

高等教育“十二五”规划教材

GAODENG JIAOYU "12·5" GUIHUA JIAOCAI

# 材料成型过程传热 原理与设备

井玉安 宋仁伯 编



冶金工业出版社  
Metallurgical Industry Press



普通高等教育“十二五”规划教材

# 材料成型过程传热 原理与设备

井玉安 宋仁伯 编

北京  
冶金工业出版社  
2012

## 内 容 提 要

本书包括两部分,第一部分是基础理论部分,第二部分是实践知识部分。基础理论部分主要是传热原理,侧重基本原理、基本概念和基本公式的讲解,包括导热理论、稳定态传导传热、非稳定态传导传热、对流换热、辐射换热、综合传热。实践知识部分包括金属的加热工艺、加热炉基本结构、几种主要的轧钢加热炉和热处理炉、加热炉的生产率和热效率等内容。

本书可作为材料加工专业的本科教材,也可作为材料学专业的本科生、材料加工专业的研究生及相关专业的工程技术人员的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

材料成型过程传热原理与设备/井玉安,宋仁伯,编. —北京:  
冶金工业出版社,2012.8

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5024-6013-6

I. ①材… II. ①井… ②宋… III. ①热处理炉—传热—高等  
学校—教材 IV. ①TG155.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第166044号

出 版 人 曹胜利

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷39号,邮编100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 yjcs@cnmip.com.cn

责任编辑 王之光 谢冠伦 美术编辑 李新 版式设计 孙跃红

责任校对 郑娟 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024-6013-6

北京慧美印刷有限公司印刷;冶金工业出版社出版发行;各地新华书店经销

2012年8月第1版,2012年8月第1次印刷

169mm×239mm;10印张;192千字;150页

22.00元

冶金工业出版社投稿电话:(010)64027932 投稿信箱:tougao@cnmip.com.cn

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街46号(100010) 电话:(010)65289081(兼传真)

(本书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

## 冶金工业出版社部分图书推荐

书 名	定价(元)
冶金职业技能培训丛书 轧钢生产基础知识问答(第3版)	49.00
冶金行业职业教育培训规划教材 轧钢设备维护与检修	28.00
冶金行业职业教育培训规划教材 轧钢工理论培训教程	49.00
轧钢机械设计(本科教材)	56.00
轧钢机械设备(本科教材)	28.00
中国中厚板轧制技术与装备	180.00
轧钢机械设备维护(高职高专教材)	45.00
楔横轧零件成型技术与模拟仿真	48.00
轧制工程学(北京市精品教材)	32.00
加热炉(第3版)(本科教材)	32.00
塑性加工金属学(本科教材)	25.00
金属塑性成形力学(本科教材)	26.00
金属压力加工概论(第2版)(本科教材)	29.00
材料成形实验技术(本科教材)	16.00
冶金热工基础(本科教材)	30.00
轧制测试技术(本科教材)	28.00
金属压力加工工艺学	46.00
轧钢机械(第3版)(本科教材)	49.00
轧钢车间机械设备(职业技术学院教材)	32.00
轧钢基础知识(职业技能培训教材)	39.00
加热炉基础知识与操作(职业技能培训教材)	29.00
中型型钢生产(职业技能培训教材)	28.00
中厚板生产(职业技能培训教材)	29.00
高速线材生产(职业技能培训教材)	39.00
热连轧带钢生产(职业技能培训教材)	35.00
板带冷轧生产(职业技能培训教材)	42.00
轧钢设备维护与检修(职业技能培训教材)	28.00
轧钢生产实用技术	26.00

# 前 言

本书是在汲取兄弟院校同行经验的基础上，根据专业性质和培养目标的要求编写而成的。传热是材料成型过程中一种重要的物理现象，它直接影响材料的成型过程和产品质量，本书紧紧围绕材料成型过程中的传热现象，简明扼要地阐述了材料成型过程中涉及的传热原理、加热工艺及所需的主要设备。作为本科教学用书，本书在内容上力求简明扼要、重点突出，在章节安排上注重条理清晰，以便初学者在短时间内快速掌握材料加工过程中所涉及的传热基本理论和实践知识。

