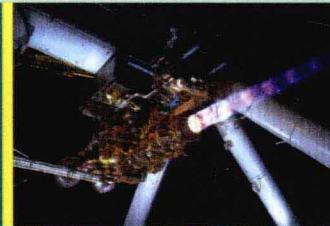




工程力学

(第2版) [上册]

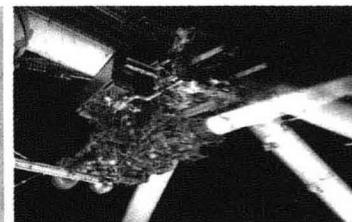
◎邱小林 冯 薇 冯新红 包忠有 编著



GONGCHENG LIXUE

工程力学

(第2版) [上册]



◎邱小林 冯 薇 冯新红 包忠有 编著

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本教材是按 90 ~ 96 课时编写的，适用于高等教育应用型院校对《工程力学》课程安排为中等学时的各专业，亦适用于自学使用。内容包含静力学基本理论，构件的强度、刚度和稳定性计算，以及运动学和动力学基本概念。

本教材中除例题和习题以外，还有一定数量的思考题及题后分析，以帮助使用本教材的读者进一步提高分析问题和解决问题的能力，实现我们抛砖引玉的目标。

版权专有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学：全 2 册 / 邱小林等编著. —2 版. —北京：北京理工大学出版社，2012. 7

ISBN 978 - 7 - 5640 - 6335 - 1

I. ①工… II. ①邱… III. ①工程力学 - 高等学校 - 教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 165860 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京市通州富达印刷厂

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 / 33.25

字 数 / 754 千字

版 次 / 2012 年 7 月第 2 版 2012 年 7 月第 1 次印刷

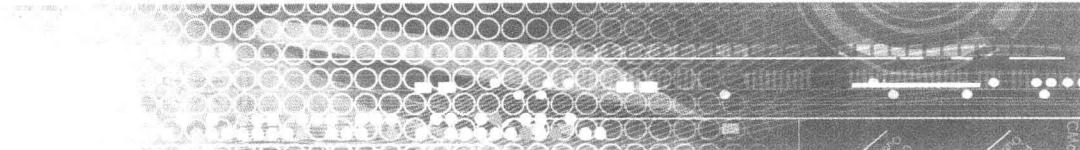
印 数 / 1 ~ 1500 册

总 定 价 / 79.00 元

责任校对 / 陈玉梅

责任印制 / 王美丽

图书出现印装质量问题，本社负责调换



出版说明 >>>>

北京理工大学出版社为了顺应国家对机电专业技术人才的培养要求，满足企业对毕业生的技能需求，以服务教学、立足岗位、面向就业为方向，经过多年的大力发展，开发了近 30 多个系列 500 多个品种的高等教育机电类产品，覆盖了机械设计与制造、材料成型与控制技术、数控技术、模具设计与制造、机电一体化技术、焊接技术及自动化等 30 多个制造类专业。

为了进一步服务全国机电类高等教育的发展，北京理工大学出版社特邀请一批国内知名行业专业、高等院校骨干教师、企业专家和相关作者，根据高等教育教材改革的发展趋势，从业已出版的机电类教材中，精心挑选一批质量高、销量好、院校覆盖面广的作品，集中研讨、分别针对每本书提出修改意见，修订出版了该高等院校“十二五”特色精品课程建设成果系列教材。

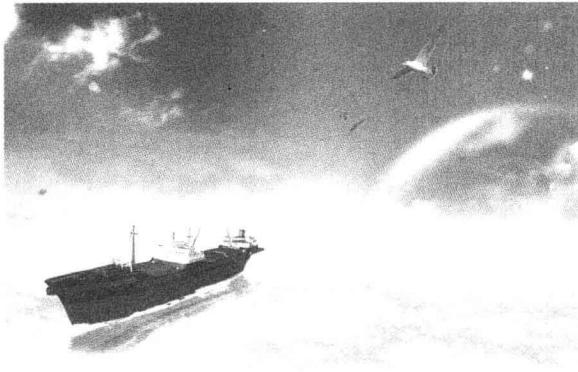
本系列教材立足于完整的专业课程体系，结构严整，同时又不失灵活性，配有大量的插图、表格和案例资料。作者结合已出版教材在各个院校的实际使用情况，本着“实用、适用、先进”的修订原则和“通俗、精炼、可操作”的编写风格，力求提高学生的实际操作能力，使学生更好地适应社会需求。

