



大型动力系统的理论与应用 卷10

随机系统的变结构控制

刘永清 邓飞其 著

THEORY AND

APPLICATION

OF LARGE-SCALE

DYNAMIC SYSTEMS

华南理工大学出版社

大型动力系统的理论与应用 卷 10

随机系统的变结构控制

刘永清 邓飞其 著

华南理工大学出版社
• 广州 •

图书在版编目(CIP)数据

随机系统的变结构控制/刘永清,邓飞其著. —广州:华南理工大学出版社,1998. 12
(大型动力系统的理论与应用:10)
ISBN 7-5623-1356-3

- I. 随…
- II. ①刘… ②邓…
- III. 动力系统:随机系统-变结构控制
- IV. N94

华南理工大学出版社出版发行

(广州五山 邮编 510641)

责任编辑 罗月花

各地新华书店经销

广州新光明印刷厂印装

*

1998年12月第1版 1998年12月第1次印刷
开本:787×1092 1/16 印张:9.5 字数:232千
印数:1—500册
定价:35.00元

作者简介



刘永清 华南理工大学电子与信息工程学院教授、博士导师、系统工程研究所所长。1955年毕业于复旦大学数学系,1973~1976年间在广东化工学院化工自动化仪表专业学习,1978年后又学习了系统工程。先后在中国科学院数学研究所(1955~1962)、暨南大学(1962~1970)、华南师范大学(1970~1972)、广东化工学院(1973~1978)、华南理工大学(1978~现在)数学系与自动化系工作。1978年1月晋升为副教授,1983年5月晋升为教授。目前他是华南理工大学校务委员,学位委员,学报副主编,《控制理论与应用》、《控制与决策》、《微分方程》(英文)、《应用数学》等期刊编委,国家自然科学基金委员会自动化学科第六届(1996~1997)、第七届(1998~1999)评审组成员;广州

系统工程学会理事长,广东省系统工程学会副理事长,中国系统工程学会理事,系统理论专业委员会,教育与普及专业委员会,中国自动化学会智能自动化专业委员会,德国《数学文摘》(MA)、美国《数学评论》(MR)系统论、控制论领域的评论员,法国《AMSE 建模与仿真进展》、《建模与分析进展》、《建模仿真与控制》(A,B,C)、《AMSE 评论》等6个学术刊物编委,美国国际电子电气工程师学会(IEEE)及其控制系统学会(IEEE-CSS)会员,法国企业的建模仿真技术学会(AMSE)理事。

1984年至1997年间,获国家及省部委基金13项及横向应用开发项目9项资助。自1982年起招收硕士研究生共16届,47名已获硕士学位;1987年起招收博士研究生共14届,30人已获博士学位;接受博士后2名、访问学者18名。发表论文(包括与研究生等合作)500多篇,其中收入世界四大索引(SCI、EI、ISTP)120多篇。所做工作成果从《大型动力系统的理论与应用》(卷1至卷9)、四部英文大系统方面的专著等16部著作中给出总结,其中大系统专著被国家新闻出版署列为“九五”期间国家重点图书出版规划。1981年至1998年间,获省部委以上奖励18项。1984年10月被国家劳动人事部批准为首批国家级有突出贡献的中青年专家,1985年获广东省高校教书育人奖,1990年12月获国家科委、国家教委全国高校先进科技工作者称号。1991年起国家人事部批准享受政府特殊津贴。



邓飞其 华南理工大学电子与信息工程学院副教授。1983年毕业于湖南大学应用数学系,获理学学士学位,1997年6月毕业于华南理工大学自动控制理论与应用专业,获工学博士学位。1983年8月~1995年8月任教于东北重型机械学院,1993年晋升为副教授,现为华南理工大学系统工程研究所副所长、广东省系统工程学会和广州系统工程学会副秘书长、中国系统仿真学会控制系统仿真与计算机辅助设计专业委员会委员。近期主要研究随机系统、大系统、滞后系统控制理论和变结构控制,先后发表论文110多篇,其中多篇收入SCI、EI。

前 言

本书是《大型动力系统的理论与应用》卷 1 至卷 9 的续篇,被列入“九五”(1996~2000)期间国家重点图书“1200 工程”出版规划(参见国家新闻出版署新出图(1997)59 号文件)。本书的主要研究对象是 Itô 型随机系统,介绍了作者近期在随机系统变结构控制理论方面的研究成果。

我们知道,确定型系统模型是对实际系统的简化,其优点是模型相对简单,便于处理,因而给系统分析和设计带来方便。事实上,在任何实际系统的周围环境中都存在着随机因素。为了更准确地描述实际系统,设计更好的控制方案,在建立实际系统的模型时必须考虑随机因素,对系统建立随机模型。所以,随机系统模型对于工程问题具有重要的实际意义。随机系统控制理论就是控制理论中的一个重要组成部分。

