

北京景山学校 数学教学改革的理论和实践

主编 游铭钧 副主编 孙瑞清 王念亲



华夏出版社

北京景山学校 数学教学改革的 理论和实践

主 编 游铭钧

副主编 孙瑞清

王念亲

华 夏 出 版 社

1993 年 · 北京

(京)新登字 045 号

责任编辑:赵玉之

封面设计:冯吉鑫

北京景山学校数学教学

改革的理论与实践

主编 游铭钧

*

华夏出版社出版发行

(北京东直门外香河园北里4号)

新华书店经销

人民交通出版社印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 32 开本 7.5 印张 194 千字

1993 年 9 月北京第 1 版 1993 年 9 月北京第 1 次印刷

印数 1—3000 册

ISBN7-5080-0317-9/G·404

定价:5.80 元

主 编 游铭钧

副主编 孙瑞清 王念亲

编 写 丁尔陞 孙瑞清 魏榕彬

周玉仁 高存明 张海霞

郑俊选 王玉英 陈静荣

佟惠兰 陈瑞群 叶克琪

游铭钧 徐望根 李 英

前言

今年十月是邓小平同志给北京景山学校题词十周年。

十年前,邓小平同志给北京景山学校写了“教育要面向现代化,面向世界,面向未来。”的光辉题词,邓小平同志肯定并升华了北京景山学校 23 年教学改革的实践经验,高瞻远瞩地为教育改革指明了方向,是整个教育的指导方针,也指导了北京景山学校这十年的教育、教学改革的实践,为了庆祝邓小平同志题词十周年,我们组织编写了这本小册子,目的是通过回顾和展望数学教学改革的实验研究,联系实际进一步学习题词的精神,总结经验,明确新世纪数学教育改革的方向,促进数学教育改革的实验研究。

1960 年 3 月 8 日北京景山学校作为实验学校成立。学校一成立就投入了数学教育现代化的改革实验。从一年级到九年级全面实验了北京师范大学新编的九年一贯制数学教材。这套教材以现代化为总的指导思想,对旧的数学教育体系作了根本性改革,建立了为社会主义现代化建设服务,“以函数为纲,数形结合、概念与计算结合”的新体系,根据实验情况,修改成了十年制数学教材,为 1963 年建设我国自己的中小学数学教材提供了经验教训。

为了面向世界,吸收国外数学教育先进的思想、内容、方法为我所用,从 1963 年开始在北京景山学校同时进行了日、法、德等国数学教材的实验,从中吸取了许多具体的先进内容和方法。在此基础上,1966 年开始设计并编写适合我国国情的数学教材,这项工作不久就被“文革”所断。

粉碎“四人帮”后,北京景山学校继续了“文革”前的实验研究,小学实验了原苏联新编数学教材,并在实验的基础上编成了我们自己的数学教材,中学实验了《中学数学实验教材》,这两套教材均通过了国家教委中小学教材审定委员会审查,被推荐试用。

与教材改革实验同时,北京景山学校还进行了教学方法改革

实验,少而精,启发式,单元教学等都是成功的经验。

回顾北京景山学校的这段历史,深感邓小平同志的题词是教育之本,教育要面向现代化,必须为社会主义现代化建设服务;是改革之路,要面向世界,走开放的道路;是长远之计,要面向未来,不能急功近利,搞短期行为。景山学校的历史证明,按题词精神做,就前进,就发展,就有成果;否则就走弯路。

展望未来,题词指明了方向。为适应新世纪信息社会的需要,培养社会主义现代化建设各类人才,提高全民族素质,赶上世界先进水平,数学教育的观念、内容、体系和方法手段都要有进一步的改革。数学作为现代文化的组成部分、科学的语言、解决问题的工具,新世纪的每一个人都要学更多的数学,获得更高的数学素养,增强应用数学的意识,这种大众数学的观念亟待树立,大众数学的理论与实践有待进一步探索,大众数学的内容本着最需要、最基础、可接受的原则精心选定,让学生掌握数学的基本事实、基本原理、基本方法和基本应用。围绕发展个性安排教学体系,发展各种激发学生积极参与数学活动的方法,有效使用现代化教育手段,获取最佳教学效果,以迎接新世纪的挑战。邓小平同志“三个面向”题词的精神将指引我们去争取胜利。