本系列教材在开发过程中，为了更适宜于教学，特开发配套立体资源包，包括如下内容：

- 教材使用说明；
- 电子教案，并附有课程说明、教学大纲、教学重难点及课时安排等；
- 教学课件，包括：PPT 课件及教学实训演示视频等；
- 教学拓展资源，包括：教学素材、教学案例及网络资源等；

- 教学题库及答案，包括：同步测试题及答案、阶段测试题及答案等；
- 教材交流支持平台。

北京理工大学出版社



Qianyan

前 言 >>>>

本教材系按 90 ~ 96 课时编写的，适用于高等教育应用型院校对《工程力学》课程安排为中等学时的各专业，亦可供自学之用。

在内容的安排上，先讲授静力学基本理论，然后讲述构件的强度、刚度和稳定性计算，最后讲授运动学和动力学基本理论。

本教材吸收了众多学者的教学经验，在例题和习题的选择上，紧紧围绕相应的基本理论，并配以合适的题后分析及相应的思考题，以启发读者能深入思考，从中找出规律性的东西，提高读书质量。这其中包括了读者易于误解之处以及需要灵活掌握的方法，力求在分析问题和解决问题时避免呆板，防止死记硬背。建议读者在做完每一道习题之后，亦应进行题后分析，把书读活读好，扎实地掌握其基本理论、基本概念及解题技巧，并在生产实践中加以灵活应用。