众所周知,变结构控制是当前的热门研究课题,这一理论之所以引起各国学者的浓厚兴趣,是因为它有比其他控制技术更优越的品质。变结构控制的优越性表现在:(1)系统的分解;(2)滑动模的不变性;(3)广泛适应性,尤其在解决非线性系统的控制设计方面具有优势。这一理论起源于前苏联。由于对不连续系统的研究,特别是 Emelyanov 等人对继电器或 Bang-Bang 控制的研究,直接导致了这一技术的诞生,并逐步形成了一个独立的专门研究方向。但它并没有引起控制界的重视,其原因是:(1)对线性系统用非线性 VSC 法来设计没有吸引力;(2)VSC 的某种鲁棒性特点以及控制系统的鲁棒性没有成为热门问题;(3)VSC 发展成控制系统的一种具有普遍性的综合方法的可能性未显现出来。另外,由于切换电路的速度还不高,在工程中应用变结构控制时,滑动模运动出现严重的“抖动”现象,因此,变结构控制的成功应用较少,使这一技术未得到重视,发展不快。1974 年 Utkin 出版了专著《滑动模在变结构控制中的应用》,1977 年又发表了一篇综述,引起了西方学者对变结构控制的浓厚兴趣;至 80 年代,由于高速切换电路的出现,变结构控制在机器人、电机、电力、空间飞行器、导航、卫星姿态、化工过程、弧焊电源等工程问题中陆续得到成功的应用。因此,变结构控制近年来重新引起了世界各国学者的高度重视,得到快速发展,反过来又促进了理论研究的发展。从模型上讲,变结构控制方法已逐步推广到大系统、离散系统、分布参数系统、滞后系统以及随机系统等复杂系统。高为炳院士在一篇综述中指出:“关于分布参数系统、滞后系统、随机系统的变结构控制,还刚刚起

步,实质性的工作尚待努力。”从该文发表后几年间,在随机系统的变结构控制方面发表的论文极少,我们查到3篇,其中两篇在依概率稳定的意义下研究了离散时间随机系统的变结构控制,采用“边界层控制”,没有真正涉及到滑动模运动的可达性(存在性)这一根本性的问题(只有对连续时间随机系统,才能讨论这些根本问题),一篇在依概率稳定的意义下研究了一类(非 Itô 型)连续时间随机系统的变结构控制,也采用依概率稳定性,避免了变结构控制的可达性这一关键问题。还有一篇论文讨论了状态方程无随机噪声而观测具有噪声的系统的变结构控制。应该指出,依概率稳定性不适合于工程应用。事实上,由 Chebyshev 不等式可证:任意阶矩稳定性均蕴涵依概率稳定性,一个在一、二阶矩意义下不稳定的系统,可能是依概率稳定的,因此,已有文献的工作还不适合于工程应用,且都还未真正涉及变结构控制的实质问题。要真正研究随机系统的变结构控制,必须在矩稳定意义下讨论连续时间随机系统。我们通过研究发现:随机系统的变结构控制不能由确定型系统的变结构控制理论简单推广而成,变结构控制的关键问题均需重新研究。例如,由于随机噪声的出现,对随机系统,常用的等效控制法不能直接运用,因此,我们必须通过构造的方法来设计随机系统的变结构控制器;对于随机系统,滑动模的描述、滑动模的可达性的刻画均是需要重新研究的问题,更主要的是,滑动模的可达性难以研究,因为随机噪声的出现,滑动模运动方程仍含有开关函数,滑动模的稳定性研究也有较大的难度,等等。因而,随机系统的变结构控制需要从起点开始另行研究。正是由于随机变结构控制在理论上的重要性、难度和在工程实际中的重要意义,我们选择了随机系统的变结构控制这一新的研究课题,并在这方面作出了基础性的工作,对随机系统的变结构控制的关键问题给出了基本的结果,从而为这一理论的进一步发展提供了基础。本书的目的,就是介绍随机系统变结构控制这一新的研究课题,推进这一课题研究的进一步深入,并推进变结构控制技术在工程实际中的应用。

全书共分八章。第一章指出了研究随机系统稳定、镇定和变结构控制的意义,综述了随机系统稳定、镇定及变结构控制理论所取得的进展;第二章为准备知识,简单介绍了 Itô 型随机系统的基本概念和基本理论,介绍了 Itô 型随机系统的一种数值解法和仿真,线性 Itô 随机系统均方稳定性的充要条件及离散线性随机系统所定义的分布式随机过程均方收敛性的充要条件,线性 Itô 随机系统在二次性能指标下的最优控制解的存在唯一性条件与数值解法,为研究随机系统的稳定、镇定与控制理论提供了基础;第三章介绍连续时间 Itô 随机系统变结构控制的基本结果,对随机系统变结构控制中的关键问题,如变结构控制器的构造、滑动模的可达性、稳定性与鲁棒性等基本问题进行了探讨,给出了基本的结果;第四章介绍滞后 Itô 型随机系统的变结构控制,提出了变结构控制系统

