


中等职业教育课程改革国家规划新教材配套教学用书

数学 学习与训练

(基础模块)

下 册

主编 李广全

 高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

SHUXUE

高等教育出版社

中等职业教育课程改革国家规划新教材及配套教学用书书目

数学(基础模块)上册(附学习卡/防伪标)(双色)	李广全	李尚志	主编
数学教学参考书(基础模块)上册(附光盘)(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)上册(附新光盘)(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)上册(附光盘)(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)上册(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
中等职业学校数学测评卷(上册)(附学习卡/防伪标)	金长发	金长发	主编
数学(基础模块)下册(附学习卡/防伪标)(双色)	李广全	李尚志	主编
数学教学参考书(基础模块)下册(附光盘)(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)下册(附新光盘)(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)下册(附光盘)(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学学习与训练(基础模块)下册(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
中等职业学校数学测评卷(下册)(附学习卡/防伪标)	金长发	金长发	主编
中职数学试题库(光盘)	李广全	李广全	主编
数学(职业模块 工科类)(附学习卡/防伪标)(双色)	李广全	李尚志	主编
数学教学参考书(职业模块 工科类)(附光盘)(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学学习与训练(职业模块 工科类)(附光盘)(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学(职业模块 财经、商贸与服务类)(附学习卡/防伪标)(双色)	丁百平	丁百平	主编
数学教学参考书(职业模块 财经、商贸与服务类)(附光盘)(附学习卡/防伪标)	丁百平	丁百平	主编
数学学习与训练(职业模块 财经、商贸与服务类)(附学习卡/防伪标)	丁百平	丁百平	主编
数学(拓展模块)(附学习卡/防伪标)(双色)	李广全	李广全	主编
数学教学参考书(拓展模块)(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学学习与训练(拓展模块)(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学——中职生对口升学考试总复习(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编
数学——中职生对口升学考试总复习综合练习册(附学习卡/防伪标)	李广全	李广全	主编

赠送：

100小时网上学习 免费下载多种资源

增值学习卡

网址：sve.hep.com.cn

网上学习 / 资源下载 / 权威专家在线答疑

防伪查询号码：106695881280

免费查询 / 甄别盗版 / 赢取大奖

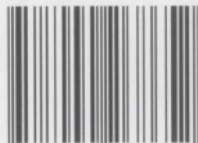
使用说明详见书内“郑重声明”页

明码

971 2321

密码

ISBN 978-7-04-026865-2



9 787040 268652 >

定价 25.60 元

中等职业教育课程改革国家规划新教材配套教学用书

数学学习与训练

(基础模块)

下册

主编 李广全

高等教育出版社

内容提要

本书是与中等职业教育课程改革国家规划新教材《数学》(基础模块)(下册)相配套的学生用书。目的是使学生通过对教材内容的反思、深化理解、应用练习与知识检测,理清脉络,掌握基础知识和基本技能,强化常用的数学方法,提高分析问题和应用数学知识的能力,整体实施助学策略。

本书按照教材的章节顺序,以节为单位,进行编写。每节内容包括“帮你读书”,“教材疑难解惑”,“典型问题释疑”,“教材部分习题解析”,“技能训练”,“自我检测”。每章配备“复习问题”与“章自我检测题”。本书习题的编选,严格执行新大纲的要求,体现中等职业教育“以服务为宗旨,以就业为导向”的办学方针,遵循培养高素质劳动者的目标,控制难度,浅层挖掘。

本书同时配套助学光盘供学生使用,内容丰富,主要包括:学生学习资料(包括知识回顾,习题解惑、释难解疑、自我测试等),函数作图课件,动画演示课件,课后复习资料(试题库、自测试题等),知识拓展(趣味数学、阅读材料)等。

本书还配有丰富的网络教学资源,按照本书最后一页“郑重声明”下方的学习卡账号使用说明,登录 <http://sve.hep.com.cn>,上网学习,下载资源。

本书可供中等职业学校的教师和学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学学习与训练:基础模块.下册/李广全主编.—北京:高等教育出版社,2009.11(2012.11重印)