本教材由南昌理工学院邱小林教授、江西农业大学冯薇副教授、江西渝州科技职业学院冯新红老师、华东交通大学包忠有教授编著，华东交通大学余学文副教授也参加了编写。

欢迎使用本教材的教师和读者对本教材提出宝贵意见，以帮助我们不断提高学术水平。

编 者



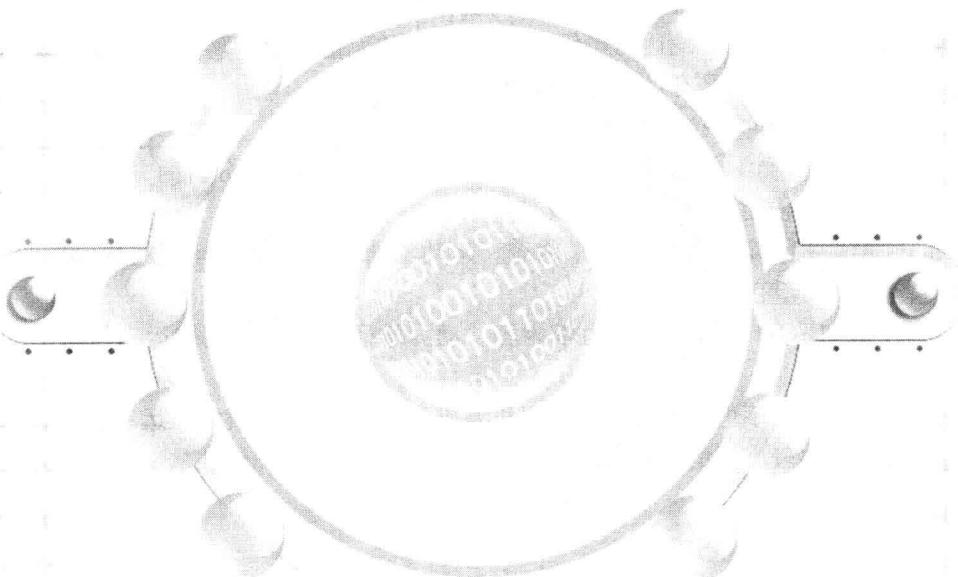
目 录

第一篇 理论力学

第1章 静力学公理和物体的受力分析	3	小结	44
1.1 静力学引言	3	思考题	45
1.2 静力学的基本概念	3	习题	45
1.3 静力学公理	5		
1.4 约束和约束反力	7		
1.5 物体的受力分析	10		
小结	17		
思考题	17		
习题	18		
第2章 平面汇交力系	22		
2.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法	22		
2.2 三力平衡定理	24		
2.3 力的分解·力的投影	25		
2.4 平面汇交力系合成与平衡的解析法	27		
小结	32		
思考题	33		
习题	33		
第3章 力对点的矩·平面力偶理论	36		
3.1 力对点的矩	36		
3.2 力偶与力偶矩	37		
3.3 平面力偶系的合成和平衡条件	39		
第4章 平面任意力系	47		
4.1 工程中的平面任意力系问题	47		
4.2 平面任意力系向一点的简化	48		
4.3 平面任意力系简化结果的讨论·合力矩定理	52		
4.4 平面任意力系的平衡条件·平衡方程	54		
4.5 平面平行力系的平衡方程	58		
4.6 物体系的平衡问题	59		
4.7 静定与超静定问题的概念	65		
小结	66		
思考题	67		
习题	68		
第5章 考虑摩擦的平衡问题	73		
5.1 引言	73		
5.2 滑动摩擦力的性质·滑动摩擦定律	73		
5.3 自锁现象和摩擦角	76		

5.4 考虑摩擦的平衡问题	78	小结	132
5.5 滚动摩阻的概念	82	思考题	132
小结	82	习题	133
思考题	83		
习题	84		
第6章 空间力系	86	第9章 点的合成运动	135
6.1 空间力在直角坐标轴上的 投影和沿直角坐标轴的 分解	86	9.1 点的合成运动的概念	135
6.2 空间汇交力系的合成与 平衡	88	9.2 点的速度合成定理	137
6.3 空间力偶理论	91	9.3 牵连运动为平动时点的 加速度合成定理	141
6.4 力对点的矩矢和力 对轴的矩	93	小结	144
6.5 空间任意力系向一点的 简化·主矢和主矩	96	思考题	144
6.6 空间任意力系的平衡 方程	98	习题	145
6.7 空间力系的平衡问题	99		
6.8 物体的重心·形心	103		
小结	110		
思考题	111		
习题	111		
第7章 点的运动学	115	第10章 刚体的平面运动	149
7.1 运动学引言	115	10.1 刚体平面运动的概念	149
7.2 点的运动的矢量法	116	10.2 平面图形的运动方程 平面图形运动的分解	150
7.3 点的运动的直角坐标法	117	10.3 求平面图形上点的速度的 基点法	151
7.4 点的运动的弧坐标法	121	10.4 求平面图形上点的速度的 瞬心法	154
小结	125	10.5 求平面图形上点的加速度的 基点法	158
思考题	125	小结	161
习题	125	思考题	162
		习题	162
第8章 刚体的基本运动	127		
8.1 刚体的平行移动	127	第11章 质点运动微分方程	166
8.2 刚体绕固定轴的转动	128	11.1 动力学引言	166
8.3 定轴转动刚体内各点的速度 和加速度	129	11.2 动力学的基本定律	166
		11.3 质点运动微分方程	168
		11.4 质点动力学的两类问题	169
		小结	172
		思考题	172
		习题	173
第12章 动量定理	175		
12.1 动量	175		
12.2 力的冲量	178		

12.3 动量定理.....	178	思考题.....	229
12.4 质心运动定理.....	184	习题.....	229
小结.....	186		
思考题.....	187		
习题.....	188		
第13章 动量矩定理	191	第15章 达朗伯原理	233
13.1 动量矩.....	191	15.1 惯性力·达朗伯原理.....	233
13.2 动量矩定理.....	194	15.2 刚体惯性力系的简化.....	237
13.3 转动惯量·平行轴定理.....	199	15.3 动静法.....	240
13.4 刚体的定轴转动微分 方程.....	203	小结.....	243
小结.....	206	思考题.....	244
思考题.....	207	习题.....	244
习题.....	207		
第14章 动能定理	211	第16章 虚位移原理	247
14.1 力的功·元功·功率.....	211	16.1 约束的分类·广义坐标与 自由度.....	247
14.2 几种常见力的功.....	213	16.2 虚位移·虚功·理想 约束.....	249
14.3 动能.....	216	16.3 虚位移原理.....	252
14.4 动能定理.....	218	16.4 虚位移原理应用举例.....	254
14.5 基本定理的综合应用.....	223	小结.....	258
小结.....	228	思考题.....	258
		习题.....	259
		习题答案.....	262