的滞后数学模型,为分析变结构控制系统提供了基础,设计了滞后 Itô 随机系统的变结构控制器,分析了滑动模的可达性、稳定性等;第五章介绍非 Itô 型随机系统的变结构控制,首先介绍了在实用稳定意义下具有 Ornstein-Uhlenbeck 噪声的随机系统的变结构控制,然后介绍了非 Itô 型随机系统的基本概念和理论,讨论了非 Itô 型随机系统的变结构控制;第六章介绍随机大系统的变结构控制;第七章引进变结构控制系统的实用可达性概念,并在这一框架下重新设计随机系统的变结构控制器,去掉了次可达性所需的条件,从而使随机系统变结构控制理论适合于工程实际;第八章介绍随机系统变结构控制理论的应用:连续搅拌反应器和飞机的变结构控制,用数值仿真方法演示了随机系统变结构控制用于实际问题的前景。

本书的研究项目得到了广东省自然科学基金(批准号:970497)和国家自然科学基金(批准号:69104001,69574008,69874015)的资助,本专著的出版得到了国家科学技术学术专著出版基金的资助,在此特致谢意。

刘永清 邓飞其

1998年6月12日

目 录

第一章 绪论	1
§ 1.1 随机系统的控制研究概述	1
§ 1.2 变结构控制研究综述	5
参考文献	8
第二章 准备知识	14
§ 2.1 Ito 型随机系统的基本概念	14
§ 2.2 Ito 型随机系统解的基本理论	16
§ 2.3 Ito 型随机系统的仿真	20
§ 2.4 Ito 型滞后随机系统的仿真	25
§ 2.5 线性 Ito 随机系统均方稳定性的充要条件	31
§ 2.6 分布式线性迭代随机过程均方稳定性的充要条件	38
§ 2.7 线性 Ito 随机系统最优控制问题解的存在性	44
§ 2.8 本章小结	49
参考文献	49
第三章 线性 Ito 型随机系统的变结构控制	51
§ 3.1 Ito 型随机系统变结构控制基本结果	51
§ 3.2 一般线性 Ito 型随机系统的变结构控制	57
§ 3.3 本章小结	63
参考文献	65
第四章 滞后随机系统的变结构控制	66
§ 4.1 变结构控制系统的滞后模型	66
§ 4.2 滞后 $\hat{\text{Ito}}$ 型随机系统的变结构控制	72
§ 4.3 完全滞后随机系统的变结构控制	77
§ 4.4 本章小结	83
参考文献	84
第五章 非 Ito 型随机系统的变结构控制	85
§ 5.1 含有 Ornstein-Uhlenbeck 有色噪声的随机系统在实用稳定意义下的 变结构控制	85
§ 5.2 非 Ito 型随机系统的基本概念和理论	90
§ 5.3 具有随机干扰的非 $\hat{\text{Ito}}$ 型随机系统的变结构控制	92
§ 5.4 具有随机参数扰动的非 $\hat{\text{Ito}}$ 型随机系统的变结构控制	98
§ 5.5 本章小结	105
参考文献	105

第六章 随机大系统的变结构控制 106

§ 6.1 引言 106

§ 6.2 系统描述与定义 106

§ 6.3 随机大系统的变结构控制器构造 107

§ 6.4 滑动模运动的可达性 108

§ 6.5 滑动模运动的稳定性 109

§ 6.6 数值例子 110

§ 6.7 本章小结 112

参考文献..... 112

第七章 随机系统在实用可达意义下的滑动模控制 114

§ 7.1 滑动模控制系统的实用可达性 114

§ 7.2 Ito 型随机系统在实用可达性意义下的滑动模控制..... 121

§ 7.3 关于随机系统滑动模控制可达性的条件 126

§ 7.4 本章小结 126

参考文献..... 127

第八章 随机系统变结构控制的应用 128

§ 8.1 随机干扰下连续搅拌反应的变结构控制 128

§ 8.2 飞机的随机变结构控制 134

§ 8.3 本章小结 137

参考文献..... 137

第一章 绪 论

我们知道,确定性模型是对实际系统的简化,其优点是模型相对简单,便于处理,因而给系统分析和设计带来方便.事实上,在任何实际系统的周围环境中都存在着随机因素.例如,通讯设备中的噪声、系统输入、输出量测中存在的随机误差、系统参数的不确定性等是实际系统中的典型随机因素.为了更准确地描述实际系统,设计更好的控制方案,在建立实际系统的模型时必须考虑随机因素,对系统建立随机模型.所以,随机系统控制理论具有重要的理论和实际意义,将变结构控制这一新的控制技术拓展到随机控制领域,无疑有着重要的理论和实际意义.那么,随机控制和变结构控制的发展状况如何?本章结合作者的研究方向对随机控制和变结构控制的发展状况作简要的综述.

