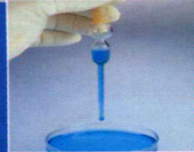
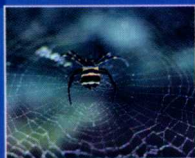


KEXUEMUJIZHE

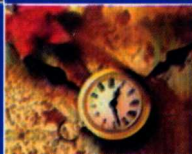
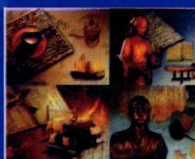
科学目击者

数 学 悖 论

北京未来新世纪教育科学研究所 编



新疆青少年出版社
喀什维吾尔文出版社



责任编辑 周英徽 裴英明 邵鹏军

责任校对 马 灿

封面设计 静 子

ISBN 7-5373-1406-3



9 787537 314060 >

ISBN 7-5373-1406-3

总定价：1680.00 元（共 200 册）



CS1259739

科学目击者

数学悖论

1036581

北京未来新世纪教育科学研究所 编

N49
0467



重庆师大图书馆

新疆青少年出版社
喀什维吾尔文出版社

图书在版编目(CIP)数据

科学目击者/张兴主编. —喀什:喀什维吾尔文出版社;乌鲁木齐:新疆青少年出版社, 2005. 12

ISBN 7-5373-1406-3

I. 科... II. 张... III. 自然科学—普及读物 IV. N49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 160577 号

科学目击者

数学悖论

北京未来新世纪教育科学研究所 编

新疆青少年出版社 出版
喀什维吾尔文出版社

(乌鲁木齐市胜利路 100 号 邮编:830001)

北京市朝教印刷厂印刷

开本:787mm×1092mm 32 开

印张:600 字数:7200 千

2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

印数:1-3000

ISBN 7-5373-1406-3 总定价:1680.00 元(共 200 册)

如有印装质量问题请直接同承印厂调换

前 言

同仁们常议当年读书之难，奔波四处，往往求一书而不得，遂以为今日之憾。忆苦之余，遂萌发组编一套丛书之念，望今日学生不复有我辈之憾。

现今科教发展迅速，自非我年少时所能比。即便是个小地方的书馆，也是书籍林总，琳琅满目，所包甚广，一套小小的丛书置身其中，无异于沧海一粟。所以我等不奢望以此套丛书贪雪中送炭之功，惟愿能成锦上添花之美，此为我们奋力编辑的目的所在。

有鉴于此，我们将《科学目击者》呈献给大家。它事例新颖，文字精彩，内容上囊括了宇宙、自然、地理、人体、科技、动物、植物等科学奥秘知识，涵盖面极广。对于致力于奥秘探索的朋友们来说，这是一个生机勃勃、变幻无穷、具有无限魅力的科学世界。它将以最生动的文字，最缜密的思维，最精彩的图片，与您一起畅游瑰丽多姿的奥秘世界，一起探索种种扑朔迷离的科学疑云。

《科学目击者》所涉知识繁杂,实非少数几人所能完成,所以我们在编稿之时,于众多专家学者的著作多有借鉴,在此深表谢意。由于时间仓促,纰漏在所难免如果给读者您的阅读带来不便,敬请批评指正。

编 者

目 录

一	逻辑学悖论	1
	1. 克里特人伊壁孟德	2
	2. 鳄鱼和小孩	3
	3. 抽象语言	4
	4. 梵学者的预言	6
	5. 意想不到的老虎	8
	6. 纽科姆悖论	10
二	概率论悖论	12
	1. 赌徒的谬误	12
	2. 三张卡片的骗局	15
	3. 三个贝壳的骗局	18
	4. 电梯悖论	21
	5. 碰运气	22
	6. 鹦鹉之谜	25
	7. 中立原理	29
三	关于数的悖论	32
	1. 六个席位之谜	32
	2. 无所不在的 9	34
	3. 无可奈何的汽车司机	36