编者 1993. 6

目 录

前言.....	(1)
第一章 六十年代数学教学现代化方案及其实施.....	(1)
一、背景.....	(1)
二、指导思想.....	(8)
三、基本内容	(15)
四、实验与小结	(27)
第二章 几种国外中学数学教材的实验与研究	(32)
一、实验几种国外数学教材的背景	(32)
二、日本数学教材的实验	(38)
三、法国数学教材的实验	(56)
四、原德意志民主共和国数学教材的实验	(68)
五、三种外国中学数学教材的实验小结	(75)
第三章 小学五年制数学实验教材的实验	(79)
一、背景	(79)
二、目的	(80)
三、指导思想	(80)
四、教材的内容、体系、结构和特点	(81)
五、实验设计	(88)
六、实验工作发展的四个阶段	(90)
七、效果及其分析	(93)
八、对学科教学论的贡献.....	(107)
第四章 中学数学实验教材的实验与研究.....	(110)
一、导言.....	(110)
二、指导思想和基本结构.....	(111)

三、实验效果的调查和分析·····	(115)
四、讨论·····	(123)
第五章 数学教学方法的改革与实验·····	(125)
一、启发式教学·····	(125)
二、少而精的教学思想·····	(142)
三、单元结构教学·····	(156)
四、直观实验教学法·····	(169)
五、自学辅导教学法·····	(176)
六、培养与发展学生的思维能力·····	(179)
第六章 数学英才教育的教学实践·····	(195)
一、英才教育的教育价值·····	(195)
二、关于英才教育的几点措施·····	(199)
三、初步成效·····	(214)
第七章 关于我国数学课程改革的思考·····	(217)
一、转变数学教育观念·····	(217)
二、数学教育功能的分析·····	(221)
三、数学教学内容与体系的改革·····	(223)
四、改革教学方法·····	(227)

第一章

六十年代数学教学现代化 方案及其实施

1960年北京师范大学数学系师生走访了一百多个单位，其中包括工厂、企业、学校、科学研究机关，以及有关生产部门的设计院等等，了解到他们对数学的需要，同时和数学界一些前辈学者们座谈，参阅了国外有关中学数学教育的资料，在此基础上提出了《中学数学现代化方案》，编出了全套九年一贯制学校数学教材，在北京景山学校及其他省市的一些学校进行了试验，在试验基础上修改成了十年制学校数学教材。这场数学教学现代化运动导致北京景山学校的诞生。北京景山学校成了这场运动的主要实验园地和推动力量。本章将概述它产生的背景，方案的指导思想、基本内容、教材实验和经验教训。

一、背景

1959年底，中宣部科学处向北京师范大学、数学研究所、人民教育出版社等单位的数学和数学教育工作者布置了改革数学教育的任务，主要指导思想是实现数学教学现代化，并指定北师大尽快提出方案。北师大发动师生进行了广泛的调查研究：了解各行各业、学校、科研单位的实际需要；查阅国外有关资料；深入分析数学教学的现状，于1960年2月提出了《中学数学现代化方案》（以下简称《方案》）并在3月初开的中国数学会第二次全国代表大会上作了介绍，进行了热烈的讨论，提出了很好的意见，与此同时编出了九年一贯制学校全套数学教材，首先在3月8日建立的北京景山学校各年级同时开始实验。

《方案》简述了提出时的背景。

1958年在党的“教育为无产阶级政治服务、教育与生产劳动相结合”的方针指导下，北师大师生曾大办工农业余学校，编写了适合工农需要的数学课本，同时编写了中学四年一贯制的数学教材，对数学教学提出了改革意见，并在附中试行了半年。