§ 1.1 随机系统的控制研究概述

1.1.1 随机系统研究对工程实际问题的重要性

如上所述,在任何实际系统的周围环境中都存在着随机因素,为了更准确地描述实际系统,设计更好的控制方案,在建立实际系统的模型时必须考虑随机因素,对系统建立随机模型.所以,随机系统控制理论具有重要的理论和实际意义.事实上,自从 N Wiener^[1]创立随机控制论以来,随机控制理论已取得很大进展,并已广泛地应用于航空、航天、工业控制、社会、经济、生物技术等领域^[2,3].在某些工程问题中,例如,对于通讯、环境污染等问题中的某些问题,必须采用随机模型^[4].所以,随机系统模型对于工程问题具有重要的实际意义.

众所周知,随机系统模型在通讯、电力系统和电气工程领域应用得非常广泛.今天,随着科学技术的进步,随机系统模型已用于自然科学、工程、社会、经济领域的许多问题中.文献[5]将 Einstein 场方程推广到了随机微分方程;文献[6]建立了经济系统的随机系统模型,并且证明了无控制的经济系统必然走向崩溃;文献[7]建立了人口生物学的随机模型.从这些例子已可看出随机系统模型在各个领域的广泛应用.

1.1.2 随机系统研究的理论意义

任何系统都处于不断地变化之中.在系统中,不但存在系统中诸因素之间的相互关联,而且存在系统与外界的信息交流、物质交流、能量交流,这些相互作用与交流都具有一定的随机性.因此,对许多系统来讲,不能简单地用确定型系统来取代,用所得的结果来解释实际系统的变化规律.事实上,随机系统的大量研究成果表明:随机系统不是确定型系统的简单推广,关于确定型系统的有关结果不能简单地推广到随机系统^[9].对于随机系统,必须要专

门加以研究. 研究表明, 随机系统有着许多不同于确定型系统的特性, 而且有许多问题需要研究, 因此, 关于随机系统的研究, 具有重要的理论意义.

1.1.3 Itô 型随机系统

随机系统模型的特点是刻画了系统中的随机因素——随机噪声. 系统中的随机噪声用随机过程描述. 随机过程可根据随机变量所服从的分布、随机过程的记忆特征、平稳性等进行分类. 一种典型的随机过程是高斯(Gauss)白噪声. 高斯白噪声是一种零均值的平稳随机过程, 适合于描述工程中随机因素的刻画, 所以, 许多随机系统模型都是具有高斯白噪声的随机系统. 而具有高斯白噪声的随机系统可分为 Itô 型随机系统和非 Itô 型随机系统. 非 Itô 型随机系统用样本微积分定义, 与确定型系统的刻画一致; 而 Itô 型随机系统用 Itô 微积分定义. 研究表明: 经典 Riemann 微积分的许多性质不能平推到 Itô 微积分^[10], 所以, Itô 微积分是与 Riemann 微积分、样本微积分不同的数学工具. Itô 微积分更好地刻画了工程中大量随机过程的变化特征. 因此, Itô 型随机系统的研究具有重要的理论价值和实际意义.

早期的文献所研究的 Itô 型随机系统是由常微分方程所描述的系统, 近期的文献提出了由泛函微分方程描述的 Itô 型随机系统^[2-11]和分布参数 Itô 随机系统^[12].

由常微分方程描述的 Itô 型随机系统形如

$$dx(t) = f(t, x(t), u(t))dt + \sigma(t, x(t), u(t))dW(t) \quad (1.1.1)$$

其中, $W(t) = [W_1(t), W_2(t), \dots, W_m(t)]^T (t \geq 0)$ 为 Wiener 随机过程或称为 Brownian 运动; d 为 Itô 随机微分算子或称 Itô 随机增量. 系统(1.1.1)等价于

$$x(t) = x(a) + \int_a^t f(s, x(s), u(s))ds + (I) \int_a^t \sigma(s, x(s), u(s))dW(s) \quad (1.1.2)$$

其中, $(I) \int_a^t \sigma(s, x(s), u(s))dW(s)$ 为 Itô 随机积分或称为 Itô-Doob 随机积分^[10-13~16], 定义为

$$(I) \int_a^t \sigma(s, x(s), u(s))dW(s) = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} \sigma(t_k, x(t_k), u(t_k)) [W(t_{k+1}) - W(t_k)] \quad (1.1.3)$$

其中, $a = t_0 < t_1 < \dots < t_n = t$ 是区间 $[a, t]$ 的一个分划.