	4. 一块钱哪里去了	39
	5. 奇妙的方阵	41
四	几何学悖论	44
	1. 月亮的不解之谜	45
	2. 兰迪先生的奇异地毯	47
	3. 失踪的舞蹈家	52
	4. 不可逃遁的点	55
	5. 病态曲线	57
	6. 未知的宇宙	58
五	统计学悖论	62
	1. 轻率的结论	62
	2. 小世界的悖论	65
	3. 你属于哪一宫	67
	4. 亨普尔关于乌鸦的悖论	69
	5. 错综的群体	71
	6. 奇异的纸牌把戏	73
六	关于时间的悖论	76
	1. 滑雪者的挫折	77
	2. 基诺悖论	78
	3. 蠕虫与橡皮绳悖论	80
	4. 主人和狗的悖论	82
	5. 并列的世界	85
	6. 时间的延迟	87
	7. 命运、机会和自由意志	88

一 逻辑学悖论

没有什么比一个使人主意忽左忽右的悖论更能引起学生的兴趣了。他们被一步一步地引上繁花似锦的小道,遵循着一条无懈可击的推理思路往前走,结果他们忽然发现自己已陷入矛盾之中。到底是什么错了?难道就在演绎推理这一过程背后有可能隐伏着什么倒霉的缺陷吗?

这一章的主要目的是尽可能用娱乐的方式,通过提出现代逻辑学中最重要悖论来引起学生的兴趣。在这里,“悖论”这个词意思比其他部分要窄一点。在其他几章中,悖论是强烈违反我们直觉的问题。在这里,悖论只是直接导致彼此矛盾的结果,就像证明 $2+2$ 又等于 4 ,又不等于 4 一样。逻辑悖论是“不可解”的,除非能找到一种方法来完全消除这种恶性的矛盾。

逻辑学是一切演绎推理的基础,一个不懂基础逻辑而学数学的学生是没有能力来掌握数学基础的。对这些基础的理解往往是较困难的,它使初学学生丧失对数学的兴趣。逻辑学并不像他们想像的那样枯燥无味,而是

一个对数学很重要的、生动有趣的课题、其中有很多令人兴奋的问题尚待解决。

1. 克里特人伊壁孟德

伊壁孟德是个半传奇式的希腊人，他在公元前6世纪住在希腊，有一个神话说他曾经一下子睡了57年。据说，他曾经说：“所有的克里特人都是撒谎者。”

他说的是真的吗？如果他说的是实话，那么克里特人都是撒谎者，而伊壁孟德是克里特人，他必然说了假话。他撒谎了吗？如果他确实撒了谎，那么克里特人就都不是说谎的人，因而伊壁孟德也必然说了真话。他怎么会既撒谎，同时又说真话呢？

关于上面那段文字，如果我们假定撒谎者总是说假话，不撒谎的人总是说真话，那么就会出现逻辑的矛盾。按此假定，“所有的克里特人都是撒谎者”这句话不可能是真话，因为这说明伊壁孟德既是撒谎的人，因此他说的就不是真话。可是这又意味着克里特人是说真话的，那么伊壁孟德说的话也必定是真话，因此上面引的那句话也不可能是假话。

古希腊人曾为此大伤脑筋，怎么会一句话看上去完美无缺，自身没有矛盾，却既是真话又是假话呢？一个斯多噶派哲学家，克利西帕斯写了六篇关于“说谎者悖论”

的论文，没有一篇成功。有一位希腊诗人叫菲勒特斯，他的身体十分瘦弱，据说他的鞋中常带着铅以防被大风吹跑，他常常担心自己会因思索这些悖论而过早地丧命。在《新约》中，圣·保罗在他给占塔斯的书信中也引述过这段悖论。

2. 鳄鱼和小孩

希腊哲学家喜欢讲一个鳄鱼的故事。一条鳄鱼从母亲手中抢走了一个小孩。鳄鱼说：“我会不会吃掉你的孩子？答对了，我就把孩子不加伤害地还给你。”

母亲说：“你是要吃掉我的孩子的。”

鳄鱼说：“啊……我怎么办呢？如果我把孩子交还你，你就说错了。我应该吃掉他。”鳄鱼碰到了难题。它把孩子既要吃掉，同时又得交还给孩子的母亲。鳄鱼决定不把孩子交给母亲。

母亲说：“可是你必须交给我。如果你吃了我的孩子，我就说对了，你就得把他交回给我。”拙劣的鳄鱼懵了，结果把孩子交回了母亲，母亲一把拽住孩子，跑掉了。

鳄鱼自叹道：“要是她说我要还给她孩子，我就可美餐一顿了。”