全书共6章，主要包括基础理论和实践应用两大部分内容，其中基础理论部分主要包括传导传热、对流换热和辐射换热三个章节，实践应用部分主要包括金属的加热工艺、加热炉和轧钢厂常见的热处理炉三个章节。

本书主要供材料加工专业的本科生教学使用，也可作为相关专业的研究生和从事材料加工工作的技术人员参考。

本书第1章、第4章、第5章、第6章由辽宁科技大学井玉安编写，第2章和第3章由北京科技大学宋仁伯编写，辽宁科技大学艾新港老师参加了部分章节的编写工作，谢安国教授和李胜利教授对本书的编写提出了宝贵建议，在此表示衷心的感谢。

由于作者水平所限，书中不妥之处，敬请广大读者批评指正。

作 者  
2012年4月

# 目 录

0 绪论 .....	1
1 传导传热 .....	3
1.1 导热理论基础 .....	3
1.1.1 温度场与温度梯度 .....	3
1.1.2 导热基本定律 .....	4
1.1.3 导热微分方程 .....	6
1.2 一维稳态传导传热 .....	10
1.2.1 单层平壁的导热 .....	10
1.2.2 多层平壁的导热 .....	11
1.2.3 单层圆筒壁的导热 .....	13
1.2.4 多层圆筒壁的导热 .....	13
1.3 不稳定态传导传热 .....	14
1.3.1 第一类边界条件下的加热 .....	14
1.3.2 第二类边界条件下的加热 .....	21
1.3.3 第三类边界条件下的加热 .....	24
1.4 导热问题的数值解法 .....	27
1.4.1 二维稳定态导热问题的差分解法 .....	28
1.4.2 一维不稳定态导热问题的差分解法 .....	30
1.4.3 不稳定态导热问题的有限元解法初步 .....	32
2 对流换热 .....	37
2.1 对流换热机理 .....	38
2.1.1 流体流动的两种形态 .....	38
2.1.2 热边界层 .....	39
2.2 对流换热过程的数学描述 .....	40
2.3 相似原理及其在对流换热中的应用 .....	41
2.3.1 相似原理 .....	41
2.3.2 热相似 .....	42

2.4	沸腾换热	46
2.4.1	大容器沸腾换热	46
2.4.2	钢材水冷过程中的换热现象	51
<b>3</b>	<b>辐射换热</b>	<b>56</b>
3.1	辐射换热基本概念	56
3.1.1	热辐射的本质	56
3.1.2	热辐射的吸收、反射和透过	57
3.1.3	物体的辐射能力	59
3.2	辐射换热基本定律	59
3.2.1	普朗克定律	59
3.2.2	四次方定律	60
3.2.3	兰贝特定律	61
3.2.4	克希荷夫定律	62
3.3	物体表面间的辐射换热	63
3.3.1	两平行黑体表面组成的封闭体系的辐射换热	63
3.3.2	两平行灰体表面组成的封闭体系的辐射换热	63
3.3.3	任意放置的两灰体表面组成的封闭体系间的辐射换热	64
3.4	气体辐射	68
3.4.1	气体辐射特点	68
3.4.2	气体的黑度	68
3.4.3	火焰的辐射	70
3.5	火焰炉炉膛内的热交换	71
3.6	综合传热	74
<b>4</b>	<b>金属的加热工艺</b>	<b>77</b>
4.1	金属的热物理性质与力学性能	78
4.1.1	金属的导热系数	78
4.1.2	金属的密度	80
4.1.3	金属的比热容	81
4.1.4	导温系数	82
4.1.5	金属的力学性能及其与温度的关系	83
4.2	金属的加热	85
4.2.1	金属的加热温度	85
4.2.2	金属的加热速度	90

