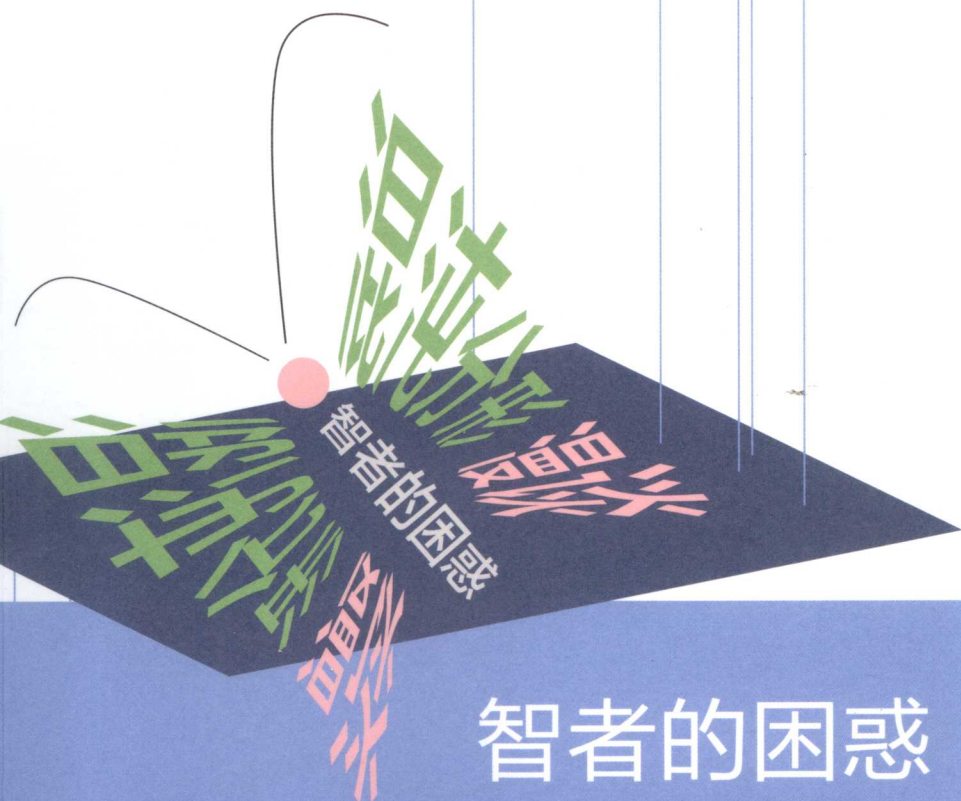




智者的困惑

混沌分形漫谈

—— 丁玖 著

013027931



0415.5

31

ZHIZHE DE KUNHUO

——HUNDUN FENXING MANTAN

智者的困惑

——混沌分形漫谈

丁 玖 著



北航

C1635141



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

0415.5

31

图书在版编目(CIP)数据

智者的困惑:混沌分形漫谈 / 丁玖著. — 北京 :
高等教育出版社, 2013.1
ISBN 978-7-04-035148-4

I. ①智… II. ①丁… III. ①混沌理论—普及读物②分形理
论—普及读物 IV. ①O415.5-49②O189.12-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第 304638 号

策划编辑 王丽萍	责任编辑 李 鹏	封面设计 张申申	版式设计 张申申
责任校对 胡晓琪	责任印制 毛斯璐		

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街4号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	北京中科印刷有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
开 本	787mm×1092mm 1/16		http://www.landaco.com.cn
印 张	20.75	版 次	2013年1月第1版
字 数	280千字	印 次	2013年1月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	39.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 35148-00

谨以本书纪念混沌之祖庞加莱逝世一百周年

献给父亲丁一平（1928—2003）

和母亲王柳风（1928—）

“自然界的大书是以数学符号写出来的。”

——伽利略

Acknowledgements

致 谢

本书由刊登在 2012 年出版的《数学文化》杂志第三卷第一期到第三期上的连载文章“自然的奥秘：混沌与分形”经修改扩充、并补充了两章内容而成。感谢香港浸会大学数学系廖立志教授的盛情邀请，让我能在 2011 年春季学期学术休假期间访问该系。也感谢浸会大学协理副校长兼理学院院长、《数学文化》主编之一汤涛教授的写作邀请。同时感谢香港城市大学电子工程系陈关荣教授在写作过程中提供的多方面帮助。我的博士论文指导老师、美国密歇根州立大学数学系的李天岩教授不仅多次不吝赐教，还欣然同意为本书作序，特此深表谢意。

最后，我感谢美国密歇根大学数学系季理真教授热情的出版鼓励和高等教育出版社王丽萍编辑细心的编辑指导。没有他们的全力支持与合作，全书的及时出版将是难以想象的。

2012年6月6日完稿之际

Preface

序 言

在过去的几十年间，从物理、生物，到工程、技术，混沌与分形的思想和理论不断给我们带来解决科学问题的全新视野和创新方法。

一部混沌发展史，就是人类的好奇之心不断涌现而又不断得以满足的历史。十九世纪末，Poincaré 为了求解天体力学的三体问题而首次领悟到天体运动的混沌现象。他超越时代的革命性思想在现代电子计算机出现