ISBN 978-7-04-026865-2

I. 数… II. 李… III. 数学课-专业学校-教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第191384号

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街4号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	涿州市星河印刷有限公司	网上订购	http://www.landrac.com
开 本	787×1092 1/16		http://www.landrac.com.cn
印 张	8	版 次	2009年11月第1版
字 数	190 000	印 次	2012年11月第17次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	25.60元(含光盘)

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 26865-02

前 言

本书是与中等职业教育课程改革国家规划新教材《数学》(基础模块)(下册)相配套的学生用书。目的是使学生通过对教材内容的反思、深化理解、应用练习与知识检测,理清知识脉络,掌握基础知识和基本技能,强化常用的数学方法,提高分析问题和应用数学知识解决问题的能力,整体实施助学策略。

本书按照教材章节的顺序,以节为单位,进行编写。每节内容包括“帮你读书”,“教材疑难解惑”,“典型问题释疑”,“教材部分习题解析”,“技能训练”,“自我检测”。每章配备“复习问题”与“章自我检测题”。

本书习题的编选,严格执行新大纲的要求,体现“以服务为宗旨,以就业为导向”的办学方针,遵循培养高素质劳动者的目标,控制难度。力图改变纯数学的应试性训练模式,注重基础知识和基本方法,注重数学在生产中的实际应用,为学生在专业课程和生产实践中应用数学作好准备。

根据《中等职业学校数学教学大纲》中“现代教育技术的应用建议”的要求,我们精心设计并开发了可以满足不同教学需求的多种数字化教学资源。围绕教材的每一个知识点,开发有如下的助学数字化教学资源:学生学习资料(包括知识回顾、习题解惑、疑难解疑、自我测试等),函数作图课件,动画演示课件,课后复习资料(试题库、自测试题等),知识拓展(趣味数学、阅读材料等)。这些数字化资源将以助学光盘的形式呈现,附在本书后面,供教师和学生使用。

本书同时配备了丰富的网络资源。读者可以按照本书最后一页“郑重声明”下方的学习卡账号使用说明,登录 <http://sve.hep.com.cn>,上网学习,下载资源。

本书由天津机电职业技术学院李广全教授任主编。副主编是刘春佳、邱孝述。参加本书编写的有刘春佳、邱孝述、王开洪、赵云河、黄训贤、黄实、李广全。

高等教育出版社对本书的编写和出版给予了很大支持,王军伟、张东英、邵勇、薛春玲同志都为本书的出版付出了大量的劳动。在此一并表示感谢。

由于编者水平所限,难免有不妥之处,敬请使用本书的广大教师和读者批评指正,提出宝贵的意见和建议。意见反馈请发至邮箱 zz_dzyj@pub.hep.cn。

编 者

二〇〇九年十月

目 录

第 6 章 数列	1	第 9 章 立体几何	70
6.1 数列的概念	1	9.1 平面的基本性质	70
6.2 等差数列	5	9.2 直线与直线、直线与平面、平面与平面 平行的判定与性质	73
6.3 等比数列	10	9.3 直线与直线、直线与平面、平面与平面 所成的角	80
复习问题	16	9.4 直线与直线、直线与平面、平面与平面 垂直的判定与性质	85
章自我检测题	16	9.5 柱、锥、球及其简单组合体	90
第 7 章 平面向量	19	复习问题	94
7.1 平面向量的概念及线性运算	19	章自我检测题	95
7.2 平面向量的坐标表示	24	第 10 章 概率与统计初步	97
7.3 平面向量的内积	30	10.1 计数原理	97
复习问题	34	10.2 概率	100
章自我检测题	35	10.3 总体、样本与抽样方法	105
第 8 章 直线和圆的方程	38	10.4 用样本估计总体	107
8.1 两点间的距离与线段中点的坐标	38	10.5 一元线性回归	114
8.2 直线的方程	42	复习问题	118
8.3 两条直线的位置关系	49	章自我检测题	118
8.4 圆	58		
复习问题	66		
章自我检测题	67		

第6章 数列

6.1 数列的概念

【帮你读书】

1. 数列是按照一定次序排成的一列数,记作

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots (n \in \mathbf{N}^*)$$

简记作 $\{a_n\}$. 其中 a_1 为第 1 项(或首项), a_2 为第 2 项, \dots , a_n 为通项(或一般项), 下角码 1, 2, \dots , n , \dots , 为项数, $n \in \mathbf{N}^*$.