4.2.3	金属的加热时间 .....	92
4.3	金属的加热制度 .....	95
4.3.1	一段式加热制度 .....	95
4.3.2	二段式加热制度 .....	96
4.3.3	三段式加热制度 .....	97
4.3.4	多段式加热制度 .....	97
4.4	金属的加热缺陷 .....	98
4.4.1	钢的氧化 .....	98
4.4.2	钢的脱碳 .....	103
4.4.3	钢的过热和过烧 .....	105
4.4.4	加热温度不均 .....	106
4.4.5	表面烧化和粘钢 .....	106
4.4.6	加热裂纹 .....	107
5	加热炉 .....	108
5.1	加热炉基本结构 .....	108
5.1.1	炉膛和钢结构 .....	109
5.1.2	加热炉的冷却系统 .....	111
5.2	连续加热炉 .....	113
5.2.1	推钢式加热炉 .....	114
5.2.2	步进式加热炉 .....	119
5.2.3	环形加热炉 .....	123
5.2.4	蓄热式加热炉 .....	126
5.3	均热炉 .....	130
5.3.1	均热炉的炉型 .....	130
5.3.2	均热炉的操作 .....	133
5.4	连续加热炉的主要技术经济指标 .....	134
5.4.1	加热炉的生产率 .....	134
5.4.2	加热炉的燃料消耗 .....	135
5.4.3	加热炉的热效率 .....	136
5.5	加热炉节能技术 .....	136
5.5.1	合理的炉型结构 .....	137
5.5.2	减少炉膛热损失 .....	137
5.5.3	烟气余热回收利用 .....	139
5.5.4	加强炉子的热工管理与调度 .....	139



---

5.5.5 采取自动控制装置 .....	139
5.5.6 热送热装及低温轧制技术 .....	140
<b>6 轧钢厂常见的热处理炉 .....</b>	<b>141</b>
6.1 辊底式热处理炉 .....	141
6.2 罩式退火炉 .....	143
6.3 带钢连续退火炉 .....	145
<b>附 录 .....</b>	<b>147</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>149</b>

# 0 绪 论

传热学是研究热量传递规律的一门科学。不同物体或同一物体不同部位之间，只要有温度差存在，就会有热量传递现象发生，自然界的物体之间普遍存在温度差，所以传热是很普遍的自然现象。

传热学的应用十分广泛。几乎所有的工程领域都会遇到一些特定条件下的传热问题，从高温燃烧到低温制冷技术、从大型工件的热处理到高密度集成电路的设计、从太阳能的利用到地热能的开发等，无不涉及传热问题的处理。传热也是冶金过程中的重要物理现象，金属的冶炼、浇铸、坯料的加热、轧制、冷却以及成品的热处理等都涉及传热问题。因此，传热学已经成为一门工程基础学科。

传热学理论需要解决两类实际问题：一类是着眼于传热速率及其控制问题，包括如何增强传热过程、提高生产能力、缩小设备尺寸（如增强换热器中的热交换、提高热效率）以及如何削弱传热过程、避免散热损失（如减少冶金炉砌体的热损失、节约能源）；另一类是着眼于温度分布及其控制问题。

传热是一种复杂的物理现象，为研究问题方便，根据传热现象的物理本质不同，人们将传热过程分为三种基本方式：传导传热、对流传热和辐射传热。

传导传热也称热传导或导热，它是指温度不同的两个物体相互接触或同一物体的不同部位存在温差时，在没有质点相对位移的情况下，依靠分子、原子或自由电子等微观粒子的热运动所引起的热量传递现象。传导传热在固体、液体和气体中都可能发生：在导电固体中，主要依靠大量自由电子在晶格间的运动传递热量；在非导电固体中，主要依靠晶格结构中原子、分子在其平衡位置附近振动所形成的弹性波的作用传递热量；在气体中，主要靠气体分子热运动扩散和碰撞传递热量；液体导热机制既有弹性波的作用，也有分子的热运动扩散和碰撞作用。一般来说，固体中的热量传递主要靠传导传热，而液体和气体通常会因为内部温差的作用造成流体流动，热量传递过程中常常伴随有对流现象，所以，液体和气体中的热量传递常称为对流传热。传导传热需要解决通过固体的传热量以及固体内部温度分布两类问题。