第一篇 理论力学

本篇研究物体机械运动的一般规律。

运动是物质的存在方式,所有物质都处在永恒不停的运动中。没有运动的物质是不存在的。但物质运动的形式却多种多样,任何物理过程(如发光、生电)、化学过程(如合成、分解)、生物过程(如细胞的分裂)甚至人的思维过程等,都属于物质运动的不同形式。机械运动是物质运动形式中最简单的一种。所谓机械运动,就是物体在空间的位置随时间而发生改变的运动。平衡是机械运动的一种特殊情况。机械运动现象是如此之普遍,可以说宇宙万物无一不处于机械运动之中,甚至比较复杂的物质运动形式也与机械运动有着或多或少的联系。所以对机械运动的研究有着十分重要的意义。

研究机械运动的一般规律,是以刚体、质点和质点系为研究对象,以牛顿定律为理论基础,通过一系列的公理、定理、原理来揭示研究对象的机械运动的普遍规律。这些内容属于经典力学的范畴,它适用于宏观、低速(与光速相比)物体的运动。近代物理学的重大发展表明,对于

微观粒子和速度接近于光速的宏观物体,它们的机械运动有其特殊的规律性,不属于经典力学的研究范畴。在科学技术高度发达的当代,生产实践中的大量力学问题,仍用经典力学的理论来解决,不仅使用方便,而且具有足够的精确度。

本篇的内容可以划分为三部分:

第一部分(第1~6章),属于静力学内容。静力学研究物体受力分析的方法、力系简化的
方法,以及物体在力系作用下的平衡规律及其应用。

第二部分(第7~10章),属于运动学内容。运动学研究物体机械运动的几何性质,如点的运动轨迹、速度、加速度等。

第三部分(第11~16章),属于动力学内容。动力学研究物体的机械运动与所受的力之间的关系。

学习第一篇的内容,不但为学习第二篇提供基础知识,而且在了解机械运动的客观规律的基础上,为认识和解决较广泛的工程实际问题,以及学习其他技术知识和从事科学的研究工作创造条件。



第1章 静力学公理和物体的受力分析

导言

- 本章讲述静力学的基本概念和公理、常见的约束与其约束反力,以及物体的受力分析。
- 静力学的基本概念和公理是静力学的理论基础;物体受力分析是力学课程中第一个重要的基本训练。
- 将约束视为一知识单元,它由四个相关的知识点组成,且其相依关系为:约束概念→约束构造→约束性质→约束反力。
- 力的概念、公理及约束等知识是正确进行物体受力分析的依据。

1.1 静力学引言

静力学研究物体在力系作用下的平衡规律及其在工程中的应用。

力系是指作用在物体上的一组力。

平衡是指物体相对于惯性参考系保持静止或作匀速直线平动。虽然,平衡是物体机械运动的一种特殊状态。一般工程问题中,平衡通常是指相对于地球保持静止或作匀速直线平动。

静力学主要包含三个内容:

一是**物体的受力分析**,即了解物体的受力情况。

二是**力系的简化**。如果两个力系对某物体的作用效果相同,则说这两个力系是**等效力系**。这时,可用其中的一个力系代替另一个力系,而不改变对该物体的作用效果,这种代换称为**力系的等效代换**。用简单的力系等效代换复杂的力系,称作**力系的简化**。

三是**力系的平衡条件**,并应用平衡条件求解工程实际问题。需要注意,物体处于平衡状态与物体上所受力系满足力系的平衡条件,这二者的含义不是相互等同的。物体平衡时,其上所受力系必满足力系的平衡条件;物体上所受力系满足力系的平衡条件时,物体不一定平衡。

