

$$\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}=\frac{\sin^2 x-\sin^2 x\cos^2 x}{\cos^2 x}.$$

$$\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}=\frac{\sin^2 x(1-\cos^2 x)}{\cos^2 x}.$$

$$\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}=\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}.$$

∴ 原式成立.

(3) 將原式變形爲

$$\tan^2 A-\cot^2 A=\sec^2 A-\operatorname{cosec}^2 A.$$

$$(1+\tan^2 A)-(1+\cot^2 A)=\sec^2 A-\operatorname{cosec}^2 A.$$

$$\sec^2 A-\operatorname{cosec}^2 A=\sec^2 A-\operatorname{cosec}^2 A.$$

此足證明原式之左右相等.

(4) $\dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}=(\tan\theta+\sec\theta)^2.$

變其形爲

$$\frac{(1+\sin\theta)^2}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)}=(\tan\theta+\sec\theta)^2.$$

$$\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}=(\tan\theta+\sec\theta)^2.$$

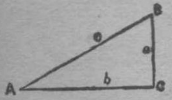
$$\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}=(\tan\theta+\sec\theta)^2.$$

$$\left(\frac{1}{\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2=(\sec\theta+\tan\theta)^2.$$

$$(\sec\theta+\tan\theta)^2=(\sec\theta+\tan\theta)^2.$$

∴ 原式成立.

餘角之公式



命 $C=90^\circ$，則

$B=90^\circ-A$,

$\sin B=\dfrac{b}{c}$.

$\therefore\ \sin(90^\circ-A)=\dfrac{b}{c}$.

又 $\cos A=\dfrac{b}{c}$.

$\therefore\ \sin(90^\circ-A)=\cos A$.

又 $\cos(90^\circ-A)=\sin A$.

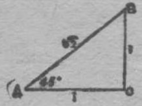
$\tan(90^\circ-A)=\cot A$.

$\cot(90^\circ-A)=\tan A$.

$\sec(90^\circ-A)=\operatorname{cosec} A$.

$\operatorname{cosec}(90^\circ-A)=\sec A$.

45° 之三角函數



$\left.\begin{aligned}C&=90^\circ\\ A&=45^\circ\end{aligned}\right\}$

設 $AC=1$，則

$AB=\sqrt{2}$.

$\sin 45^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

$\cos 45^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

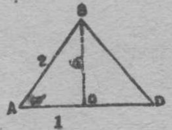
$\tan 45^\circ=1$.

$\cot 45^\circ=1$.

$\sec 45^\circ=\sqrt{2}$.

$\operatorname{cosec} 45^\circ=\sqrt{2}$.

60°, 30° 之三角函數



$\triangle ABD$ 爲正三角形，

令 $AC=CD=1$，則

$AB=2,\ BC=\sqrt{3}$.

$\angle BAC=60^\circ,\ \angle ABC=30^\circ$.

$\therefore\ \sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\cos 30^\circ$.

$\cos 60^\circ=\frac{1}{2}=\sin 30^\circ$.

$\tan 60^\circ=\sqrt{3}=\cot 30^\circ$.

$\cot 60^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\tan 30^\circ$.

$\sec 60^\circ=2=\operatorname{cosec} 30^\circ$.

$\operatorname{cosec} 60^\circ=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\sec 30^\circ$.

問　題

(1) 試求次式之值：

$(\sin 30^\circ+\sin 45^\circ)$
$\times(\tan 60^\circ+\cot 30^\circ)$
$-4\sec 45^\circ(\operatorname{cosec} 60^\circ$
$-\sec 30^\circ)$.

(2) 試求次式之值：

$\sin^2(A+45^\circ)\ \sin^2(45^\circ-A)$.

(3) 試證下式：

$\cot 60^\circ(1+\cos 30^\circ+\sin 30^\circ)$
$=\cos 60^\circ+\sin 60^\circ$.

(4) 試化簡下式：

$\sin(90^\circ-A)\cot(90^\circ-A)$

(5) 試求下式中 x 之值：

$\sin 30^\circ=x\cot 60^\circ$.

 餘角及特别角之三角函數之問題解答

(1) $(\sin 30^\circ+\sin 45^\circ)(\tan 60^\circ+\cot 30^\circ)$

$-4\sec 45^\circ(\operatorname{cosec} 60^\circ-\sec 30^\circ)$

$=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(\sqrt{3}+\sqrt{3})-4\times\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

$=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\times 2\sqrt{3}-0$

$=\frac{(1+\sqrt{2})\times 2\sqrt{3}}{2}$

$=\sqrt{3}+\sqrt{6}.$

(2) $\sin^2(A+45^\circ)+\sin^2(45^\circ-A)$

$=\sin^2(A+45^\circ)+\cos^2\{90^\circ-(45^\circ-A)\}$

$=\sin^2(A+45^\circ)+\cos^2(45^\circ+A)$

$=\sin^2(A+45^\circ)+\cos^2(A+45^\circ)$

$=1.$

(3) $\cot 60^\circ(1+\cos 30^\circ+\sin 30^\circ)$

$=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}\right)$

$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos 60^\circ+\sin 60^\circ$

(4) $\sin(90^\circ-A)\cot(90^\circ-A)$

$=\cos A\tan A$

$=\cos A\frac{\sin A}{\cos A}$

$=\sin A.$

(5) $\sin 30^\circ=x\cot 60^\circ.$

$\frac{1}{2}=x\times\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore\quad x=\frac{\sqrt{3}}{2}.$