Itô 随机微分的含义要用 Itô 积分来定义. 若

$$m(t) = m(a) + (I) \int_a^t \beta(s)dW(s) \quad (1.1.4)$$

则有 $dm(t) = \beta(t)dW(t)$.

Itô 随机微分不同于 Riemann 微分和样本微分. Itô 型随机系统的特点在于方程右端 $dW(t)$ 的出现, 它使得 $dx(t)$ 成为 $x(t)$ 的 Itô 随机微分. 因为 $W(t)$ 是随机过程, 所以(1.1.1)的解也是随机过程. 在比较弱的条件下, Itô 型随机系统的解过程具有马尔可夫(Markov)性^[13-14], 这使得 Itô 型随机系统的解具有许多良好的特征, 有关 Itô 型系统基础理论方面的研究也颇具成果. 正是因为 Itô 型随机系统的研究具有重要的实际意义和理论意义, 而且有许多问题有待研究, 所以, 我们选择了 Itô 型随机系统作为主要研究对象, 以研究 Itô 型随机系统的控制理论为目标, 所研究的问题是 Itô 型随机系统的稳定性和反馈镇定.

Itô 型随机系统模型已在工程、经济和社会领域应用得非常广泛. 例如, 金融市场上的投资具有较大的风险性, 其风险性表现在金融市场的随机变化, 所以, 一个比较好的投资模型就是 Itô 型随机系统模型^[17]

$$dX_t = (r(t) - c_t)dt + \sum_{i=1}^d (b_i(t) - r(t))\pi_i(t)dt + \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \pi_i(t)\sigma_{ij}(t)dW_j^{(t)} \quad (1.1.5)$$

事实上,在金融领域已广泛采用 Itô 随机系统模型. 在工程领域的许多问题中,有色噪声也常用含有白噪声的 Itô 型随机系统来描述,例如,在工业上应用广泛的直流调速系统的模型

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + B_1u + G_1w \\ \dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u + G_2w \\ w = H(t)w + W_1(t), W_1(t) = dW(t)/dt \end{cases} \quad (1.1.6)$$

其中, $W(t)$ 为 Wiener 过程. 在 (1.1.6) 中,有色噪声 w 就是用白噪声来描述的. 本书将要研究的 Ornstein-Uhlenbeck 过程就是用 Itô 型随机系统定义的有色噪声过程. 另外,许多有色噪声系统可以转化为含有白噪声的系统^[2,18]. 正因为 Itô 型随机系统已广泛应用于工程、经济和社会的许多问题,所以有必要研究 Itô 型随机系统的理论,为工程实践提供服务.

1.1.4 Itô 型随机系统研究的发展概况

Itô 型随机系统的控制理论依赖于 Itô 型随机微分方程理论. 关于 Itô 型随机常微分方程,早在五六十年代就有研究,到目前已有成熟的理论,关于随机常微分方程解的基本理论,稳定性理论可在[13~14,19~22]等文献中查到;关于分布参数 Itô 型随机系统理论,有一定的研究成果,尚未有专著,但已有较多的文献,如文献[7,12,23~24]等. 目前的研究主要限于半线性(semi-linear)系统,即形如

$$dx + A(t)xdt = f(t, x(t))dt + \sigma(t, x(t))dW(t) \quad (1.1.7)$$

的系统. 对 $A=0$ 的情形还缺乏研究. 我们在文献[25]中对 $A=0$ 的情形证明了分布参数系统解的存在性. 作为研究的基础,我们还对 Itô 型随机系统和滞后 Itô 型随机系统建立了迭代算法和数值仿真方法^[26];关于随机泛函微分方程理论,已有一定的工作,基本理论方面,已有专著[11],作者近年对比较具体的滞后 Itô 随机系统及某些其他类型的随机系统的稳定性与反馈镇定做了较多的工作,有论文[2,27~36]等.

关于随机系统稳定性的研究,文献中主要研究非 Itô 型系统,如专著[20];关于 Itô 型系统的研究相对要晚一些,结果少一些,主要的文献有[13~14];关于非 Itô 型随机系统的稳定性,主要采用依概率稳定性;对于 Itô 型随机系统,主要采用矩稳定性,但有些文献采用依概率稳定性. 用 Chebyshev 不等式可证:任意阶矩稳定性均蕴涵依概率稳定性,一些依概率稳定的系统,在一阶矩、二阶矩意义下根本就不稳定^[10],因此,对于工程实际,依概率稳定性的结果是不实用的,这是我们在均方稳定意义下研究随机系统稳定、镇定和变结构控制的理由.