静力学部分所建立的基本概念、理论和方法,在动力学部分中也将得到应用,这些概念是重要的力学基础知识。

1.2 静力学的基本概念

力和刚体是静力学中两个重要的基本概念。这里将介绍这两个概念的涵义,说明它们反

映了客观事物的何种本质特征,是概括了客观事物的哪些共性而抽象化形成的。

1.2.1 力的概念

在生活和生产实践中,到处可以看到相互作用的物体。物体相互作用所产生的效果是多种多样的。铁板与空气接触,这种作用的效果是使铁板表面生锈;玻璃棒与丝绸摩擦,这种作用的效果是使玻璃棒带电,如此等等。两个物体相互作用,使物体的机械运动状态发生改变,这种作用效果更是经常、大量观察得到的。例如用手将石子抛出,手与石子相互作用的结果是使石子由静止而进入运动。被抛出的石子与地球相互吸引,又使石子沿抛物线降落。手抛石子的作用,地球吸引石子的作用,它们的效果都是使石子的机械运动状态发生改变,产生这种效果的机械作用称之为力。

不论是何种物体相互作用,也不论物体之间相互作用的方式如何,只要物体间相互作用的效果是使物体的机械运动状态发生改变,就将具有这种本质特征的机械作用称之为力。总之,力是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的机械运动状态发生改变。物体的变形是物体机械运动状态改变的一种形式。所以,力的作用效果包括使物体发生变形。

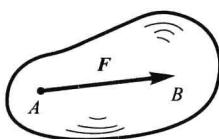


图 1-1

实践证明,力对物体的作用效果决定于力的大小、方向和作用点,称为力的三要素。作用在物体上的力 F (图 1-1)需要用矢量表示。矢量的起点 A 表示力的作用点;矢量的长度 AB 按选定的比例尺表示力的大小;矢量的方向表示力作用的方向。

在国际单位制中,力的单位是牛[顿](N)或千牛[顿](kN),且 $1\text{ kN} = 10^3\text{ N}$ 。

理解和应用力的概念时应明确:

(1) 力是两个物体的相互作用,每一力必有承受此力作用的物体,称为受力物体,还有施加这一作用力的物体,称为施力物体。

(2) 两个物体相互作用,同时产生两个力。力总是成对出现的,每一对力中,一个力的受力物体正是另一个力的施力物体。

1.2.2 刚体的概念

任何物体受力作用时都要发生变形,即便变形极其微小,也能用各种测试手段证明变形的存在。但是,在研究物体机械运动规律时,如果物体受力作用所引起的变形很小,对所研究的问题影响甚微;或者物体的变形已经结束,不再继续发生,且已发生的变形与所研究的问题无关。在上述情况下,为使问题得到简化,可以略去物体变形这一次要因素,把所研究的物体看作不变形的物体——刚体。刚体是受力作用而不变形的物体。刚体上任意两点的距离恒定不变。

绝对刚硬的物体在客观世界中并不存在,刚体是一种理想化的力学模型。在所研究的机械运动问题中,物体的变形可以不予考虑,这是刚体概念所反映和概括的本质特征。

需强调指出,一个物体是否视为刚体,应取决于所研究问题的性质。在图 1-2 中的钢杆 AB 受三个力作用处于静止平衡状态。若研究钢杆平衡时三个力所需满足的条件,可不考虑钢杆的变形,将其视为刚体;若研究钢杆是否可能被拉断,钢

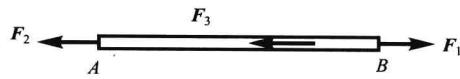


图 1-2

杆的变形则是决定性因素,需将其视为变形体。

上例中当需考虑杆AB的变形时,刚体的概念仍是解决变形体力学问题时所需要考虑的一个方面。由刚体概念所建立的一些平衡规律,在第二篇中研究弹性杆件时,都将有条件地得到应用。

1.3 静力学公理

静力学公理是人们在实践中总结出的关于力的一些基本规律,这些规律又在实践中得到验证,而被人们所公认。静力学公理所反映的规律是极其简单的,但是,它是建立静力学理论的基础。