对流传热也称热对流或对流，是由于流体各部分发生相对位移而引起的热量传递现象。当流体流过固体表面时，如果二者之间存在温度差，也会发生热量传递现象，称为对流换热。对流过程中伴随有导热现象，流体既是载热体，又是导热体，所以对流换热是流动条件下的导热。对流换热需要解决的问题是流体和固

体之间的换热量问题。

辐射传热也称热辐射或辐射，是以电磁波为载体传递热量的过程。辐射与传导、对流有本质的区别，传导和对流需要物体之间相互接触，而辐射以电磁波为载体进行热量传递，不需要任何中间介质，真空中也能进行热量传递。在辐射传热过程中，不仅有能量的转移，而且伴随着能量形式的转化，即物体向外辐射热量时，热能转变成电磁能，物体吸收热量时，电磁能又转变成热能蓄积在物体内部。辐射是一切物体固有的特性，只要物体的温度高于绝对零度，物体就会不断地向外辐射能量，辐射传热是物体之间相互辐射和吸收的过程，最终结果是低温物体得到热量，高温物体失去热量。辐射传热需要解决的问题是物体之间的辐射换热量问题。

实际上，在传热过程中很少有单一的传热方式存在，绝大多数情况下是两种或三种传热方式同时存在。例如，钢坯在炉膛内的加热就包含传导、对流和辐射三种传热方式，高温炉气会以对流和辐射向钢坯表面传热，高温炉壁会以辐射方式向钢坯表面传热，热量被钢坯表面质点吸收后，以传导传热的方式传给内部各质点，使钢坯内能增加，温度升高。所以，工程上的传热现象几乎都是两种或三种传热方式的复杂组合，对这类复杂传热过程，有时也把它当做一个整体看待，称为综合传热。

# 1 传导传热

---

## 【本章概要】

本章首先介绍了传导传热的基本概念和基本定律，并运用能量守恒定律和导热基本定律推导了导热微分方程；根据傅里叶导热定律导出了一维稳定态传导传热的热流密度、导热系数以及温度分布计算公式；根据导热微分方程求解了不稳定态导热现象在三类边界条件下的解析解；最后，分别以二维稳定态导热问题的差分法、一维不稳定态导热问题的差分法以及不稳定态导热问题的有限元解法为例对导热问题的数值解法进行了简要阐述。

## 【关键词】

温度场、温度梯度、稳定态导热、不稳定态导热、傅里叶导热定律、热流密度、导热系数、导热微分方程、边界条件、平壁的导热、导热问题的数学分析解法、傅里叶数、毕渥数、导热问题的数值解法、差分法、有限元解法。

## 【章节重点】

本章应重点掌握传导传热的基本概念和基本定律，在此基础上深入理解导热微分方程，并能够运用这些基础知识求解物体内部发生一维稳定态导热现象时通过平壁和圆筒壁的传导传热量以及发生一维不稳定态导热现象时物体内部的温度场。

---

## 1.1 导热理论基础

### 1.1.1 温度场与温度梯度

一个物理场是指该物理量在一段时间内，在一定空间上的综合分布情况。温度场是某一瞬间物体内部各点温度分布的综合情况，在直角坐标系中，用数学表达式可以表示为  $t=f(x,y,z,\tau)$ ，即温度是空间坐标和时间的函数。

如果温度场内任意一点温度都不随时间而变化，那么称这种温度场为稳定温度场，此时温度只是空间坐标的函数，与时间无关，即  $t=f(x,y,z) \Rightarrow \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ ，例

如,正常连续工作的炉子,墙体温度场就属于稳定温度场。

如果温度场内各点温度都随时间变化,我们称这种温度场为不稳定温度场,此时温度既是空间坐标的函数,也是时间的函数,即 $f(x,y,z,\tau) \Rightarrow \frac{\partial t}{\partial \tau} \neq 0$ ,例如,钢坯在炉膛内加热过程中,钢坯内部的温度场就属于不稳定温度场;工件淬火过程中内部的温度场也属于不稳定温度场。稳定温度场内发生的导热现象称为稳定态导热,不稳定温度场内发生的导热现象称为不稳定态导热。

