普通高等教育“十二五”规划教材

误差理论与数据处理

习题集与典型题解

秦岚 ◎ 编著

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育"十二五"规

误差理论与数据处理
习题集与典型题解

秦 岚 编著

机 械 工 业 出 版 社

《误差理论与数据处理习题集与典型题解》是在全国误差与不确定度研究会的建议下编写的。目的是为了帮助学习误差理论与数据处理课程的学生更好地理解和掌握课程教学的基本内容。本书主要包括了误差、精度与不确定度的基本概念及应用、误差的基本性质及其处理、误差的合成与分配、线性参数的最小二乘法估计、回归分析、动态测试数据处理基本方法、动态测量误差及其评定等部分的习题与典型题解。其中补充的习题部分选编了在工程实践中常见的一些案例。典型题解的题目主要来自合肥工业大学费业泰教授主编的《误差理论与数据处理》教材中的习题部分。

本书可作为高等学校相关专业学生学习误差理论与数据处理课程的辅助读本，也可作为工程技术人员了解和应用误差理论与数据处理的知识解决实际问题的一本参考书。

图书在版编目（CIP）数据

误差理论与数据处理习题集与典型题解/秦岚编著. —北京：机械工业出版社，2013.2
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-111-41652-4

Ⅰ.①误… Ⅱ.①秦… Ⅲ.①测量误差-误差理论-高等学校-习题集②测量-数据处理-高等学校-习题集 Ⅳ.①O241.1-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 037970 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）
策划编辑：贡克勤 责任编辑：贡克勤 卢若薇
版式设计：霍永明 责任校对：程俊巧
责任印制：张 楠
北京京丰印刷厂印刷
2013 年 4 月第 1 版·第 1 次印刷
140mm×203mm·5.75 印张·150 千字
标准书号：ISBN 978-7-111-41652-4
定价：18.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心：(010)88361066	教材网：http://www.cmpedu.com
销售一部：(010)68326294	机工官网：http://www.cmpbook.com
销售二部：(010)88379649	机工官博：http://weibo.com/cmp1952
读者购书热线：(010)88379203	**封面无防伪标均为盗版**

前　言

“误差理论与数据处理”课程是高等学校仪器仪表大类等相关专业的一门重要的专业基础课程，主要介绍几何量、机械量以及其他一些物理量的静态/动态测量的误差与数据处理的理论与方法，包括：误差的基本概念与描述，误差的基本性质及其处理，误差的合成与分配，线性参数的最小二乘法估计，回归分析，动态测试数据处理基本方法，动态测量误差及其评定，不确定度原理及应用等。

为了帮助学生更好地理解课程内容，在全国误差与不确定度研究会的建议下，尤其在研究会理事长、合肥工业大学费业泰先生的大力支持下，编写了这本《误差理论与数据处理习题集与典型题解》。其中，习题集部分提供了一些补充习题供同学们在学习时使用，典型题解部分以合肥工业大学费业泰先生主编的《误差理论与数据处理》教材中的习题为对象，提供参考解答，可以作为学生学习该课程的辅助读本，同时也可供教师在教授该课程的过程中参考。

本书由重庆大学秦岚编著。在编写过程中，采纳了国内一些学者提供的练习题目。西南交通大学机械工程学院王雪梅提供了第七章相关解答参考材料。重庆大学的薛联、刘京诚、刘俊、李伟红、杜科、吕云日、段莹、秦华锋等参与了本辅助读本部分章节的验算与审核等工作，在此特别说明并致谢。

感谢合肥工业大学费业泰教授对本辅助读本的关心、支持和帮助；感谢全国误差与不确定度研究会的各位专家教授对本辅助读本的支持和帮助。

由于时间仓促和编者的水平，难免存在错误与疏漏，敬请使用者指正。

编　者

目　录

第一章　绪　　论

本章主要内容

1. 概述

1）研究误差的重要意义。

2）误差理论的基本任务。

3）误差理论的实际应用。

2. 误差

1）误差的定义。

2）误差的来源。

3）误差的表示方法。

4）误差的分类。

3. 精度

1）一般含义。

2）精度的具体含义。

3）精度的其他含义。

4. 误差与测量结果的表达

1）误差数据的表达。

2）测量结果的表达。

3）数据运算规则。

5. 灵敏度和鉴别误差

1）灵敏度。

2）鉴别误差和鉴别阈。

3）分辨力和精密度、准确度的关系。

习　　题

1.1　什么叫测量误差？什么叫修正值？含有误差的某一测量值经过修正后，能否得到真值？

1.2　误差的绝对值与绝对误差是否相同？

1.3　什么叫系统误差？什么叫随机误差？试比较它们的异同点。

1.4　如何根据系统误差与随机误差的转化特性来减小实验结果的误差？举例说明之。

1.5　测量得到某三角块的三角之和为 $180°00'02''$，求该三角之和的误差。

1.6　用两方法来测量 $l_1 = 50\text{mm}$，$l_2 = 80\text{mm}$，分别测得 50.004mm 和 80.006mm，试比较两种方法测量精度的高低。