关于随机系统控制问题的研究,较早期的文献主要研究离散型的随机系统、回归模型和高阶方程描述的系统等. 众所周知,这方面已有丰富的成果,而且目前仍是活跃的研究课题. 从现代控制论创立以来,形如

$$\dot{Y} = AY + BU + w \quad (1.1.8)$$

的非 Itô 型随机系统得到充分地研究,关于 Itô 型随机系统控制问题的研究,主要是近期的一些工作,并在某些方面已取得了丰富的成果,例如,文献[12,37~50]在 Itô 型随机系统的最优控制方面取得了很大的进展;而关于 Itô 型随机系统的镇定和分散镇定的具体结果还

较少,主要有 L Socha, J L Willems 等人的工作^[42~50]. 但是,关于 Itô 型随机系统的稳定性和镇定,还有很多基本问题有待研究,例如:

(1) 稳定性:线性 Itô 随机系统是 Itô 型随机系统的简单、基本模型,线性 Itô 随机系统的稳定性结果是研究 Itô 型随机系统稳定性的基础,但是,关于线性 Itô 随机系统的均方稳定性,尚未给出充要条件,从而这方面的结果还不完整. 在 L Socha, J L Willems 的论文^[49]中,关于线性 Itô 随机子系统的均方渐近稳定性只有假设,没有给出具体的条件;在 G S Ladde, D D Siljk 的论文^[51]中,关于与线性 Itô 随机系统均方渐近稳定性有关的矩阵方程正定解的存在性也存在错误. J L Willems, L Socha 在近期的一篇综述^[50]第九章 § 3.1 中指出:一个有趣的问题是

$$A^T P + PA + \sum_{j=1}^M k_j C_j^T P C_j = -Q \quad (1.1.9)$$

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + \sum_{j=1}^M k_j C_j^T P C_j = -Q \quad (1.1.10)$$

是否存在正定解. 并作为这个问题的结果,指出^[57]已得出如下结论:

如果对右端某负定矩阵, (1.1.9) 有正定解, 则对右端所有负定矩阵, (1.1.9) 均有正定解;

如果对某些正定加权矩阵 Q, R , (1.1.10) 有正定解, 则对所有正定矩阵 Q, R , (1.1.10) 均有正定解.

可见, Lyapunov- Itô 型矩阵方程正定解的存在性问题没有得到解决. 因为线性系统是最基本的系统, 所以有必要对线性 Itô 随机系统的均方稳定性进行深入研究, 给出均方稳定性的充要条件. 作者在文献^[52~56]中得到了线性 Itô 随机系统的均方稳定性的充要条件, 从而使得这一问题有了清楚的答案.

(2) 控制问题: 时不变线性 Itô 随机系统的最优镇定问题是 Itô 型随机系统镇定控制设计的基础, 这一问题没有得到解决, Itô 型随机系统的镇定控制器的设计就受到很大的局限. 然而, 关于这一问题, 目前尚未取得完整的结果. 文献中已将时不变线性 Itô 随机系统在二次性能指标下的最优控制问题归结为 Riccati- Itô 型矩阵方程正定解的存在性问题. Riccati- Itô 型矩阵方程是与 Riccati 代数矩阵方程类似的矩阵方程, 比 Riccati 矩阵方程多一项, 因而比 Riccati 方程复杂. 这种方程可能不存在正定解, 因而其正定解的存在性是有条件的. 然而, 关于 Riccati- Itô 型矩阵方程正定解的存在性问题, 尚未有清楚的认识, 没有给出充要条件, 甚至有的文献认为 Riccati- Itô 型矩阵方程的正定解是当然存在的. 上面已引述了 J L Willems, L Socha 在最近的一个报告中指出的进展. 因此, 有必要对线性 Itô 随机系统的最优控制给出具体的、完整的结果, 也就是给出 Riccati- Itô 型矩阵方程正定解的存在性条件. 我们在文献^[57]中得到了这一问题的答案, 从而使 Itô 型随机系统的控制设计有了牢固的基础.

另外, 关于随机系统、滞后随机系统、随机大系统的稳定性与镇定综合均有许多问题有待研究, 作者近年来在这些方面进行了进一步研究, 取得了一些新的进展^[59~82]. 近年来, 我们开展随机系统变结构控制的研究, 得到了基本的研究结果, 形成了本书内容的基础.