此外,温度分布可以是三个坐标的函数,也可以是两个坐标或一个坐标的函数。即温度场可以是三维、二维或一维的。因此,就有一维、二维、三维稳定温度场与不稳定温度场的概念以及一维、二维、三维稳定态导热与不稳定态导热的概念。例如,在棒线材轧制过程中,棒线材内部的温度场可看作一维不稳定温度场,棒线材内部的导热属于只沿半径方向进行的一维不稳定态导热;中厚板轧制过程中,前几道次轧制时,板坯内部的温度场是二维不稳定温度场,板坯内部的导热是沿厚度和宽度方向进行的二维不稳定态导热;当进行到后几道次时(板坯厚度较薄幅面较宽时),板坯内部的温度场成为一维不稳定温度场,板坯内部的导热成为只沿厚度方向进行的一维不稳定态导热。

在传热学中,人们把物体内部温度相同的各点连接起来所形成的空间曲面称为等温面(图1-1)。等温面与平面相交所得的一簇曲线称为等温线。等温面(线)有下述特性:等温面(线)上的温度都相等,温度不同的等温面(线)不会相交,只有穿过等温面(线)的方向才能观察到温度变化,最显著的温度变化是沿等温面(线)的法线方向。

温度差与沿等温面法线方向两等温面之间距离的比值的极限称为温度梯度,用公式表示为

$$\text{grad}t = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) = \frac{\partial t}{\partial x} \quad (1-1)$$

温度梯度(图1-1)是沿等温面法向的矢量,是温度沿等温面法线方向的变化率,模是方向导数的最大值,方向朝着温度升高一面,由低温指向高温。所以热量传播方向与温度梯度方向相反,温度梯度是热量传递的动力。

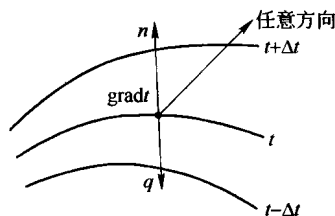


图1-1 等温面及温度梯度

### 1.1.2 导热基本定律

1822年,法国数学家Fourier通过对导热数据和实践经验的提炼,将导热规律总结为傅里叶导热定律,即在纯导热现象中,单位时间内通过给定面积的热量 $Q(W)$ 正比于该处的温度梯度及垂直于导热方向的截面面积,数学表达式为

$$Q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} A \quad (1-2)$$

式中,  $\lambda$  为导热系数,  $\text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ ; 负号表示热量传导方向与温度梯度方向相反;  $A$  为垂直于导热方向的截面积。

单位时间内通过单位面积的热量称为热流密度  $q$  ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ), 用公式表示为

$$q = \frac{Q}{A} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \quad (1-3)$$

由傅里叶导热定律可知, 导热系数是单位温度梯度作用下, 物体内部所允许的热流密度值, 它表示物体导热能力的大小。

导热系数是物质的一种物性参数, 由物质自身性质所决定, 对同一种物质来说, 它又受到物质的结构 (主要是密度和孔隙度)、温度、压力和湿度等参数的影响, 各种物质的导热系数都是通过实验方法测定的, 常用物质的导热系数见附录中的附表 1。

各种物质中金属的导热系数最大, 例如, 纯银的  $\lambda = 458 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ , 纯铜的  $\lambda = 38 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ , 纯铝的  $\lambda = 202 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ 。

纯金属中加入任何杂质都会降低导热系数, 例如, 黄铜 (70% Cu, 30% Zn) 的  $\lambda = 108 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ , 青铜 (75% Cu, 25% Sn) 的  $\lambda = 26 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ , 康铜 (58.5% Cu, 40% Ni, 1.5% Mn) 的  $\lambda = 22.7 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ 。

耐火材料和绝热材料的导热系数一般都比较小, 在  $0.023 \sim 2.91 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$  范围内, 导热系数小于  $0.23 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$  的材料常用于热绝缘, 称为绝热材料, 因为导热系数小, 常用于砌筑加热炉炉体。但有些情况下, 也要求耐火材料具有良好的导热性能, 例如马弗炉上的马弗罩和罩式退火炉内罩用材料等都希望导热系数越大越好。