1.7　用量角器量得某角度样板的面角为 $35°18'25'' \pm 10''$，求相对误差。

1.8　在测量某一长度时，读数值为 5.13m，其极限绝对误差为 20μm，求极限相对误差。

1.9　矩形两边被测量长度有相对误差 3% 和 4%，若两误差符号相同时，其计算的面积的相对误差为多少？若两误差符号相反，其面积的相对误差又为多少？

1.10　在满足欧姆定律的电路中，电流是按公式 $I = E/R$ 计算的。其中 E 是电路的电动势，R 是电阻，试求由于 E 和 R 的相对误差 f_E 和 f_R 引起的电流 I 的相对误差。

1.11　若 $y = x^2/(1+x^2)$，当 a）$x = 3$，$\delta_x = 0.1$；b）$x = 2$，$\delta_x = 0.05$ 时，求 δ_y/y。

1.12　试求 x 的误差为 δ_x 时，对应的 e^x 的相对误差。若 $x = 0.012$的两位有效数字是正确的，试证明对此 x 值，e^x 可计算到 4 位有效数字。

1.13　某量值 y 用被测量 x 表示为 $y = 4x - x/2$，问 x 误差为 1% 时，y 的百分比误差是多少？

1.14 若 g 是由单摆公式 $g=\pi^2L/T^2$ 算得，且 $l=L_0(1+f_1)$，其中 $T=T_0(1+f_2)$，f_1、f_2 分别为 l 和 T 的相对误差，试求 g 的相对误差？

1.15 用一旋转黏度计测量某液体的黏度，所用圆柱的半径为 a 和 b，今用力矩 G 转动圆柱，则有 $\eta=\frac{G}{4\pi\Omega}\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)$，其中 Ω 为转动角速度。令 $a=0.04\text{m}$、$b=0.05\text{m}$，两者最大测量误差为 0.0001m，且 $\frac{G}{\Omega}$ 的误差可忽略不计，试计算 η 的相对误差。

1.16 若 $y=\sin(2\omega t+\alpha)$，当 a) $t=\pi/(2\omega)$；b) $t=\pi/\omega$ 时，求 t 的误差为 0.1% 时所引起的 y 的相对误差，并求出对应于 y 的相对误差为最小值的 t 值。

1.17 在某种状态下，杆的挠度公式为 $\alpha=4we^3/(3\pi Ea^4)$。若 α 的误差为 $\pm0.1\%$，e 的误差为 ±0.05，a 的误差为 $\pm0.1\%$，试求由此公式计算出的弹性模量（又称杨氏模量）E 的最大相对误差。