前的半个世纪间却难以生根开花。直到二十世纪四十年代之后，由于 von Neumann、Ulam 等非线性分析先驱们的工作，人们对于确定性系统所表现出的不确定现象的认识不断深化，终于在六十年代初期，Lorenz 以一篇“确定性非周期流”的气象学论文引领了现代混沌学研究的大潮。

Lorenz 这篇数学家不易见到的文章登载于美国气象学会的 *Journal of the Atmospheric Sciences*。正是由于它进入了我在美国马里兰大学读研究生时的博士论文指导老师 Yorke 教授的视野，才引起我们对它的关注，而最终导致了混沌的数学定义。在这一数学分析与科学发现嫁接的过程中，有一个关键性的人物不应当被人忘记，他的名字叫 Allan Feller。

在马里兰大学，Feller 教授与 Yorke 教授同属 Institute for Fluid Dynamics and Applied Mathematics（现在改名为 Institute of Physical Science and Technology）。那个研究所有许多研究小组，如固体物理、凝聚态物理、化工、应用数学等。Feller 教授则属于气象小组。

1972 年，Feller 教授将 Lorenz 关于气象模型的那四篇已发表差不多十年的论文给 Yorke 教授看。Feller 教授认为：Lorenz 的文章过于理论化、数学化，他们不感兴趣，也许我们搞数学的会感兴趣。若不是 Feller 教授，我们可能没有机会接触到它们。那段时间，我们读了那几篇 Lorenz 写的文章，觉得很有意思。接下来的故事在丁玖教授的这本书里有生动的描述。

丁玖是当年我的第一批来自祖国大陆的博士研究生之一。他的博士论文属于计算遍历理论的范畴，其基本思想是用概率的观点研究混沌。长期专业研究的知识积累和手不释卷的读书习惯，加上在中国中青年数学家中并不多见的写作才华，使得他这部科普著作既具有精确的历史性、严格的

逻辑性，又带有叙事的风趣性、语言的优美性。在这本《智者的困惑——混沌分形漫谈》中，丁玖以散文和哲理的笔调给我们勾勒出百余年来混沌、分形思想发展进程中的几大幅宏伟画面。在这些里程碑式的开创性工作中，Poincaré、von Neumann、Ulam、Kolmogorov 等数学巨人的名字大放光芒，Smale、Shannon、Yorke、Mandelbrot、May、Feigenbaum 等杰出学者的贡献长留人间。他们的新颖想法、他们的追根求源、他们的惊人发现，以及他们的花絮轶闻，在丁玖的笔下跃然纸上。

混沌和分形思想的本质在于世界并不是像 Laplace 所断言的以决定论的方式行事的，而是和不确定性、随机性等概率范畴的特质纠缠不已。这和量子力学的思想有着异曲同工之妙。从数学的角度看，无穷次迭代一个最简单的帐篷函数，或等价地，无穷次地加倍单位圆周上一初始点的极角，虽然每一次迭代完全都是确定性的，但迭代过程最终的走向却是不确定性的，展现出类似于随机性的行为。这种不可预测性是一切混沌现象的共同特点。一百年前，Poincaré 在创立三体问题牛顿运动方程解的定性理论时发现了它；六十年前，von Neumann、Ulam、Cartwright、Levinson 等人在映射或微分方程的非线性分析中发现了它；五十年前，Lorenz 在天气预报计算机模拟的数据里发现了它，Smale 在他的 horseshoe 映射的动力学中发现了它；四十年前，May 在种群生物学的迭代试验场发现了它，Mandelbrot 在自然界的几何图案上发现了它，Feigenbaum 在重整化理论自相似性的探索中发现了它；三十年前，二十年前，十年前，甚至一年前，在一片迷茫的湍流漩涡内、在捉摸不定的脑电图像里、在变化莫测的心脏搏动中、在 Hamilton 力学的不变流形上、在非线性振动的频谱仪表前、在疯牛症激发

的药物设计中、在无线通讯的广袤天地间，混沌、分形的现象与本质不断地被发现、被揭示。

混沌动力系统的研究一直方兴未艾，被开垦地巨大、未开垦地无穷。混沌、分形理论和方法在各行各业的应用纷至沓来，举不胜举。丁玖的这本书是面向大众的普及读物，不是一本属于科学史领域的学术专著。它不可能、也不应该面面俱到地详细记载混沌、分形思想进化过程中各种学术园地的开垦史，而只能在不长的篇幅里选择最有代表性、最具传奇性、最易被普通人理解的那几个了不起的发现，让读者们从这些叙事诗般的描述中亲身体验科学发现最激动人心的时刻。混沌与分形领域中的其他一些杰出工作或著名理论，如 Kolmogorov、Arnold 及 Moser 起源于 Hamilton 力学的 KAM 理论、流体力学中 Ruelle 等发展起来的现代湍流理论以及 Hutchinson、Barnsley 引进研究分形的 iterated function systems 等，由于它们的内容更加专业化、技术化，在书中未被提及或仅仅一带而过。