公理一 二力平衡条件

物体受两个力作用且处于平衡状态,此二力必须满足的条件是:作用在同一条直线上,且大小相等,方向相反。

由两个力所组成的力系是最简单的力系。公理一给出了这种最简单力系的平衡条件。按图1-3这二力矢量的关系为:

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

公理二 力的平行四边形法则

一力与某力系等效,则此力称为该力系的合力。

作用在物体同一点的两个力,可以合成为作用在该点的一个合力,合力矢量的大小和方向,用以这两个分力为边所组成的平行四边形的对角线来确定。

图1-4(a)中的平行四边形ABCD表示了作用在A点的分力 \mathbf{F}_1 和 \mathbf{F}_2 与其合力 \mathbf{R} 的关系。

由矢量代数可知,合力矢量等于二分力矢量的矢量和:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

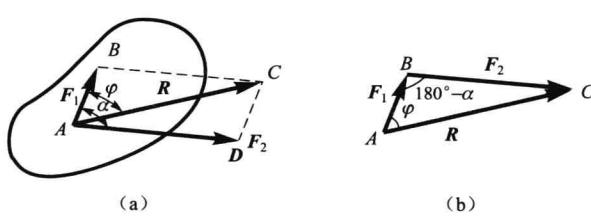


图1-4

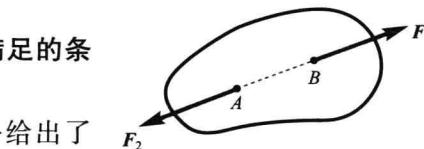


图1-3

合力矢量也可由图1-4(b)中的力三角形确定。由余弦定理求合力的大小:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

用正弦定理确定合力 \mathbf{R} 与分力 \mathbf{F}_1 的夹角:

$$\sin \varphi = \frac{F_2}{R} \sin \alpha$$

公理三 加减平衡力系原理

满足力系平衡条件的力系称为平衡力系。平衡力系不能改变刚体的运动状态,或说平衡力系对刚体不产生作用效果。

从作用在刚体上的力系中,减去或加上任意的平衡力系,对刚体的作用效果不会改变。

由这一公理还可引出力的可传性:

作用在刚体上的力,可沿其作用线在该刚体上移动,而不改变此力对该刚体的作用效果,

如图 1-5 所示。

应用力的可传性时需注意：

此原理只能用于刚体，如图 1-6(a)所示刚体受二等值、反向、共线的拉力 $F_A = -F_B$ 作用平衡，依力的可传性，将二力分别沿作用线移动成图 1-6(b)所示受二压力作用平衡是允许的。但对变形体（假如图 1-6 中杆 AB 是变形体，变形体将在本书第二篇中研究）则力的可传性原理不成立。因图 1-6(a)中杆 AB 受拉产生伸长变形，而图 1-6(b)中杆 AB 受压产生缩短变形，二者截然不同。如不考虑条件，乱用力的可传性，必将导致错误结果。

