

初中數學補習用書

幾何

許 蕓 舫 編 著
秦 沅 校 訂

中華書局印行

民國三十一年一月發行
民國三十四年十一月再版

初中數學幾何 (全一冊)
補習用書

◎

定價國幣三元九角

(郵運匯費另加)

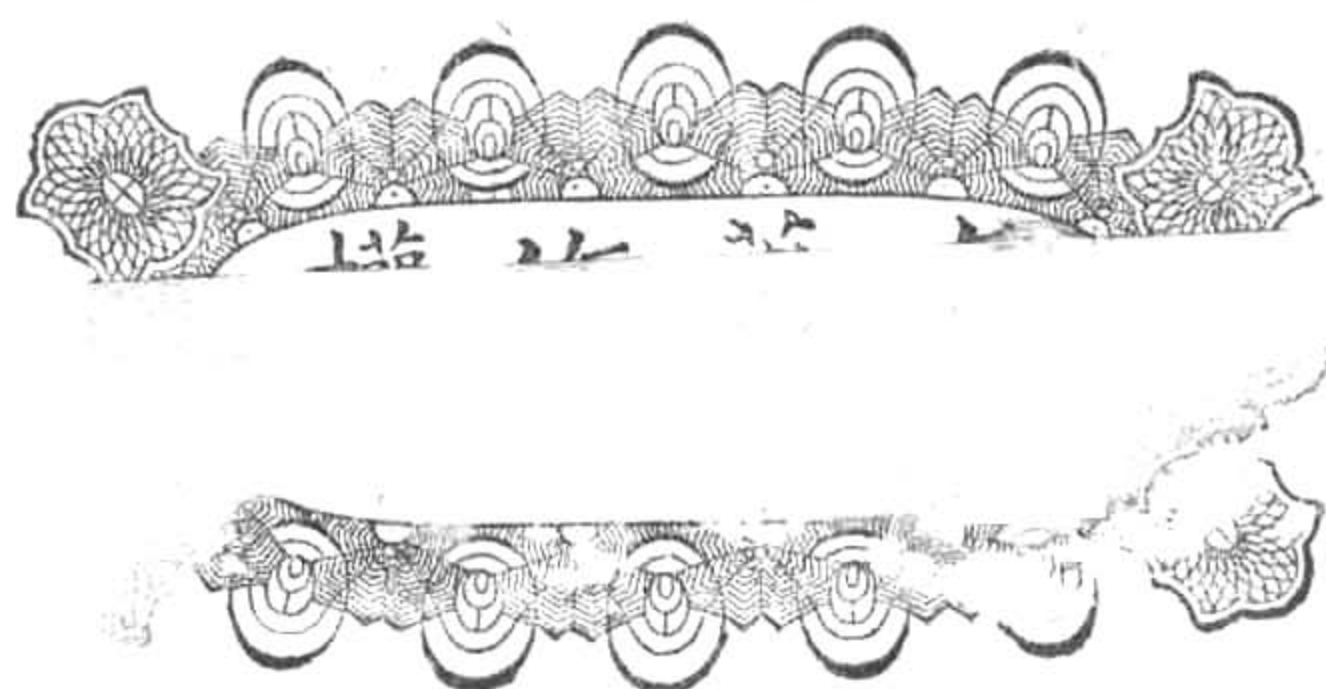
編著者 許 純 舫

校訂者 秦 沅

發行人 姚 戟 楣
中華書局有限公司代表

印刷者 中華書局永寧印刷廠
上海澳門路四六九號

發行處 各埠中華書局



初中數學補

幾

編輯大意

著者因鑒於近年投考高中學生數學程度的低落，各地補習學校，補習夜校以及暑期學校的日見增多，而所用數學教材，全係普通教科書，不論教者、學者，都感覺種種困難，所以特地編了這套初中數學補習用書，以應各學校的需要。

本書分算術、代數、幾何、三角四冊，這是幾何的一冊，內容有下列的幾個特點：

(一) 取材雖與普通教科書大略相同，然而去其繁蕪，擷其精華，把在一年之內才能修完的功課，縮短在三個月裏面讀畢。

(二) 敘述定義及證明定理等等，都用極淺顯易曉的方法，不但可由教師講授，並可自己修習；不但可作補習用書，並可作投考指南用。

(三) 編制方面，務求有條不紊；排印方面，力求醒眉豁目。總之，本書全部恪守紀律化，使學者可以一目瞭然，以免東翻西檢的麻煩。

(四) 本書篇幅雖仍冗長，然教師所應講述的，書中已詳備無遺，不必另加補充，所以費時不多，平均每

小時可授四頁至五頁,假使每天授一小時,在十二個星期之內可以全部授畢,但實際可伸可縮,如時間寬裕,把習題全部講解,另加黑板練習同測驗,可授一學期;如時間不足,可把做 * 號的部分略去不教,這樣僅須九個星期。