1.18 若被测电压为 100V 左右，现有 0.5 级、量程为 300V 和 1.0 级、量程为 150V 两块电压表，问选用哪一块较为合适？

1.19 某 1.0 级电流表，满度值（标称范围上限）为 100A，求当测量值分别为 100A、80A 和 20A 时的绝对误差和相对误差。

1.20 把以下实验数据修改至千分位：

$2^{1/2}$，π，6.378501，5.6235，4.51050

1.21 若用测量范围为 0～25mm 的 1 级千分尺（示值误差为 ±8μm）来测量某轴轴径，读数为 12.472mm，试写出测量结果。

1.22 测量某量长度为 20.32487mm，标准偏差 0.038mm，用下列 4 种方式表达测量结果，哪种是正确的？

①(20.32487 ±0.038)mm

②(20.325 ±0.038)mm

③20.325(38)mm

④20. 32487(0. 038)mm

1. 23 有如下的一个测量结果：

$x = 1.384 \pm 0.006$ （置信概率 $P = 0.90$，自由度数 $n = 12$）

指出以下两种看法的错误所在：

①测量值 1. 384 与真值之差等于 0. 006；

②真值一定在（1. 378，1. 390）内。

典型题解

1.1　测得某三角块的三个角度之和为180°00′02″，试求测量的绝对误差和相对误差。

解： 绝对误差＝测得值－真值，所以测量的绝对误差为

$$180°00'2''-180°=2''$$

相对误差＝绝对误差/真值≈绝对误差/测得值，即相对误差为

$$\frac{2''}{180°}\approx\frac{2''}{180°00'02''}=0.000309\%$$

1.2　在万能测长仪上，测量某一被测件的长度为50mm，已知其最大绝对误差为1μm，试问该被测件的真实长度为多少？

解： 绝对误差＝测得值－真值，所以该被测件的真实长度为

$$50\text{mm}-0.001\text{mm}=49.999\text{mm}$$

1.3　用二等标准活塞压力计测量压力为100.2Pa，该压力用更准确的办法测得为100.5Pa，问二等标准活塞压力计测量值的标准误差为多少？

解： 标准误差＝测得值－真值，所以二等标准活塞压力计测量值的标准误差为

$$100.2\text{Pa}-100.5\text{Pa}=-0.3\text{Pa}$$

1.4　在测量某一长度时，读数值为2.31m，其最大绝对误差为20μm，试求其最大相对误差。

解： 最大相对误差≈(最大绝对误差)/测得值，所以其最大相对误差为

$$\frac{20\times10^{-6}}{2.31}\times100\%=8.66\times10^{-4}\%$$

1.5　使用凯特摆时，g 由公式 $g=\dfrac{4\pi^2(h_1+h_2)}{T^2}$ 给定。今测出长度 (h_1+h_2) 为 (1.04230 ± 0.00005)m，振动时间 T 为 (2.0480 ± 0.0005)s。试求 g 及最大相对误差。

解： 由

$$g=\frac{4\pi^2(h_1+h_2)}{T^2}$$

得

$$g=\frac{4\pi^2\times1.04230}{2.0480^2}\mathrm{m/s^2}=9.81058\mathrm{m/s^2}$$

由 $g=\frac{4\pi^2(h_1+h_2)}{T^2}$，进行全微分，令 $h=h_1+h_2$，并令 Δg、Δh、ΔT 代替 $\mathrm{d}g$、$\mathrm{d}h$、$\mathrm{d}T$，得

$$\Delta g=\frac{4\pi^2 h\Delta T}{T^3}-\frac{8\pi^2 h\Delta T}{T^3}$$

$$\frac{\Delta g}{g}=\frac{\Delta h}{h}-2\frac{\Delta T}{T}$$

g 的最大相对误差为

$$\begin{aligned}\frac{\Delta g_{\max}}{g}&=\frac{\Delta h_{\max}}{h}-2\frac{\Delta T_{\max}}{T}\\&=\frac{0.00005}{1.04230}-2\times\frac{-0.0005}{2.0480}\\&=5.3625\times10^{-4}\%\end{aligned}$$

1.6　检定精度 2.5 级（即引用误差为 2.5%）的全量程为 100V 的电压表，发现 50V 刻度值点的示值误差 2V 为最大误差，问电压表是否合格？

解： 引用误差 = 示值误差/测量范围上限，则

$$\frac{2\mathrm{V}}{100\mathrm{V}}\times100\%=2\%<2.5\%$$

所以，电压表合格。

1.7　为什么在使用微安表时，总希望指针在全量程的 $\frac{2}{3}$ 范围以上使用？

解： 设微安表的量程为 $0\sim X_n$，测量时指针的指示值为 X，

微安表的精度等级为 S，最大误差$\leqslant X_nS\%$，相对误差$\leqslant \dfrac{X_nS\%}{X}$，一般 $X\leqslant X_n$，故当 X 越接近 X_n，相对误差就越小，故在使用微安表时，希望指针在全量程的$\dfrac{2}{3}$范围以上使用。

1.8 用两种方法测量 $L_1=50\text{mm}$，$L_2=80\text{mm}$，分别测得 50.004mm、80.006mm，试评定两种方法的测量精度的高低。

解：第一种方法测量的相对误差

$$\frac{(50.004-50)\text{mm}}{50\text{mm}}\times 100\%=0.008\%$$

第二种方法测量的相对误差

$$\frac{(80.006-80)\text{mm}}{80\text{mm}}\times 100\%=0.0075\%$$

所以，相比较第二种方法的相对误差小，测量的精度高。

1.9 多级弹导火箭的射程为 10000km 时，其射击偏离预定点不超过 0.1km，优秀选手能在距离 50m 远处准确射中直径为 2cm 的靶心，试评述哪一个射击精度高？

解：火箭射击的相对误差为

$$\frac{0.1}{10000}\times 100\%=10^{-3}\%$$

选手射击的相对误差为

$$\frac{0.02}{50}\times 100\%=4\times 10^{-2}\%$$

所以，火箭的射击精度高。

1.10 若用两种测量方法测量某零件的长度 $L_1=100\text{mm}$，其测量误差分别为 $\pm 11\mu\text{m}$ 和 $\pm 9\mu\text{m}$，而用第三种方法测量另一零件的长度 $L_2=150\text{mm}$，其测量误差为 $\pm 12\mu\text{m}$，试比较三种测量方法精度的高低。