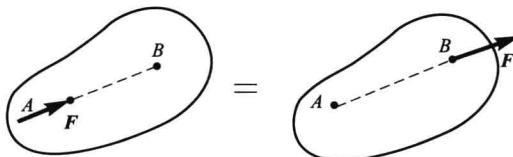


图 1-5

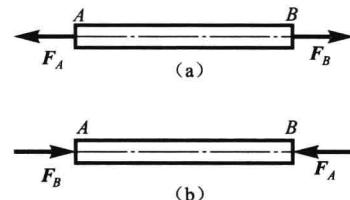


图 1-6

又如图 1-7(a)、(b)所示刚架，根据力的可传性，将力 F 由作用点 O 移到了作用点 O' ，好吗？

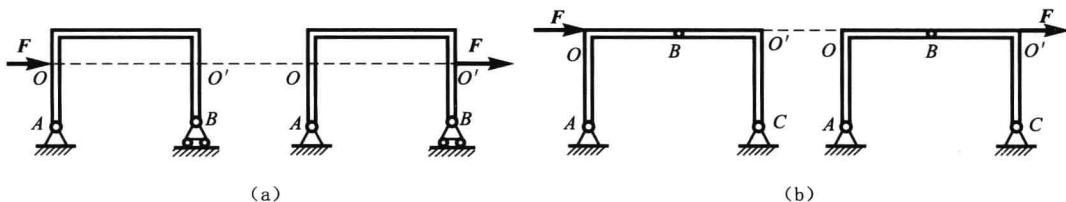


图 1-7

要注意力的可传性是针对一个刚体而言的，即作用在同一刚体上的力可沿其作用线移动到该刚体上的任一点，而不改变此力对刚体的外效应。故图 1-7(a)中力的移动是可以的，但图 1-7(b)中力 F 的移动是错误的。因为，这时力 F 已由刚体 AB 移到了刚体 BC 上，这是不允许的。因为移动前 BC 是二力构件，刚体 AB 是受三力作用而平衡的。其受力图如图 1-8(a)所示。而移动后刚体 BC 和 AB 的受力图都发生了变化，如图 1-8(b)所示。刚体 AB 由原受三力平衡变为受二力平衡（二力构件）。而刚体 BC 由原受二力平衡变为受三力平衡。同时在铰链 B 处，两个刚体相互作用力的方向在力移动之后也发生了变化。因此，力只能在同一刚体上沿其作用线移动，而绝不允许由一个刚体移动到另一个刚体上。

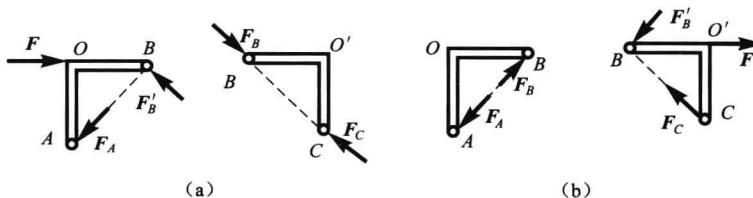


图 1-8



公理四 作用和反作用定律

两个物体相互作用,同时产生一对力。称其中一个为作用力,另一个则为反作用力。

两个物体相互作用所产生的作用力与反作用力,总是共线、等值、反向地分别作用在相互作用的两个物体上。

分别用力 F 和 F' 表示作用力和反作用力,二力矢量的关系为:

$$F = -F'$$

公理四中作用力与反作用力的关系,以及公理一中两个平衡力之间的关系,都表达为:两个力共线、等值、反向。但是,公理一中指的是作用在同一个物体上的两个力,公理四中指的是分别作用在两个物体上的两个力。这是两个公理在本质上的差异。

作用与反作用定律,适用于刚体,也适用于变形体;适用于平衡的物体,也适用于一般运动的物体。

1.4 约束和约束反力

物体可以这样分为两类:一类是自由体,它可以自由地移动,不受其他物体的任何限制。如空中飞行的飞机,它可以在任意方向移动和旋转,属于自由体。另一类是非自由体,它不能自由地移动,某些方向的移动因受其他物体的限制不能实现。如用绳索悬挂的重物,受绳索的限制不能发生向下的移动,属于非自由体。

限制非自由体自由移动的其他物体,称为非自由体的约束。如上述绳索就是重物的约束。约束对非自由体的机械作用称为约束反力。由于约束对非自由体的作用是阻碍非自由体的移动,所以,约束反力的方向,总是与约束所阻碍的移动的方向相反。这是确定约束反力方向的一般原则,约束反力的大小都是未知的。

在生活和生产实践中,约束的形式繁多,这里仅就几种典型的、常见的约束作一介绍。着重说明由约束的构造确定约束的性质,由约束的性质分析约束反力的一般方法,从而培养把工程问题简化为力学问题的能力。

1.4.1 柔索

柔索约束由软绳、链条等构成。柔索只能承受拉力,即只能限制物体在柔索受拉方向的移动,这就是柔索约束的约束性质。被约束的物体所受的约束反力与约束所限制的移动方向相反,所以,柔索的约束反力通过接触点,沿着柔索而背离物体。