混沌、分形的发展历史以确定性的方式告诉我们，数学，只有数学，当它和其他自然科学相结合，就会产生不可预测的奇妙效果。我曾在一篇短文的最末一段写道：“我觉得所谓的‘应用数学’，应该是首先设法了解自然界上的一些现象和问题。好比说，想想为什么苹果会从树上掉到牛顿的头上。然后找出这些现象在数学上的正确描述，以及解决这些问题的方法。然后把这些现象的描述，以及解决这些问题的方法理论化，希望同时能解决一些类似的问题。理论化之后，若是遇到这个理论不能解决的问题，则要更进一步，设法推广原有的理论。这比躲在象牙塔里做些莫名其妙的抽象工作要有意思多了。”希望这本书留给读者的是对于数学奇思妙想的赞叹，

并希望读者深受其中新科学哲学的熏陶。

这是一本从求学青年到退休老年、从莘莘学子到教授学者都能从中获益的科普读物。1987年，美国记者 James Gleick 出版了一本畅销书 *Chaos: Making a New Science*，在美国读者中风靡一时，让混沌的通俗代名词“蝴蝶效应”走进了千家万户。我相信，丁玖教授的这本小书将为中国普通大众和年轻学生提供一份营养丰富、味美汁浓的科学之餐。

李天岩

美国密歇根州立大学

2012年8月6日

Contents

目 录

致谢

序言

第 1 章	引子——“鸟与蛙”	001
第 2 章	“三体问题”的困惑	009
第 3 章	非线性分析的先驱	039
第 4 章	蝴蝶效应	063
第 5 章	巴西海滩的“马蹄铁”	087
第 6 章	莫名其妙的人口涨落	121
第 7 章	“周期三则乱七八糟”	139
第 8 章	洛斯阿拉莫斯的“幽灵”	165

第 9 章	“英国的海岸线有多长?”	179
第 10 章	自由王国的几何	195
第 11 章	新的自然观	227
第 12 章	熵——“不确定性”的数学化	239
第 13 章	尾声——精彩人生	273

参考文献

第1章

引子——“鸟与蛙”

这是一个阳光明媚的春天。刚刚出版的 2009 年第二期《美国数学会会刊》上刊登的一篇题目为“鸟与蛙”¹的文章，一下子就吸引着了全世界四面八方许许多多的读者。这是 1923 年出生在英国、年已八十六岁的美国普林斯顿高等研究院教授弗里曼·戴森应美国数学会之邀所撰写的上一个年度“爱因斯坦公众数学讲座”²的讲演稿。

1905 年堪称为“爱因斯坦奇迹年”，这是因为继艾萨克·牛顿³之后全世界最伟大的物理学家阿尔伯特·爱因斯坦⁴在那一年一鸣惊人，像喷火器似地一下子吐出改变世界的三篇划时代科学论文。它们分别涉及光电效应理论、布朗运动理论以及狭义相对论。“光电效应”让他于 1921 年荣获根据瑞典“炸药大王”阿尔弗雷德·诺贝尔⁵遗嘱建立的诺贝尔物理学奖；“布朗运动”则解释了英国植物学家罗伯特·布朗⁶于 1827 年观察到的无规则分子运动现象；“狭义相对论”以及十年后更上一层楼的“广义相对论”早已广为人知，几乎成了爱因斯坦作为地球人偶像的标识符。一百年后的 2005 年因此被定为“世界物理年”。为了纪念这位与卡尔·马克思⁷和西格蒙德·弗洛伊德⁸一道并列为历史上对人类贡献最大的三个犹太人之一，美国数学会决定从这一年起，每年邀请一位杰出的数学家在它主办的数学会议上做一“爱因斯坦公众数学讲座”。第一年的爱因斯坦讲座属于大名鼎鼎的英国数学家、现为英国爱丁堡大学名誉教授的迈克尔·阿蒂亚⁹爵士。他是 1966 年国际数学界最令人羡慕的菲尔兹奖获得者之一。第二年的演讲者为美国耶鲁大学的讲座教授本华·曼德博¹⁰。他作为公认的“分形之父”，将是本书下半部分的主要角色。

戴森是 2008 年的“爱因斯坦公众数学讲座”主讲嘉宾，但因故未能

1. Freeman Dyson, “Birds and Frogs”,
Notices of the American Mathematical
Society, Volume 56, Number 2, Pages
212—223, 2009

2. Einstein Public Lectures in Mathematics

3. Issac Newton, 1643—1727

4. Albert Einstein, 1879—1955

5. Alfred B. Nobel, 1833—1896

6. Robert Brown, 1773—1858

7. Karl Marx, 1818—1883