2. “项”和“项数”是两个不同的概念. 数列中的某一项,是指这项的具体数;这一项的项数是该项在数列中位置的排序号,只能是正整数.

3. 有穷数列是指只有有限项的数列,无穷数列是指有无限多项的数列.

4. 通项公式是表示数列中第 n 项 a_n 与其项数 n 之间关系的式子. 一般地,一个数列的通项公式不一定存在,如果存在,也不一定唯一.

【教材疑难解惑】

1. 数列与数集相同吗?

解答 不相同. 数列中的数是有次序的,可重复出现;而数集中的数是无序的,互异的.

2. 数列 $1, -1, 1, -1, \dots$ 的通项公式只能表示成 $a_n = (-1)^{n-1}$ 吗?

解答 不是. 还可以表示成其他形式. 如: $a_n = (-1)^{n+1}$ 或 $a_n = \cos(n-1)\pi$. 通常情况下,选取表示形式比较简便的一个.

【典型问题释疑】

问题 1 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 3^n - n$, 求 a_3, a_{10} .

分析 分别用 3、10 代换通项公式中的 n 再进行计算.

解答

$$a_3 = 3^3 - 3 = 24.$$

$$a_{10} = 3^{10} - 10 = 59\,039.$$

问题 2 写出一个无穷数列的通项公式,使得这个数列的前 5 项恰好是 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{5}{8}, \frac{7}{16},$

$$-\frac{9}{32}.$$

分析 分别将各项的符号、分子、分母与其项数进行比较,试着探求关系.

解答 按照分析,列出表格观察、探究.

项	第1项	第2项	第3项	第4项	第5项	(探究关系) 第n项
项数	1	2	3	4	5	n
符号系数	$(-1)^1$	$(-1)^2$	$(-1)^3$	$(-1)^4$	$(-1)^5$	$(-1)^n$
分子	$1 = 2 \times 1 - 1$	$3 = 2 \times 2 - 1$	$5 = 2 \times 3 - 1$	$7 = 2 \times 4 - 1$	$9 = 2 \times 5 - 1$	$2n - 1$
分母	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$	$16 = 2^4$	$32 = 2^5$	2^n

由此得到,一个通项公式为

$$a_n = (-1)^n \frac{2n-1}{2^n}.$$

【教材部分习题解析】

习 题 6.1

A 组

4. 判断 22 是否为数列 $\{n^2 - n - 20\}$ 中的项,如果是,请指出是第几项.

分析 如果 22 是数列中的项,那么其项数应该是方程 $22 = n^2 - n - 20$ 的正整数解.

解答 解方程 $22 = n^2 - n - 20$ 得 $n = 7$ 或 $n = -6$ (舍去). 所以,22 为数列 $\{n^2 - n - 20\}$ 中的第 7 项.

B 组

根据下列各无穷数列的前 5 项,写出数列的一个通项公式:

$$(1) -1, \frac{1}{8}, -\frac{1}{27}, \frac{1}{64}, -\frac{1}{125}, \dots;$$

分析 各项的符号系数与其项数的关系可以表示成 $(-1)^n$, 各项的分子都是 1, 各项的分母与其项数的关系可以表示成 n^3 .

解答 一个通项公式为 $a_n = (-1)^n \frac{1}{n^3}$.

$$(2) \frac{3}{5}, \frac{4}{8}, \frac{5}{11}, \frac{6}{14}, \frac{7}{17}, \dots$$

分析 各项的分子与其项数的关系可以表示成 $n+2$, 各项的分母与其项数的关系可以表示成 $5 + (n-1) \cdot 3$.

解答 一个通项公式为 $a_n = \frac{n+2}{5+(n-1) \cdot 3} = \frac{n+2}{3n+2}$.

【技能训练】

训练题 6.1

A 组

1. 已知数列的一个通项公式为 $a_n = n^2 - n - 2$, 请写出数列的前 5 项.

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = (-1)^n \frac{2n-1}{n+1}$, 求此数列的第 5 项.

3. 写出下面数列的一个通项公式:

(1) $20, 30, 40, 50, 60, \dots$

(2) $\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, -\frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \dots$

4. 判断 63 是不是数列 $\{n(n+2)\}$ 中的项. 如果是, 是第几项?