解：第一种方法测量的相对误差为

$$\frac{\pm 11\mu\text{m}}{110\text{mm}}\times 100\%=\pm 0.01\%$$

第二种方法测量的相对误差为

$$\frac{\pm 9\mu\text{m}}{110\text{mm}} \times 100\% = \pm 0.0082\%$$

第三种方法测量的相对误差为

$$\frac{\pm 12\mu\text{m}}{150\text{mm}} \times 100\% = \pm 0.008\%$$

相比较，第三种方法测量的精度最高，第一种方法测量的精度最低。

第二章　误差的基本性质与处理

本章主要内容

1. 随机误差

1）随机误差的分布及其特性。

2）算术平均值。

3）评定随机误差的尺度——测量的标准差。

4）标准偏差的几种计算方法。

5）测量的极限误差。

6）不等精度测量。

7）随机误差的其他分布。

8）非正态分布按正态分布的折算关系。

9）误差概率分布的分析判断。

2. 系统误差

1）研究系统误差的重要意义。

2）系统误差的分类和特点。

3）系统误差对测量结果的影响。

4）系统误差的发现。

5）系统误差的消除。

6）系统误差可忽略的条件。

3. 粗大误差

1）3σ 准则。

2）格拉布斯准则。

3）狄克逊准则。

4. 测量结果的数据处理实例

习　题

2.1　测定某物重量共 8 次，测定结果如下（单位：g）

236.45	236.37	236.51	236.34
236.39	236.48	236.47	236.40

求算术平均值及其标准差。

2.2　电路电流经 5 次测定分别为（单位：mA）

168.41	168.54	168.59	168.40	168.50

求最可信赖值及标准差、或然误差。

2.3　雨滴中带有电荷的概率分布密度如图 2-1 所示，图中 x 表示雨滴数，y 表示概率密度，其方程为 $y=\tau(x)=\dfrac{c}{2}\mathrm{e}^{-c|x|}$，试求标准差。

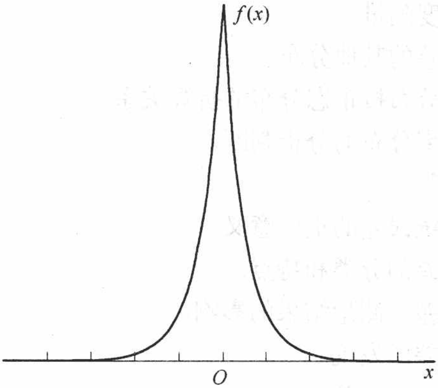

图 2-1　概率分布密度

2.4　用别捷尔斯法、极差法、最大误差法计算习题 2.1 的标准差并比较之。

2.5　设误差服从正态分布，那么误差落在 $[-2\sigma, 2\sigma]$ 中的概率为多少？若为均匀分布，则概率为多少？

2.6　某电阻经测定如下（单位：Ω）：

5.56、5.507、5.493、5.527、5.527

求算术平均值、或然误差和标准差。

2.7　水的汽化热的测定值如下表所示，求其最可信赖值、算术平均误差和标准差。

542.98	542.03	542.32	541.23	540.64
542.91	542.68	543.08	542.12	541.82
541.48	542.37	542.15	541.36	541.34
540.96	541.66	541.73	541.79	541.84

2.8　对某工件进行测量，在排除系统误差的条件下，由5次测量的结果求得算术平均值，测量的标准差为0.005mm，要求的置信概率为95%，试求其极限误差。

2.9　用某仪器测量工件的尺寸，在排除系统误差的条件下，测量的标准差为0.004mm，若要求极限误差为±0.005mm，当置信概率为99%时，试求必要的测量次数。

2.10　用某仪器测量工件的尺寸，已知该仪器单次测量的标准差$\sigma=0.001$mm，要求测量的极限误差$\delta_{\lim}$在±0.0015mm之内，问应测量几次？

2.11　对某量进行10次测量，测量数据如下：

14.7	15.0	15.2	14.8	15.5
14.6	14.8	14.8	15.1	15.0

试用“残余误差校核法”判断该测量列中是否存在系统误差。

2.12　对某量测得两组数据如下，试用“秩和检验法”判断两组数据间有无系统误差。

X_i	14.6	15.1	15.4	14.7	15.2
Y_i	14.7	14.8	15.0	14.9	15.3

2.13　用“t检验法”判断习题2.12中两组数据间有无系统误差。