(五) 本書所選習題,都細加斟酌,嚴格取捨,且爲量特多,初中學生得此,足以應付裕如。所定選題的標準,有下面的三種: (A) 富於興趣, (B) 深淺合度, (C) 各校入學試題中常易遇見。

(六) 習題中除極簡易者外,都加以提示或解析,俾教師可以節省講解的時間,由學生自行練習。不過學生最好能先用一番腦力試做一下,非到萬不得已,不去看提示或解析,藉此仍可得一鍛鍊思想的機會。

(七) 幾何定理證明的方式同應行注意各點,本書在未講定理之前先行提出,使學生於習定理時,不致感覺突兀;於解習題時,不致茫無頭緒。

(八) 本書於最初的幾條定理中,特插入實驗一項,先用實驗方法,說明定理的真確,然後仿實驗的過程,用理論的方式寫成證明。這樣寓實驗幾何於理論幾何之中,使學者更易澈底明瞭。

(九) 學生於解幾何題時,往往因作圖的不準確而演成謬誤,所以本書在各章未講定理之前,先述簡

易幾何畫法,單講圖形的作法,而把證明留在第六章,使學者於解題時能依法畫圖,不致有何困難。

(十) 幾何命題爲解題時必需的根據,學者每因凌亂無序,不易全部記憶純熟,故本書於每章的末後,把他們歸納起來,依結論的種類,分爲若干門,用極簡短的言詞分別記載,學者於證某種結論時,把他檢查一下,看有何種命題可以依據,這就異常便利,且於記憶時可分節熟讀,亦能事半功倍。

(十一) 本書遇特種的問題,另節詳述他的證法,並舉例以明。

(十二) 證比較繁複的幾何題,本書特舉例詳述解析的方法,學者必須仔細揣摩,證題時可以依法探究,使題中祕奧,宣洩無遺,於是解一切幾何難題,都不至感覺困難了。

(十三) 本書於第三章詳述幾何定理證法的種類,使學者得些應有的常識。

(十四) 證幾何問題時,作補助線的方法最使學者感覺困難,本書不惜犧牲不少篇幅,詳述各種變化及入手方法,以便初學者摹仿。

(十五) 本書於定理的證明,格式力求整齊清楚,學者應盡力仿效。

(十六) 作圖題的解析法,本書敘述特詳,所述各

法,剝繭抽蕉,條分縷析,盡變化的能事,此係著者本歷年經驗所得,學者如能細心觀摩,定能獲益不少。

(十七) 關於軌跡的定理,可散置各處,故本書並不特立一章,而於作圖題的解析法內重行歸納一處,俾便應用。

(十八) 本書附錄計算題答案於後,以備參考。

本書係著者本二十餘年的教授經驗,同歷年積存的講義稿,經數月的整理修正,始克告成;又蒙老師秦沅先生加以校訂,內容或較匆促出版的稍稍完備。惟萬一掛漏,終難倖免,尚請用此書者賜函指正,實為萬幸!

著者識

初中數學補習用書

幾何

目 錄

第一章 緒論

第一節	幾何學的目的同分類	1
第二節	普通名詞	3
第三節	幾何基礎名詞的定義	4
第四節	普通公理同公法	6

第二章 角,垂線,平行線

第一節	重要定義	9
第二節	簡易幾何畫法	14
第三節	幾何公理	17
第四節	證明定理的方式同應注意各點	19
第五節	重要定理	22
第六節	證題根據的重要條件	36

第三章 三角形

第一節	重要定義	38
第二節	簡易幾何畫法	41

第三節	重要定理	42
-----	------	----

第四節	特種問題的證法	76
第五節	證題的解析法	83
第六節	證法的種類	86
第七節	證題根據的重要條件	89
第四章	平行四邊形,梯形,多邊形	
第一節	重要定義	92
第二節	簡易幾何畫法	94
第三節	重要定理	96
第四節	特種問題的證法	113
第五節	作補助線法	123
第六節	證題根據的重要條件	143
第五章	圓	
第一節	重要定義	146
第二節	簡易幾何畫法	150
第三節	初步定理	154
第四節	重要定理	156
第五節	特種問題的證法	204
第六節	證題根據的重要條件	212
第六章	作圖	
第一節	作圖題解法的方式	216
第二節	基礎作圖題	216
第三節	作圖題的解析法	231