金属液体的导热系数一般都比较高, 例如水银常温下的导热系数为  $8.36 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ , 非金属液体的导热系数一般处于  $0.07 \sim 0.7 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$  之间。其中, 水的导热系数最大,  $30^\circ\text{C}$  时水的  $\lambda = 0.62 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ 。除水和甘油外, 绝大多数液体的导热系数随温度升高而略有减小。一般来说, 溶液的导热系数低于纯液体的导热系数。

气体的导热系数一般比固体的导热系数小, 处于  $0.006 \sim 0.6 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$  之间, 例如,  $0^\circ\text{C}$  时干空气的  $\lambda = 0.024 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ , 气体中氢气导热系数最大,  $0^\circ\text{C}$  时干氢气的  $\lambda = 0.17 \text{W} \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$ 。因此, 固体材料中如果存有大量的气孔, 导热系数会大大降低, 多数筑炉材料具有很低的导热系数就是因为其中含有大量的气孔。再如金属板垛或卷板加热或冷却时比整块实体金属加热或冷却时的速度慢得多, 也是由于板与板之间存在缝隙的缘故。

很多材料的导热系数都是随温度而变化的, 变化的规律也很复杂, 但在工程

计算中为了应用方便,通常近似地认为导热系数与温度呈线性关系,即

$$\lambda_t = \lambda_0 + bt \quad (1-4)$$

式中,  $\lambda_t$  为  $t^\circ\text{C}$  时材料的导热系数;  $\lambda_0$  为  $0^\circ\text{C}$  时材料的导热系数;  $b$  为温度系数,视不同材料由实验确定。

### 1.1.3 导热微分方程

傅里叶 (Fourier) 导热定律只能求解一维导热问题,对多维导热问题,需以傅里叶导热定律和能量守恒定律为基础建立导热微分方程,再根据具体的定解条件 (单值条件) 对微分方程进行求解,得到理论上的解析解,但很多情况下也只能得到近似解。

#### 1.1.3.1 导热微分方程的推导

假设发生导热现象的物体是均质连续各向同性物体,物性参数  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $c$  (比热容) 均为常数,忽略因温度引起的体积变化;若物体内有内热源,内热源均匀分布。

如图 1-2 所示,在物体内存任一微元体,各边长度分别为  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ ,微小时间段内微元体的热量平衡关系如下,在微小时间段  $d\tau$  内,沿  $x$  轴方向从左侧进入微元体的热量由傅里叶导热定律得

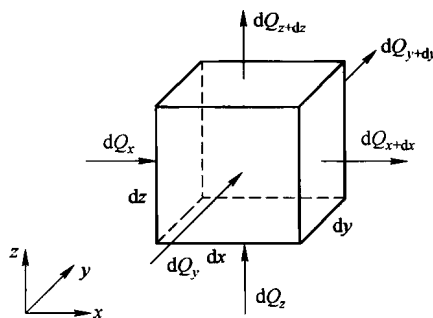


图 1-2 微元体的导热

$$dQ_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau$$

此时,微元体右侧面产生的温度增量为  $\frac{\partial t}{\partial x} dx$ ,右侧面的温度为  $t + \frac{\partial t}{\partial x} dx$ ,则通过右侧面导出微元体的热量为

$$dQ_{x+dx} = -\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left( t + \frac{\partial t}{\partial x} dx \right) dydzd\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx dydzd\tau$$

同理,在  $d\tau$  时间内,沿  $y$  轴方向从前面导入微元体的热量为

$$dQ_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dx dz d\tau$$

在  $d\tau$  时间内,沿  $y$  轴方向从后面导出微元体的热量为

$$dQ_{y+dy} = -\lambda \frac{\partial}{\partial y} \left( t + \frac{\partial t}{\partial y} dy \right) dx dz d\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dx dz d\tau - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dx dy dz d\tau$$