B 组

根据下列各无穷数列的前 4 项, 写出数列的一个通项公式:

(1) $\frac{2}{1 \times 3}, -\frac{4}{3 \times 5}, \frac{6}{5 \times 7}, -\frac{8}{7 \times 9}, \dots$

(2) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \dots$

【自我检测】

检测题 6.1

A 组

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, 写出数列的第 7 项和第 10 项.

2. 写出下面各无穷数列的一个通项公式:

(1) $0, -2, -4, -6, \dots$

(2) $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$

(3) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$

3. 判断 420 是不是数列 $\{n(n+1)\}$ 中的项. 如果是, 是第几项?

B 组

根据下面无穷数列的前 4 项, 写出一个通项公式:

(1) $-\frac{1}{2 \times 1}, \frac{1}{2 \times 2}, -\frac{1}{2 \times 3}, \frac{1}{2 \times 4}, \dots$

$$(2) 5, \frac{9}{2}, \frac{13}{4}, \frac{17}{8}, \dots$$

6.2 等差数列

【帮你读书】

1. 如果一个数列从第2项开始,每一项与它前一项的差都等于同一个常数,即 $a_{n+1} - a_n = d (n \in \mathbf{N}^*)$, 那么这个数列叫做等差数列;这个常数叫做它的公差,用字母 d 表示.

2. 等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad (n \in \mathbf{N}^*),$$

其中 a_1 为首项, d 为公差. 公式中含有四个量: a_1 、 d 、 n 、 a_n . 只要知道其中任意三个量, 经过等式的恒等变换, 可以求出另外一个量, 经常需要解方程(组).

3. 知道构成等差数列的三个数的和时, 一般可将这三个数设为 $a-d$ 、 a 、 $a+d$. 可以方便地得到 a .

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式为

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \text{ 或 } S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \quad (n \in \mathbf{N}^*).$$

公式中含有五个量 a_1 、 d 、 n 、 a_n 、 S_n , 知道其中三个量, 便可求出另外两个量. 经常需要解方程(组).

5. 银行存款的年利率与月利率的关系是, 月利率 = 年利率 \div 12.

【教材疑难解惑】

1. 如何理解导出等差数列的前 n 项和公式的方法?

解答 这种方法的核心是小高斯的“配对”思想. 为了方便地配对, 将等差数列前 n 项和写成按照正常顺序相加与相反顺序相加两种形式, 然后将它们相加. 这种方法一般称作“逆序相加法”. 由此还得出

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \dots$$

的重要结果. 由此得到 $2S_n = n(a_1 + a_n)$.

2. 教材例题7的两种解法给我们那些启发?

解答 例题通过问题的两种解决方法, 展示了变换观看问题的视角, 变换思维模式的过程. 解1是顺理成章的思考问题, 代表正向思维的方法; 解2更换视角, 将第一排看做最后一排, 最后一排看做第一排, 代表了逆向思维的方法. 思考、品味这种思维模式的变换, 对于我们开拓思维是很有帮助的.

【典型问题释疑】

问题 1 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 = 3, a_9 = 23$. 求 a_{20} 与 S_{20} .

分析 1 可以通过解方程组的方法求出 a_1 和 d , 然后利用通项公式及前 n 项和公式求解.

解答 1 由 $a_4 = 3, a_9 = 23$ 及等差数列的通项公式, 知

$$\begin{cases} 3 = a_1 + (4 - 1)d, \\ 23 = a_1 + (9 - 1)d. \end{cases}$$

解得

$$d = 4, a_1 = -9,$$

因此

$$\begin{aligned} a_{20} &= -9 + (20 - 1) \times 4 = 67, \\ S_{20} &= \frac{(-9 + 67) \times 20}{2} = 580. \end{aligned}$$

分析 2 通过研究 a_4, a_9 之间的关系求出 a_1 和 d , 然后按照上面的方法求解.

解答 2 由于 $a_9 = a_1 + 8d$ 且 $a_4 = a_1 + 3d$, 所以

$$a_9 = a_1 + 8d = a_1 + 3d + 5d = a_4 + 5d,$$

即

$$23 = 3 + 5d.$$

解得

$$d = 4.$$

由 $a_4 = a_1 + 3d$ 有

$$3 = a_1 + 3 \times 4,$$

解得

$$a_1 = -9.$$

(以下步骤略.)