第七章 面積

第一節	重要定義	259
第二節	幾何學上所應用的代數公式	261
第三節	重要定理	264
第四節	證題根據的重要條件	285
第五節	作圖題	287
第六節	計算題	296

第八章 比例,相似形

第一節	重要定義	302
第二節	簡易幾何畫法	303
第三節	初步定理	305
第四節	重要定理	306
第五節	證題根據的重要條件	326
第六節	作圖題	327
第七節	計算題	331

第九章 圓的度量

第一節	重要定義	335
第二節	重要定理	336

附 錄	計算題答案	344
-----	-------	-----

初中數學補習用書

幾何

第一章 緒論

第一節 幾何學的目的同分類

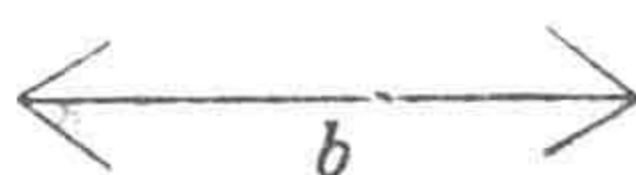
幾何學是研究物體所占空間部分的形狀,大小同位置的科學.雖是數學的一個分科,却只言形而不常言數.因為形同數有密切的關係,不知道各種形的特性,有時就不能解決關於數的各種問題.例如算術中的求積,三角術中的解三角形,都以幾何學為基礎;代數中的許多關係,可用幾何方法證明;其他高深的數學同物理學,都靠着幾何學的幫助,才有今日的進步;幾何學的重要,於此可以想見了.

初等的幾何學分平面幾何學同立體幾何學二種,本書僅論平面幾何學中淺近的一部分.

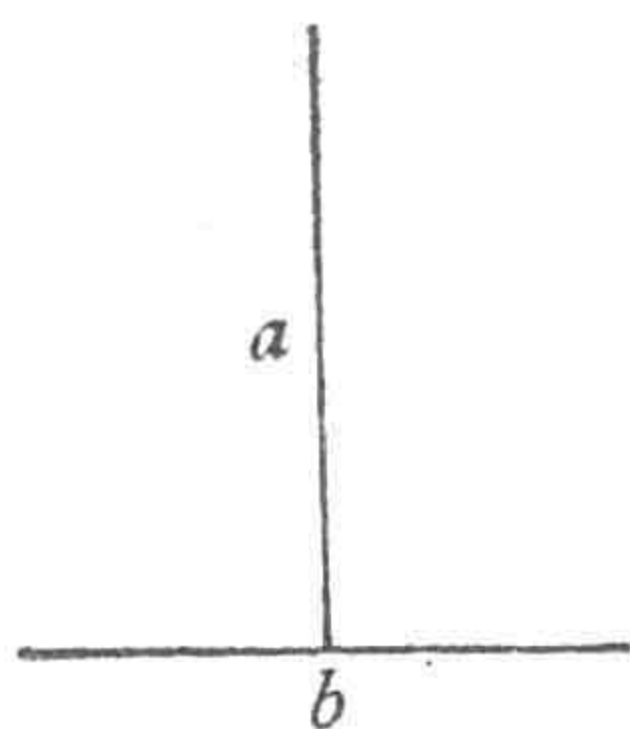
關於各種形的特性,通常可用實驗的方法,約略測得,這是實驗幾何學.但是這樣專靠直覺的方法,結果往往謬誤,不可據為定論,看