§ 1.2 变结构控制研究综述

1.2.1 变结构控制简述

所谓变结构系统(VSS)就是当系统的状态满足一定条件时,系统的结构发生变化的系统.一种典型的变结构控制系统(VSC)是

$$x = f(x, u), u = \begin{cases} u^+(x), & \text{当 } S(x) > 0 \\ u^-(x), & \text{当 } S(x) < 0 \end{cases} \quad (1.2.1)$$

其中, $x \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态变量; $u \in \mathbf{R}^m$ 为系统的控制变量; $S(x)$ 为开关函数; $S(x) = 0$ 称为开关流形或切换流形,应具有较好的光滑性.对上述系统,当系统的状态由区域

$$S^+ = \{x \in \mathbf{R}^n, S(x) > 0\}$$

进入另一区域

$$S^- = \{x \in \mathbf{R}^n, S(x) < 0\}$$

时,系统的结构从

$$x = f(x, u^+) \quad (1.2.2)$$

变为

$$x = f(x, u^-) \quad (1.2.3)$$

反之亦然.显然,系统在开关流形

$$S = \{x \in \mathbf{R}^n, S(x) = 0\} \quad (1.2.4)$$

附近的运动是不连续的,因而 VSC 亦可称为不连续控制.

VSC 的一个最大的特点是“滑动模运动”或称“滑动模态”.所谓“滑动模运动”是指系统的状态限制在系统状态空间的某一子流形 S 上的低维运动. VSC 的任务就是要设计一种控制律,使系统从任何位置出发的运动在有限时间内实现滑动模运动,并保证滑动模运动是稳定的,从而整个 VSC 控制系统具有全局稳定性.所以, VSC 的主要设计步骤为:

1° 选取切换函数,以保证滑动模运动的稳定性(滑动模的稳定性),并使滑动模运动具有良好的动态品质;

2° 确定 VSC 控制律,以保证系统从任何初始状态出发的运动在有限时间内达到滑动模态,并继续保持滑动模运动(滑动模的存在性).

1.2.2 变结构控制的本质

变结构控制系统的运动与系统在区域 S^+ 与 S^- 中的运动有着本质的区别.

例 1.2.1 考察系统^[85]

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = f(x, u) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 u + \xi x_2 \end{bmatrix}, \xi = \text{const} > 0 \\ u = \begin{cases} u^+ = +\alpha, & \text{当 } x_1 s > 0 \\ u^- = -\alpha, & \text{当 } x_1 s < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (1.2.5)$$

其中

$$s = cx_1 + x_2, c = -\xi/2 - \sqrt{\xi^2/4 + \alpha}, \alpha > 0$$

系统 $x = f(x, u^+)$, $x = f(x, u^-)$, $x = f(x, u)$ 的相图如图 1.2.1~图 1.2.3.

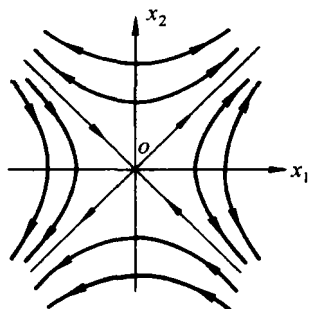


图 1.2.1

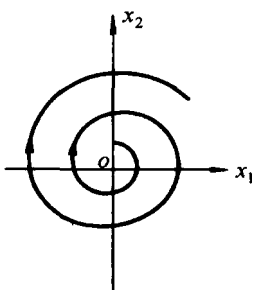


图 1.2.2

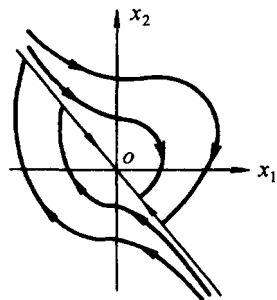


图 1.2.3

图 1.2.1~图 1.2.3 表明:前两个系统的运动都是不稳定的,但将二者结合起来的运动 $x = f(x, u)$ 却是稳定的.

变结构控制系统之所以表现出这种特殊的性质,是由于它能够将各个子系统的较“好”的运动有机地结合起来,而避免各个子系统的“不好”的运动.这就是变结构控制思想的本质.

1.2.3 变结构控制的优越性

变结构控制是当前的热门研究课题,这一理论之所以引起各国学者的浓厚兴趣,是因为它有比其他控制技术更优越的品质.变结构控制的优越性表现在:

1° 系统的分解.变结构控制系统的运动分为两个阶段:趋近运动和滑动模运动.趋近运动是在变结构控制律作用下,系统在达到滑动模运动之前的运动.如果采用高为炳等人提出的趋近律来设计变结构控制系统,则趋近运动可用形如

$$\dot{S} = -\epsilon \operatorname{sgn} S - k(S) \quad (1.2.6)$$

的方程来描述.这是一种低维运动,便于设计.滑动模运动也是一种低维运动,也便于设计.这样的分解可将系统的设计进行分解,使系统具有良好的动态性能.

2° 鲁棒性.变结构控制系统的滑动模态对系统满足匹配条件的参数扰动与外部干扰具有不变性^[83~84],也称为完全鲁棒性.这种不变性使得变结构控制律的设计变得简单.