1959年下半年，党提出向“高精尖”发展的号召，大学准备增设新专业，但大学需要补上的基础课太多，影响增加更多的专业课程，因而重新引起改革中、小学数学教学的想法。在党的八届八中全会以后，党提出了要十年内在主要工业产品产量方面赶上和超过英国的战斗任务，同时还提出要在农业上实现机械化、水利化、电气化。这些任务的实现必须要求工人农民掌握先进科学技术，数学是学习先进科学技术的重要工具，从记帐到宇宙航行都离不开数学知识，因此必须提高数学教育质量；目的还不仅限于满足当前的需要，而且要满足长远的需要。现在是原子时代，自动化、信息化时代，开发星际旅行的时代，科学技术发展一日千里。要赶上世界先进科学技术水平，攀登科学高峰，就给数学教育提出了更大的任务：数学教育必须彻底改革。这是引发中学数学教育现代化改革运动的国内背景。

国际上，由于1957年苏联第一颗人造地球卫星上天，西方，特别是美国感到自己的科学技术落后了，主要是由于基础教育落后，其中关键是由于数学教育落后，因此着力于数学教育改革，掀起了席卷全球的“新数学”运动。尽管当时我国尚未开放，对“新数学”运动知之甚少，但是对“新数学”运动所处的科学技术革命的背景是感受很深的，国内在国际形势的压力下有强烈的现代化的要求。

当时数学教学的现状和形势与上述要求极不相称。中小学十二年根本接触不到现代数学，到大学还要用三、四年的时间补数学基础课，专业化课程只有在四、五年级学到一点，这就严重影响了科学研究的进行。当时认为数学教学中存在如下严重问题。

首先，教材内容极其贫乏，陈旧落后，远远落后于社会主义

建设的实际。现行中、小学数学教材体系基本上是 16、17 世纪以前形成的,其中平面几何基本上是两千多年前欧几里得几何体系,这些内容是 17 世纪以前的历史条件下的产物,是适应当时低社会生产力发展水平的。但是,到了 20 世纪 60 年代的今天,这些内容就显得极其陈旧落后,远远落后于社会主义建设的实际了。当然初等数学某些内容在人们的生产活动和日常生活的范围以内,仍然被广泛应用,它对于学习高等数学也是必需的,我们在中、小学还要学习它。但问题不在这里,严重的问题在于现行中、小学的数学教学体系不合理,在这个体系束缚下,一个中学生学了十二年的数学还根本学不到在现代生产和尖端科学技术中应用广泛的数学,如解析几何、微积分、微分方程、概率论与数理统计及数理逻辑等,而却花了大量宝贵时间学习初等数学各科目在其历史发展过程中,积累下来的几乎全部已经陈旧了的内容。中、小学十二年中用了七年学算术,四年学几何,占总学时的 $3/4$ 。在算术中大量时间浪费在解四则难题上,虽然鸡兔同笼问题没有了,但类似鸡兔同笼的问题仍然大量存在。本来代数的出现就是为了代替算术,简化算术的,用代数方法处理四则难题,本来是轻而易举的,但是在现行算术教材中却要大量保留算术方法而拒绝用先进、简易的代数方法。

中学几何还原封不动地保留两千多年前的欧几里得几何体系。在 20 世纪 60 年代的今天还把它作为普通数学教学的一个重要组成部分,让每个中学生都要花四年的时间去学它,这是完全没有必要的。因为就其材料来说是人们对生产和日常生活中所遇到的简单几何图形性质和几何事实的模写,按其本来面貌来讲,对于任何人来讲都是简单明白的,很容易了解与掌握一些有用的几何事实,如相似三角形,三角形内角和等于 180° 等,完全可以用很短的时间让学生掌握,但是由于片面追求系统的完整,方法的纯粹,推理的严谨,把几何变成了一种脱离实际的、僵化、繁琐、空洞的教条。再从欧几里得几何的方法来看也是陈旧落后的,不能满足近代生产与近代数学的要求,古老的综合方法,在近代数

学中已很不够用，有了近代数学的有力工具，还要去特别强调综合方法，这是一种倒退。

更严重的是几何教材中还保留大量的毫无科学价值与实际意义的难题，浪费了广大青年学生的宝贵青春和才智，也浪费了广大中学教师的精力，为什么还要这样做呢？很大程度上是为了应付考大学，其实仔细想一想，这和我国封建社会里读四书五经，作八股文章为了考秀才有什么区别呢？