下面的實例自會明瞭：

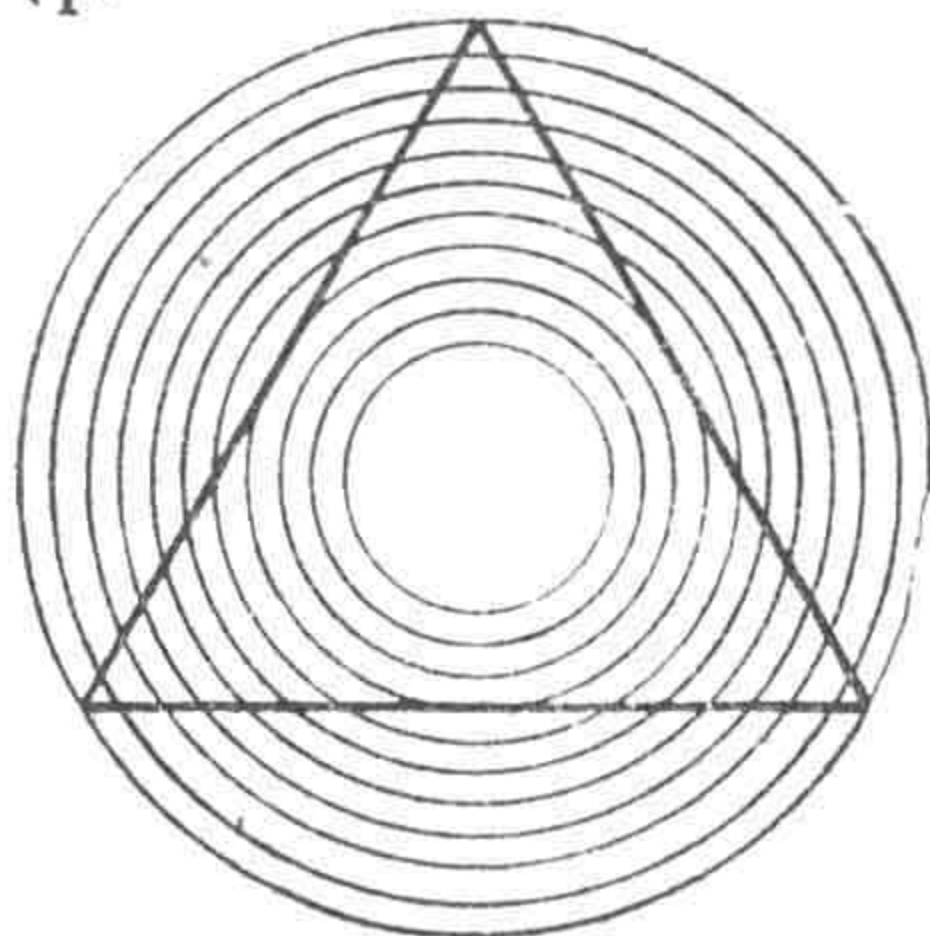
試看下圖(1),(2)中的 a 同 b 兩條線那一條長,普通人一定都說 a 比 b 長;看下圖(3)中的一個三角形,他的邊是直的還是曲的,普通



(1)



(2)



(3)

人一定都說是曲的.但是你若用尺去量一量,這時一定使你很驚奇,原來你的推測都錯了.既然你的視覺是不可靠,那末用尺量過之後,就可認為可靠了嗎?事實上却還是一個疑問,因為你用的尺固然能量出幾寸幾分,却不能量出幾釐幾毫幾絲;你認為他是直的,却或許還有一些兒的彎曲;這樣說來,不是終究還不能算是可靠嗎?

實驗幾何學既不可靠，那末研究圖形的特性，就祇能憑理論去推測。紙上雖仍可畫出圖形，却祇能作為推理的幫助，不能當作是實在的圖形。他的形狀，大小同位置，都不能用實驗的方法來判斷他，要用理論的方式，探本窮源，去找出一個絕無可疑的結論。推論的每一句話，都要有絕對的理由，絲毫不容含糊，這就是理論幾何學。

第二節 普通名詞

1. 定義 用言語表明某種名詞的特性，叫做定義。

2. 公理 理的眞確，不待證明而人人都承認的，叫做公理。

3. 公法 人所共知的作圖方法，叫做公法。

4. 定理 理的眞確，必待證明而後可以承認的，叫做定理。

5. 系 可從定理直接推定的理叫做系。

6. 證明題 要叫我們把他證明的定理，叫做證明題。

7. 作圖題 依所定的條件，求作幾何圖形，叫做作圖題。

8.命題 上述的七種名詞,總稱做命題.

9.假設,結論 每一個定理,都可以分爲兩部分,一部分是假定的,或已知的,叫做假設;一部分是從假設斷定而須加以證明的,叫做結論.

10.證明 根據假設同已知的命題,來敘明這結論是真確的,叫做證明.

11.逆定理 一條定理,若是從其他一定理的假設同結論對調成的,這二條定理互相稱做逆定理.

第三節 幾何基礎名詞的定義

1.立體 凡物體在空間占有的地位,叫做立體. 立體有長,廣,厚三個向度.

【注意】 立體是指空間的一定部分,不必實有其物,所以是理想的東西.

2.面 立體的界,叫做面. 面有長,廣二個向度.

【注意】 紙和空氣的交界是一個面,這樣的界限,很明顯的是沒有厚.

3.線 面的界,叫做線. 線祇有一個向度,就是長.

【注意】 用鉛筆在白紙上畫一黑線,因爲他有

廣,所以不能算是幾何學上的線;那黑白中間的界,才能算真正幾何學上的線.

4. 點 線的界或端,叫做點. 點沒有向度,祇有位置.

【注意】 面可以認為離開他所圍的立體,而獨立存在於空間,線同點也是一樣.

5. 幾何圖形 點,線,面或立體,或其中任意幾種集合而成的,叫做幾何圖形.