如果你们细细琢磨这段著名的悖论，你们一定会明白那位母亲是多么机智。她对鳄鱼说的是“你将会吃掉

我的孩子”，无论鳄鱼怎么做，都必定与它的允诺相矛盾。如果它交回小孩，母亲就说错了，它就可以吃掉小孩。可如果它吃掉小孩，母亲就说对了，这就得让它把孩子无伤害地交出来。鳄鱼陷入了逻辑悖论之中，它无法从中摆脱出来而不违背它自己。如果不是这样，假定母亲说：“你将要把孩子交回给我。”那么，鳄鱼就随便了，它既可以交回孩子，也可以吃掉他。如果它交回小孩，母亲就说对了，鳄鱼遵循了自己的诺言。反过来，如果它聪明一些的话，它可以吃掉孩子，这使得母亲的话错了，鳄鱼便可以从交回小孩的义务中解脱出来。

3. 抽象语言

语义学悖论要靠引进抽象语言来解决。关于世界的种种论述，如“苹果是红的”或“苹果是蓝的”等，都是用实际语言来组成的。而关于真实性的论述则必须用抽象语言来组成。在这个例子中，不存在悖论，因为句子 A 是用抽象语言写出的，谈论的是句子 B 的真实性，而句子却是用实际语言写出的。我们怎样才能谈论一种抽象语言的真实性呢？我们必须达到更高级的抽象语言。在这个无穷的阶梯中，每一级对下一级都是抽象语言，对上一级又是实际语言。

抽象语言的概念是由波兰数学家阿尔弗雷德·塔斯

基提出的。在阶梯的底层是实际语言或形象语言,如“火星有两个卫星”,像真和假这种词不在这种语言中出现。为了谈论用这种语言表述的句子真和假,我们必须使用抽象语言,即比所说明的语言更高一级的语言。抽象语言包括了所有的形象语言,但它比形象语言“更丰富”,因为它可以谈论形象语言的真实性。我们引用一个塔斯基喜爱的例子:“雪是白的”是用形象语言说明的,而“‘雪是白的’这句话是真的”就是用抽象语言说的。

我们能否谈论一句抽象语言的真假性呢?能,不过,仅当进到更高一级的抽象语言,并用更高级和更丰富的,包括了所有它以下的形象语言的语言说话时才能做到。这个阶梯的每一级对它紧上面那一级而言都是形象语言。而每一级,除开最底下那级外,对于紧接在它下面的那级而言,又是抽象语言。这个阶梯,我们愿意向上延伸多少就可以有多少。

这个阶梯的头四级是:

- A. 任意一个三角形的内角和是 180° 。
- B. 句子 A 是真的。
- C. 句子 B 是真的。
- D. 句子 C 是真的。

注意,语句 A 简单叙述了几何客体的定理,关于定理的证明在几何教科书中则是用抽象语言 B 写的,关于证明理论的书又是用语言 C 写的。幸好,数学家很少需

要用比 C 更高级的语言。

4. 梵学者的预言

梵学者能用他的水晶球看到未来吗？试图预言未来就会导致一种新的奇异的逻辑悖论。一天梵学者与他的十多岁的女儿苏耶发生了争论。

苏耶说：“你是一个大骗子，爸爸，你根本不能预言未来。”

学者说：“我肯定能。”

苏耶：“不，你不能。我就可以证明它！”

苏耶在一张纸上写了一些字，把它折起来，再将它压在水晶球下，然后说：“我写了一件事，它在 3 点钟以前可能发生，也可能不发生，如果你能预言它是发生，还是不发生，在我毕业时你就不用给我买你答应过要给我买的汽车了。这是一张白卡片，如果你认为这件事会发生，就在上面写‘是’；如果你认为它不发生，你就写‘不’。要是你写错了，你答应现在就买辆汽车给我，不要拖到以后好吗？”

学者说：“好吧，苏耶，这可是一项定约啊。”然后在卡片写了一个字。

到 3 点钟时，苏耶把水晶球下面的纸拿出来，高声读道：“在下午 3 点之前你将写一个‘不’字在卡片上。”