问题 2 已知三个数成等差数列, 它们的和为 18, 积为 162, 求这三个数.

分析 这是知道构成等差数列的三个数的和的问题, 可以首先求出中间的数.

解答 设所求的三个数为 $a - d, a, a + d$, 则

$$(a - d) + a + (a + d) = 18,$$

解得

$$a = 6.$$

由已知条件有

$$6(6 - d)(6 + d) = 162,$$

即

$$6^2 - d^2 = 27,$$

解得 $d = \pm 3$, 故所求的三个数为 3、6、9 或 9、6、3.

* **问题 3** 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式为 $S_n = 2n^2 + 3n$, 求 a_{15} .

分析 1 由于 $a_1 = S_1, a_2 = S_2 - S_1$, 故可以首先求出首项 a_1 与公差 d , 然后再求 a_{15} .

解答 1

$$\begin{aligned} a_1 &= S_1 = 2 \times 1^2 + 3 \times 1 = 5, \\ a_2 &= S_2 - S_1 = (2 \times 2^2 + 3 \times 2) - 5 = 9, \\ d &= a_2 - a_1 = 9 - 5 = 4. \end{aligned}$$

所以

因此由通项公式得

$$a_{15} = 5 + (15 - 1) \times 4 = 61.$$

分析 2 考虑到 $a_{15} = S_{15} - S_{14}$, 可以直接求得结果.

解答 2 $a_{15} = S_{15} - S_{14} = (2 \times 15^2 + 3 \times 15) - (2 \times 14^2 + 3 \times 14) = 61.$

【教材部分习题解析】

练习 6.2.3

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 = 6, a_9 = 26$, 求 S_{20} .

分析 首先求出 a_1 和 d , 再利用前 n 项和公式求出 S_{20} .

解答 由题意有

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6, \\ a_1 + 8d = 26. \end{cases}$$

解方程组, 得

$$a_1 = -6, d = 4.$$

因此

$$S_{20} = 20 \times (-6) + \frac{20 \times (20 - 1)}{2} \times 4 = 640.$$

习题 6.2

B 组

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $d = -2, S_{20} = -380$, 求 a_1 与 a_{20} .

分析 将 $d = -2, n = 10, S_{20} = -380$ 代入等差数列前 n 项和公式, 首先求出 a_1 , 然后利用通项公式求出 a_{20} .

解答 由已知条件有

$$-380 = 20a_1 + \frac{20 \times (20 - 1)}{2} \times (-2),$$

解得

$$a_1 = 0.$$

所以

$$a_{20} = 0 + (20 - 1) \times (-2) = -38.$$

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $S_5 = 35, a_{11} = 31$, 求 a_1 与 d .

分析 需要通过解方程组来求解.

解答 由题意有

$$\begin{cases} 5a_1 + \frac{5 \times 4}{2}d = 35, \\ a_1 + 10d = 31. \end{cases}$$

解得

$$a_1 = 1, d = 3.$$

【技能训练】

训练题 6.2

A 组

1. 写出等差数列 $\frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \dots$ 的第 4 项至第 6 项.

2. 写出等差数列 $\frac{7}{5}, \frac{9}{5}, \frac{11}{5}, \dots$ 的通项公式, 并求出这个数列的第 10 项.

3. 小王采用零存整取方式在农行存款, 从元月份开始, 每月第 1 天存入银行 2 000 元, 银行以年利率 1.71% 计息, 试问: 年终结算时本利和是多少(精确到 0.01 元)?

4. 在 -7 和 13 之间插入 3 个数, 使这 5 个数成等差数列, 求插入的 3 个数.

5. 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $d = 2, a_n = 1, S_n = -15$, 求 n 与 a_1 .

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 3n - 5$, 求其前 n 项和公式及 S_{20} .

B 组

1. 等差数列 $\{a_n\}$ 的第 2 项与第 4 项的差为 6, 第 1 项与第 5 项的积为 -32 , 求此数列的前三项.

2. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1:a_3 = 1:3$ 且 $S_5 = 45$, 求 a_4 .

【自我检测】

检测题 6.2

A 组

1. 写出等差数列 $3, 7, 11, \dots$ 的第 4 项和第 10 项.