3° 广泛适应性.变结构控制方法不但适合于变结构控制器的设计,而且可用于其他问题的研究,如非线性状态观测器的设计等^[85~88].

1.2.4 变结构控制的发展概况

变结构控制的研究起源于前苏联.由于对不连续系统的研究,特别是对继电器或 Bang-Bang 控制的研究^[89~92],直接导致了变结构控制的诞生.如文献[93]所指出的,变结构控制理论经历了初级阶段、中级阶段到高级阶段的发展过程,按照时间,大致可分段如下.

1° 初级阶段^[94]: 1957~1962 年.研究的主要模型是二阶线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 + u \end{cases} \quad (1.2.7)$$

$$u = -\phi x_1, \phi = \begin{cases} \alpha, & x_1 s > 0 \\ \beta, & x_1 s < 0 \end{cases}, s = c_1 x_1 + x_2 \quad (1.2.8)$$

用误差信号 x_1 (或加上其导数 $\dot{x}_1$) 作为反馈. 反馈系统可以在两组值之间切换. 研究的方法是相平面分析法. 用系数的误差 x_1 及其导数 $\dot{x}_1$ 构成相平面坐标 $(x_1, \dot{x}_1)$. 正是针对这一简单的二阶模型, 建立了 VSC 的概念、性质及方法, 初步形成了一个独立的研究方向, 并出版了专著^[95, 96], 包括了当时的所有研究成果, 但它并没有引起控制界的重视, 其原因是^[98]:

- (a) 对线性系统用非线性 VSC 法来设计没有吸引力;
- (b) VSC 的某种鲁棒性特点以及控制系统的鲁棒性没有成为热门问题;
- (c) VSC 发展成控制系统的一种具有普遍性的综合方法的可能性未显现出来.

2° 中级阶段^[97]: 1962~1972 年. 主要研究单输入单输出(SISO)系统和高阶线性系统(包括定常和时变情形)

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx \quad (1.2.9)$$

此时仍采用误差及其各阶导数构成状态空间 $(x_1, \dot{x}_1, \dots, x_1^{(n-1)})$ 或称规范空间(Canonical Space). 控制量 u 是每个相坐标的一个线性组合, 其系数按切换逻辑进行切换. 对受外部干扰的系统, 还应加上系统的伺服机构 S. M. 的输出及其导数反馈, 其反馈系数也可以切换, 切换面选为状态空间中的某一超面. 这方面的工作主要在前苏联的两个研究所(控制问题研究所, 数学和力学研究所)进行.

3° 高级阶段: 1972~. 国内外学者不再局限于规范空间中进行研究, 而是把研究的内容扩展到了多输入多输出(MIMO)系统和非线性系统, 滞后系统, 分布参数系统, 等等. 切换曲面也从超平面扩展到切换泛函. 因为这方面内容较多, 已有许多文献作了较详细的综述^[93, 94], 在此不赘述.

从应用的角度来看, 在 80 年代以前, 由于切换电路的速度还不高, 在工程中应用变结构控制时, 滑动模运动出现严重的“抖动”现象, 因此, 变结构控制的成功应用较少, 使这一技术未得到重视, 发展不快. 至 80 年代, 由于高速切换电路的出现, 变结构控制在工程中陆续得到成功的应用^[98-100]. 因此, 近年来变结构控制重新引起了世界各国学者的高度重视, 得到快速发展, 反过来又促进了理论研究的发展. 从模型上讲, 变结构控制方法已逐步推广到大系统、离散系统、分布参数系统、滞后系统以及随机系统等复杂系统; 从方法上讲, 世界各国学者对滑动模的可达性、抖动现象等关键问题进行了集中研究, 引进了许多先进工具, 如微分几何等, 设计了多种类型的变结构控制律, 我国科学家高为炳院士等人提出的“趋近律”^[101]得到广泛的应用; 从设计目的上讲, 变结构方法不但应用于控制器的设计, 还应用于观测器的设计等^[98]. 另外, 在变结构控制中已融进了许多先进的方法与工具, 如神经网络等, 因而使变结构控制理论成为控制理论当前主流方向——智能控制的重要组成部分.

高为炳院士在文献[100]中指出: “关于分布参数系统、滞后系统、随机系统的变结构控制, 还刚刚起步, 实质性的工作尚待努力.” 从文献[100, 101]发表以来, 分布参数系统的变结构控制理论已得到发展, 已有专著出版^[102]; 关于滞后系统的变结构控制, 已有大量文献, 参见[93]中综述; 而随机系统的变结构控制还有待研究. 经检索, 在随机系统的变结构控制方面, 有文献[103~105]. 文献[103, 104]在依概率稳定的意义下研究了离散时间随机系统的变结构控制, 文献[105]在依概率稳定的意义下研究了一类(非 Ito 型)连续时间随机系统的