孔家店被打倒了，科举被废除了，难道欧几里得体系这个洋八股、洋教条，就那么神圣不可侵犯吗？德国、法国早已打破了欧几里得几何体系的框子，日本也正在酝酿着打破，而且绝大多数人倾向于打破，其余各国也都对欧几里得的综合几何体系作了大大的删减，难道这些古老的东西对资本主义的需要已经不能满足而要被废除，它还能适应我们社会主义建设的需要吗？

有人认为：平面几何可以培养学生的逻辑思维，立体几何可以培养学生的空间想象力。当然，逻辑思维能力与空间想象力的培养很重要，不管是升学还是参加生产劳动，这些对于中学生都是必要的，但是问题不在这里，问题在于培养空间想象力是不是一定要用立体几何课呢？立体几何是不是培养空间想象力的最好工具呢？立体几何中研究的是一些简单几何元素的关系及图形性质，不要很多时间就可以掌握，实际上大量的时间是用在推证上，这些推证对培养学生空间想象力的作用并不大，所以学了立体几何学生的空间观念也并不强。实际上培养学生空间想象力最有效的方法是让学生动手制作，如机器零件的装卸、模型的制作等。如果要培养学生认识立体图的能力，那么用制图要比用立体几何好得多，而制图在生产实际中用处很大，在培养空间想象力这一点上为什么不可以用制图课来代替立体几何呢？至于说要培养学生的逻辑思维能力，为什么一定要用平面几何呢？用微积分、其他学科就不能培养逻辑思维能力吗？平面几何的那一套演绎推理格式，不但不能很好地培养学生的思维能力，相反地会限制学生辩证思维的发展。演绎方法主要是整理数学知识的方法，但是要发

展数学单纯用演绎方法是很不够的，单纯用演绎的体系去培养学生，容易使学生思想方法片面、主观及僵化，误认为数学真理是演绎推理的结果，而不是从实践中总结出来的。当然，形式逻辑的方法对数学是很有用的，但是也应该看到形式逻辑的方法对数学是远远不够用的，单纯用形式逻辑的思维方法去培养学生，结果会适得其反。以上情况充分说明，欧几里得几何体系作为中学数学的一科完全是一种洋八股、洋教条，必须坚决予以废除。当然，所有这些丝毫也不否定一些基本图形性质和某些几何关系的实用价值。

其次，内容孤立割裂，繁琐重复，不仅浪费时间，且增加学生学习上的困难，妨碍学生辩证思维的发展。

现行中学数学教学体系形成于两百年来资本主义社会，在这个体系中，各科之间，甚至每一科目包含内容的各个部分、各个环节之间，彼此孤立，互相割裂，不能很好地反映教材内在联系。

目前中学算术、代数、几何、三角这样的分科讲授，每一科片面追求其自身系统性、完整性、独立性、纯粹性，把本来互相联系，互相渗透的各个科目给以人为的割裂。本来算术与代数是紧密联系的，算术与代数是反映人类对客观世界数量关系的认识由初级到高级的发展过程的两个不同的阶段；在中、小学的学习中，为了适应儿童的年龄特征，这两个阶段应该是既要分，又要互相配合、紧密联系。中国科学院心理研究所在北京作的实验证明，在小学五年级开始学习代数是完全可能的，而且是必要的，这样不但可以消除算术与代数间人为的界限，为在中学系统地学习代数打下基础，而且给解决算术难题提供了有力工具，加深学生对算术知识的理解。但在现行中学数学教学体系下，由于分科的限制，放着代数方法不用，在算术中偏要花费大量篇幅去讲述四则难题，浪费学生大量的时间与精力。又如形和数本来是彼此统一的，在现行数学教材中却是形数分家，中学六年的几何课与代数课各有各的一套“独立”系统，互不沟通，特别是初等几何的教材一直保留着欧几里得的演绎体系，强调综合法，把几何的学