学者说：“你捉弄了我。我写的是‘是’，所以我错了。可是，我要是写‘不’在卡片上，我也错了。我根本不可能写对的。”……

这条悖论最早的形式是关于一台计算机，这台计算机用开红灯表示“是”，开绿灯表示“不”。这台计算机被要求用回答“是”或“不”来预言下一次灯亮是不是它的绿灯。很明显，要它预言正确，在逻辑上是不可能的。这个悖论可以简化成最简单的形式，即问一个人：“你下句话要讲的是‘不’，对不对？请回答‘是’或‘不’。”

这条悖论是否和说谎者悖论相同？这个问题将引起一场有趣的讨论。当这个人回答时，“不”的意思是什么？显然，在说谎者悖论中它相当于“我现在说的‘这是错的’这句话是错的”，这自然和“这句话是错的”一样。因此，梵学者悖论只不过是说谎者悖论经过伪装的翻版而已。

注意，恰如“这句话是对的”不会导致悖论一样，问题是你下句话要说“是”，这对不对呢？也不会导致悖论，学者回答“是”或“不”都不会引起矛盾。这也就好像我们对说谎者悖论的翻版——鳄鱼故事的情况，上述结果相当于：妈妈要是说：“你要把孩子还给我。”鳄鱼既可以吃掉小孩，也可以交回小孩，均不会引起矛盾。

5. 意想不到的老虎

一位公主想和迈克结婚,但国王要求迈克打死五个门后藏着的一只老虎后,才可以和公主结婚。他说:“迈克必须顺次序开门,从一号门开始。他事先不知道哪个房间里有老虎,只有开了那扇门才知道,这只老底将是料想不到的。”

迈克看着这些门,对自己说道:“如果我打开了四个空房间的门,我就会知道老虎在第五个房间。可是,国王说我不能事先知道它在哪里,所以老虎不可能在第五个房间里。五被排除了,所以老虎必然在其余四个房间之一。那么在我开了三个空房间之后,又怎么样了?老虎必然在第四个房间。可是,这样它就不是预料不到的了。所以四也被排除了。”按同样的理由,迈克证明老虎不能在第三、第二和第一个房间。迈克十分快乐,他想:哪个门的背后也不会有老虎。如果有,它就不是料想不到的。这不符合国王的允诺,国王总是遵守诺言的。

迈克证明了不会有老虎之后,就冒冒失失地去开门了。使他惊骇的是,老虎从第二个房间中跳了出来——这是完全出乎意料的,这一切表明国王遵守了他的诺言。迄今为止,逻辑学家对于迈克究竟错在哪里还未得到统一意见。

意想不到的老虎这则悖论有很多其他形式的故事。不知什么原因，它第一次是发表在 20 世纪 40 年代初，说的的是一个教授的故事。这位教授宣布下一周的其一天要举行一次“意料之外的考试”，他向他的学生保证，没有一个学生能在考试那天之前推测出考试的日期。一个学生“证明”了这不会在下一周的最后一天，接着是不会在倒数第二天，倒数第三天，等等，结果是不会在下周的每一天考试。然而，教授能够遵守他的诺言来考学生，比如说在第三天考。当哈佛大学哲学家 W. V. 奎因在 1953 年写的一篇关于这个悖论的论文中，把它改成了一个监狱长排定一个意想不到的日期绞死犯人的故事。

大多数人承认迈克推理的第一步是正确的，即那只老虎不可能在最后一个房间。可是，一旦承认这是严格的推理，迈克其余的推理就跟着成立。因为，假若老虎不可能在最后一个房间，那么同样的理由将排除它在倒数第二间，第三间，一直到其余各房间。然而，很容易证明迈克推理的第一步也是错的。假定他打开了所有房门，只余下最后一个门。这时，他能准确地推断说最后一个房间里没有老虎吗？不能。因为，如果他这样推断，他也许会打开这个房门，发现有一个料想不到的老虎在其中。其实，即使问题中只有一个房间，整个悖论也仍存在。逻辑学家的一致意见是，尽管国王知道他能够遵守他的诺言，而迈克却无法知道它。因此，他根本无法以充分的证