2. 写出等差数列 $10, 8, 6, \dots$ 的通项公式, 并求出这个数列的第 20 项.

3. 小吴采用零存整取方式在农行存款, 从元月份开始, 每月第 1 天存入银行 3 000 元, 银行以年利率 1.71% 计息, 试问: 年终结算时本利和是多少 (精确到 0.01 元)?

4. 在 216 和 120 之间插入 3 个数, 使这 5 个数成等差数列, 求插入的 3 个数.

5. 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 20, a_n = 54, S_n = 999$, 求 n 与 d .

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 3n - 2$, 求其前 n 项和公式及 S_{10} .

B 组

1. 已知三个数成等差数列, 它们的和为 18, 平方和为 116, 求这三个数.

2. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{5}{6}, d = -\frac{1}{6}$ 且 $S_n = -5$, 求 n 及 a_n .

6.3 等比数列

【帮你读书】

1. 如果从第 2 项开始, 每一项与它前一项的比都等于同一个常数, 即 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = q (n \in \mathbf{N}^* \text{ 且 } q \text{ 为常数})$, 那么这个数列叫做等比数列; 这个常数叫做数列的公比, 用字母 q 表示.

2. 等比数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = a_1 q^{n-1} (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2)$, 其中 a_1 为首项, q 为公比. 公式中含有四个量: a_1, n, q, a_n , 只要知道其中任意三个量, 就可以求出另外的一个量, 一般需要解方程(组).

3. 已知成等比数列的三个数的积, 一般设这三个数为 $\frac{a}{q}, a, aq$, 可以方便地求出 a .

4. 当公比 $q \neq 1$ 时, 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式为

$$S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1 - q} \text{ 或 } S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} \quad (q \neq 1) \quad (n \in \mathbf{N}^*);$$

公式中含有五个量 a_1, q, n, a_n, S_n , 知道其中三个量, 可以求出另外两个量. 经常需要解方程(组).

当 $q=1$ 时, $S_n = na_1$.

5. 贷款一般采用“复利计息法”. 含义是将前期的本金及利息的和(简称本利和)作为下一期的本金来计算利息, 俗称“利滚利”.

【教材疑难解惑】

1. 如何理解导出等比数列的前 n 项和公式的方法?

解答 导出等比数列的前 n 项和公式的方法称为“错位相减法”. 利用等比数列的特征, 将等比数列各项都乘以公比 q 后, 与原等式两边分别相减, 去掉中间多余项, 只剩首项和末项, 使问题得到简化.

2. 如何方便地进行银行的存、贷款利息计算分期付款问题的计算?

解答 随着计算机的普及, 已经开发了大量的软件用来计算银行的存、贷款利息计分期付款, 只需输入本金、利率、贷款期数、还款方式等信息, 就可以方便地完成计算. 可以利用与教材配套光盘的软件或网上的各种计算软件进行计算.

【典型问题释疑】

问题 1 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 = -1, a_7 = -\frac{1}{8}$, 求 a_{11} .

分析 可以列出方程组首先求出 a_1 和 q , 然后利用等比数列的通项公式求出 a_{11} , 也可以由 $a_7 = a_1 q^6 = a_1 q^3 \cdot q^3 = a_4 q^3$, 求出 q , 然后利用 $a_{11} = a_1 q^{10} = a_7 q^4$ 直接计算.

解答 1 由已知条件得

$$\begin{cases} a_1 q^3 = -1, \\ a_1 q^6 = -\frac{1}{8}. \end{cases}$$

解方程组得

$$a_1 = -8, q = \frac{1}{2},$$

因此

$$a_{11} = -8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = -\frac{1}{128}.$$

解答 2 由 $-\frac{1}{8} = -1q^3$ 得 $q = \frac{1}{2}$. 所以

$$a_{11} = \left(-\frac{1}{8}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = -\frac{1}{128}.$$

问题 2 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 6$, 第 4 项为 $a_4 = -\frac{3}{4}$, $S_n = \frac{129}{32}$, 求项数 n .

分析 首先求出公比 q , 然后利用等比数列的前 n 项和公式来进行讨论.

解答 由已知条件有

$$-\frac{3}{4} = 6q^3,$$