习局限于一些纯图形的形式推理中，完全排斥用代数方法。这种分科讲授的结果，不只造成各科教材彼此重复，浪费时间，更严重的是割裂了中学数学各个部分之间的有机联系，使学生不能全面地，只是片面地、孤立地掌握数学知识，不能综合地运用学到的数学知识去解决实际问题。教材之间的这种彼此孤立缺乏联系的根本原因是没有用辩证唯物主义的观点去统帅材料，也就是说没有用现代数学的一个基本观点——函数观点去统帅材料，揭露各个科目之间的、以及每一科目包括内容各个组成部分之间的本质联系。以代数教材为例，它实际上只是一些材料的堆集，我们很难找出贯穿全部教材的一条线索。正如学生的反映：代数课真是“头绪多、重复多、联系少”。在高中二、三册代数课本中所谈内容涉及数列、指数函数、对数函数、排列、组合、二项式定理、不等式、高次方程等等，把这些材料罗列在一起，人们无法抓住这些繁杂冗长的材料间的相互关系。现行课本只是某些章节谈到函数观点，但没有把函数观点渗透到全部教材中，在整个教材中只用了17课时讲解函数及其图象。在讲函数定义时，只举了两个简单例子：货物的重量与总价；圆的半径与圆周长之间的关系是函数依存关系，至于在自然现象中及生产实践中大量存在的极富有启发性的函数关系的例子，则一个也没有。很明显，这样讲法，不可能使学生对常量、变量、自变量、函数等概念有正确的较为深刻的理解，这样学生学到的数学知识只能是孤立的、片面的，而学生对数学的理解也只能是机械的、静止的，一句话是形而上学的，而不是辩证唯物主义的。

教材的重复现象也是极端严重的。就拿小学算术为例：算术在小学要念六年，初中还要再来一年，仅仅教材的重复所造成的时间浪费就是十分惊人的。例如小学整数部分有十、二十、百、千、万、亿、整数等七个循环，多一个循环就要耗费大量时间，当时天津市一部分中、小学教师对现行小学算术教材做了初步检查，在原来的框子里只稍稍精简合并了一下，就把原来要学七年的课程，缩减到五年学完，就是说可以节省两年时间。如果打破旧框框彻

底加以改造，五年内完全可能学到代数的部分内容。又如高中一年级代数，二次方程的解、根与系数的关系、根的判别法、简单应用问题、再加上一些零七八碎的东西，就要消耗 $2/3$ 学期的时间！（46 学时）（注意：这里还不包括二次函数的图象的讨论）其实这些材料，如果讲得紧凑一些，10 学时左右的时间（或者再多一点）就可以解决的。开平方的繁冗拙笨的计算方法，其实完全可以不讲，但现行教学大纲中，初中三年级用 12 节课大讲特讲不算，高一还要再来重复一遍。又如有理数与有理方根本来是一回事，现行教学大纲要用十几个学时去重复地大讲特讲，这样的例子不胜枚举。

总而言之，上述种种事实充分说明现行中小学数学教学内容的体系，基本上还是旧的一套，它们的特征可以概括为：“内容贫乏，陈旧落后，脱离政治，脱离实际，孤立割裂，繁琐重复”。按照这个体系来教学，一个中学生虽然学了四年几何，但是不会看图、制图，甚至最常用的制图工具也不会使用；虽然学了十年来算术代数，但是不会使用简单的计算工具，计算技能、技巧也很差；学了一、二次方程的解法，指数、对数、三角函数等等，到大学还要从头建立函数概念；尽管在几何中学了圆面积、球体积等等的求法，在代数中引入过极限概念，结果在大学学习数学分析时，极限概念还是一大难关，需要从头学起。至于在现代生产、科学技术以及国民经济中已经被广泛应用的高等数学工具，如解析几何、微积分、微分方程、概率论、数理统计、数理逻辑等在中、小学十二年的漫长时间中根本一点都没有接触过。中学毕业生要想掌握现代的高等数学工具，以适应现代化生产，特别是尖端科学技术的需要，至少还要花四、五年的时间。如果要想在某一领域中能独立进行科学研究，至少要七、八年的时间。这样培养一个大学生要用十七年的时间，一个理论工作和科学研究工作干部要十九、二十年的时间，这真是可怕的少慢差费！这种教学内容体系，如果不进行彻底改革，绝不能满足时代的需要，这是在六十年代初掀起那场数学教学现代化改革的主要原因和背景。