6. 直線,線段 取出線中的任何部分,向任何方向放到別的任何部分上,能使完全相合的,叫做直線. 直線的一部分,叫做線段.

【注意一】 直線的
兩端有記號表示的是線
段,如圖中的 AB ; 沒有記
號表示的,是無限直線,如圖中的 CD .

$A \text{-----} B$

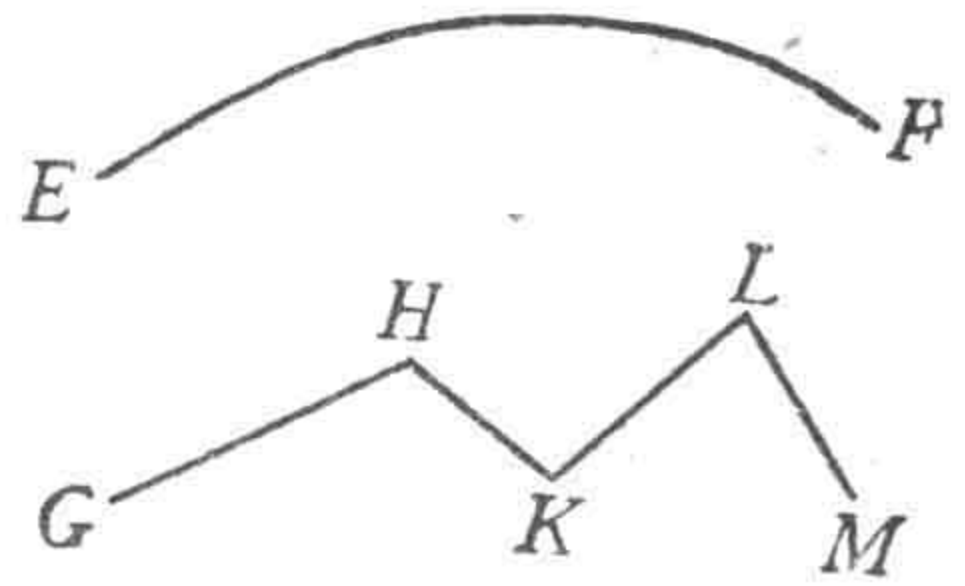
$C \text{-----} D$

【注意二】 上圖的 AB , 可以說是 A, B 二點間的距離.

【注意三】 直線可以任意延長,假使說延長 AB , 就是從 B 點起向外延長;延長 BA , 就是從 A 點起向外延長.

7. 曲線 各部分都不成直線的線,叫做曲線. 如下面圖中的 EF .

8. 折線 幾條方向不同的直線連接所成的線,叫做折線. 如圖中的 $GHKLM$.



9. 平面 取面中的任何二點,用直線連結起來,若直線的全部都貼合在這面上,這面稱為平面.

10. 平面形,直線形 在一平面上的點同線集合而成的圖形,叫平面形. 平面形中的線是直線的,叫直線形.

11. 圓周,半徑,中心,弧 用曲線做界,包圍平面的一部,若界上的各點同界內的一個定點等距離,這曲線叫做圓周,或略稱圓. 圓內的定點叫中心. 中心同圓周上任意一點的距離,叫半徑. 圓周的任何一部分,叫做弧.

第四節 普通公理同公法

(I) 等量公理

1. 等於同量的量相等;等於等量的量相等.
2. 等量加等量(或同量),其和相等.
3. 等量減等量(或同量),其差相等.
4. 等量的同倍量相等.

【特例】 等量的二倍相等,是幾何學上常用的.

5. 等量的同分量相等.

【特例】 等量的半分相等,是幾何學上常用的.

6. 全量等於各部分的和.

7. 一個等式中的某量,可以用他的等量代入.

(II) 不等量公理

8. 全量大於他的任何部分.

9. 在不等量上加等量(或同量),大者仍大.

10. 從不等量減去等量(或同量),大者仍大.

11. 從等量減去不等量,減去大量的,所餘反小.

12. 不等量的同倍量,大者仍大.

13. 不等量的同分量,大者仍大.

14. 若三量中的第一量大於第二量,第二量大於第三量,則第一量必大於第三量.

15. 若有幾組不等量,則諸大量的和必大於諸小量的和.

16. 一個不等式中的某量,可以用他的等量代入.

17.比較 a, b 二量的大小,僅有 $a > b$, $a = b$ 同 $a < b$ 三種.

(III) 公法

18.從任意的一點到其他任意的一點,可以引一條直線.

19.一直線可以任意延長.

20.以任意點做中心,任意線段做半徑,可以畫一個圓,或一段弧.