图 1-9 给出一受软绳约束的物体,约束反力 T 如图中所示,约束反力 T 的反作用力 T' 作用在软绳上,使软绳受拉。

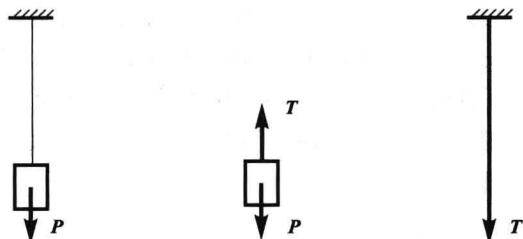


图 1-9

1.4.2 光滑面

光滑面约束由两个物体表面光滑接触所构成。物体沿接触面的公法线且指向接触面的移动受到限制。这是光滑面约束的约束性质。所以,光滑面对物体的约束反力作用于接触点,沿

接触面的公法线且指向物体。

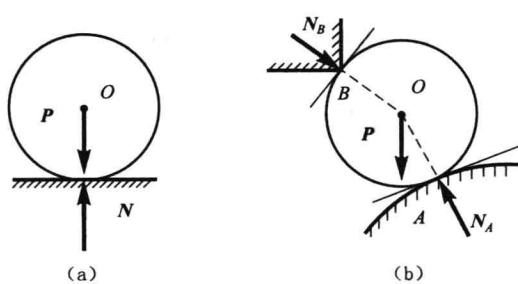


图 1-10

面。需要考虑摩擦的情况,将在第 5 章专门讨论。

1.4.3 光滑圆柱铰链

铰链约束是连接两个物体(构件)的常见约束形式。铰链约束是这样构成的:在两个物体上各作一个大小相同的光滑圆孔,用光滑圆柱销钉插入两物体的圆孔中,如图 1-11(a)所示。圆柱铰链连接用简化图形如图 1-11(b)表示。

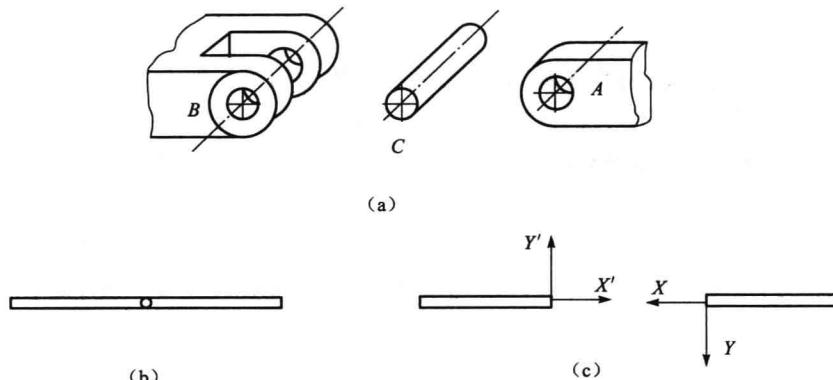


图 1-11

根据圆柱铰链连接的构造,其约束性质是:在两物体的铰链连接处,允许有相对转动(角位移)发生,不允许有相对移动(线位移)发生。因为铰链约束所限制的线位移方向不能直观确定,可将其分解为互相垂直的两个位移分量。与之对应,铰链连接的约束反力用相互垂直的两分力表示,如图 1-11(c)所示。此二力的大小和指向均为未知,图 1-11(c)中约束反力的指向是假定的。

1.4.4 铰支座

铰支座有固定铰支座和滚动铰支座两种。把构件用铰链与地面或其他固定的物体连接,构成的约束称为固定铰支座(图 1-12(a))。将构件用铰链连接在支座上,支座又用辊轴支持在光滑面上,这样构成的约束称为滚动铰支座(图 1-12(b))。这两种支座的简化图形分别如图 1-12(c)和(d)所示。图(e)中的梁 AB 其两端就是分别用这两种支座固定在地面上,这

图 1-10(a)中力 N 为光滑接触面对轮 O 的约束反力。图 1-10(b)中的圆盘 O 在 A 、 B 两点各有一光滑接触面。反力 N_A 沿两个接触面的公法线,反力 N_B 沿圆盘表面的法线,两个反力都指向圆盘的中心 O 。

实际生活中理想的光滑面并不存在。当接触面的摩擦很小,在所研究的问题中可以忽略时,接触面可视为光滑