在  $d\tau$  时间内,沿  $z$  轴方向从下面导入微元体的热量为

$$dQ_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dx dy d\tau$$

在  $d\tau$  时间内, 沿  $z$  轴方向从上面导出微元体的热量为

$$dQ_{z+dz} = -\lambda \frac{\partial}{\partial z} \left( t + \frac{\partial t}{\partial z} dz \right) dx dy d\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dx dy d\tau - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dx dy dz d\tau$$

另设内热源产生的热量为  $\dot{Q} dx dy dz d\tau$

微元体的内能增量为  $\rho c dx dy dz \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$

当物体处于不稳定态导热或有内热源时, 由能量守恒定律可知:

导入微元体的热量 + 内热源产生的热量 = 导出微元体的热量 + 微元体的内能增量

$$\text{即 } dQ_x + dQ_y + dQ_z + \dot{Q} dx dy dz d\tau = dQ_{x+dx} + dQ_{y+dy} + dQ_{z+dz} + \rho c dx dy dz \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$$

将上述各项分别代入上式计算得

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{Q}}{\rho c} \quad (1-5)$$

式中,  $\frac{\lambda}{\rho c}$  为导温系数 (热扩散系数或热扩散率),  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , 用  $a$  表示, 它表示物体在加热或冷却时内部热量传播的快慢程度,  $a$  值越大, 物体越容易被加热或冷却。

式 (1-5) 为考虑内热源时固体的三维不稳定态导热微分方程, 它描述了导热现象发生时, 固体内各点温度随时间的变化情况, 即固体内温度场的变化, 此式也称为傅里叶导热微分方程。

### 1.1.3.2 导热微分方程简化

如果传热过程中不考虑内热源变化, 则  $\frac{\dot{Q}}{\rho c} = 0$ , 式 (1-5) 简化为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (1-6)$$

式 (1-6) 为不考虑内热源时固体的不稳定态导热微分方程。

当物体发生三维稳定态导热时, 由于  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ , 式 (1-6) 简化为

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0 \quad (1-7)$$

当热量传递只沿  $x$  方向进行时, 对于不稳定态导热, 式 (1-6) 简化为一维



不稳定态导热微分方程

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (1-8)$$

当热量传递只沿一个方向进行时, 对于稳定态导热, 式 (1-8) 又简化为一维稳态导热微分方程, 即傅里叶导热定律所表达的内容。

### 1.1.3.3 导热微分方程扩展

当物体的物性参数随温度产生变化时, 即物体的物性参数不是常数, 如  $\lambda = f(t)$ , 则微分方程 (1-5) 表示为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho c} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right] + \frac{\dot{Q}}{\rho c} \quad (1-9)$$

对流体导热的情况, 微分方程 (1-5) 左边可用全微分代替, 即

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z}$$

代入微分方程 (1-5) 得

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{Q}}{\rho c} \quad (1-10)$$

式中,  $\frac{\partial t}{\partial \tau}$  为温度随时间的变化;  $w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z}$  为温度随空间位置的变化。此式可描述流体内部的导热现象, 它确定了流体在流动过程中的不稳定温度场。

上述各式均为直角坐标系下物体的导热微分方程, 在某些情况下 (如棒线材的导热), 使用圆柱坐标系下的微分方程求解温度场更为方便, 对圆柱坐标系, 利用坐标变换 ( $X = r \cos \theta$ ,  $Y = r \sin \theta$ ,  $Z = z$ ), 可得圆柱体的导热微分方程

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{Q}}{\rho c} \quad (1-11)$$

在一维导热 (只沿半径方向) 且无内热源情况下, 式 (1-11) 可简化为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (1-12)$$

### 1.1.3.4 导热过程的单值条件

导热微分方程是描述导热过程的通用微分表达式, 适合所有导热现象的导热过程, 但它只表示了物体内部各点温度之间的内在联系, 不能给出一个具体导热过程的温度表达式。由于每一个具体导热过程总是在某一特定的具体条件下发生的, 这种特定的具体条件将每一个具体的导热过程相互区别开来。因此, 要求解一个具体的导热过程, 就必须寻找出相应的定解条件, 即导热现象的单值条件。