二、指导思想

在上述的形势下,针对中学数学教育中的少慢差费的问题,当时认为,中学数学教育必须彻底进行革命。这个革命将涉及到数学体系、课程设置、教材内容及教学方法等各方面,绝不单是修修补补所能解决问题的。中学数学教育革命的基本指导思想和主要措施有两个方面。

1. 新的中、小学数学教学体系必须为社会主义服务,特别是为现代化生产和尖端科学技术服务。因此,第一,在中学应更多地学习在现代生产和尖端科学技术中应用最多,最广的现代数学知识基础。第二,在学习这些学科内容时要密切联系现代生产实际与科学技术,作到学以致用。第三,方法上不应满足于形式逻辑方法,而应以辩证唯物主义观点与方法统帅全部教材,在新的数学教学体系里不应有唯心主义和形而上学的地位。为了符合这一要求,采取了如下一些措施:第一,大胆去掉了陈旧落后、脱离实际的内容,如取消了欧几里得几何体系,平面几何不单独设课,把有关有用的材料并入代数和制图课中;算术四则难题用代数方法解决;代数中的繁难而用处不大的章节,如方程等价性、方程讨论、高次方程等作了适当精简;三角中的恒等变形、三角方程等也作了精简。第二,大量增加了现代数学的基础知识,如解析几何、微积分、微分方程、概率论与数理统计、计算数学等某些有关知识,同时强调了基本概念的牢固掌握,计算能力的培养与计算工具的掌握。第三,教材内容及其讲授密切联系生产实际,概念尽可能由实际引入,阐明其实际意义,及使学生学会应用概念去解决实际问题。总之,尽可能突出在现代生产和现代科学技术中应用最广的数学分析这一数学分支,把几何作为培养学生构造能力的工具,因而与制图课结合,这样可以更有效地培养学生的空间观念与构造能力。

上述课程设置与选择教材的指导思想是合适的。在这个问题

上，当时有过争论，有人主张按原有体系删减一些用处不大的内容，就可以加进些新内容，理由是数学有严密的理论系统，按需要选材会破坏系统性、降低理论水平。按这部分人的意见修改的结果是删减不多，因而增加也很少。因为旧的系统是在二百多年的过程中形成和完善的，所以系统严密，很难删减。其实这是不同的两种指导思想：是为理论而理论，片面强调数学的纯粹性、数学理论的系统性？还是教育为无产阶级政治服务、教育与生产劳动相结合？按前一指导思想，只能改良。当然，数学理论必须有系统性，但是我们要的是为社会主义建设服务的系统，系统是为目的服务的，脱离目的而抽象地谈系统是没有意义的。

2. 新的中、小学数学教材必须有严谨的理论体系，只不过这个体系要符合为社会主义建设服务的要求。我们和实用主义不同，我们不主张用什么学什么、忽视系统的基础理论的学习，我们主张学透、学好、学活完整的、系统的基础理论知识。中学生只学习些零散的、片面的、残缺不全的知识，对社会主义建设不利。这样培养出来的人适应性很小，对进一步提高也不利。实用主义是资产阶级教育思想，是为资产阶级训练自己的“生产工具”服务的，（资产阶级是把工人当作自己的生产工具看的）他们不需要工人掌握系统的科学知识，而我们要培养的是自觉的社会主义建设者，不仅要会使用现代工具，而且会革新现代工具，所以我们的教育与生产劳动相结合的方针与实用主义没有丝毫共同之处。我们也不同于经院式的繁琐哲学，对于一目了然的事实还要繁琐的推证。当时认为，实践是检验一切真理的标准，当然也是检验数学真理的标准，那些被千万次实践证明过的显然真理，可以不证明作为知识遗产接受。也不赞成过分要求理论严格的作法，如在方程讨论、方程等价性等题目中，用大量篇幅去讨论一些例外情形完全没有必要，其实学方程的主要目的是要求方程的解，关于解的检验，在解决实际问题中是容易的，不必繁琐地去讨论例外情形。也不应简单地压缩时间，如果不从根本上改造旧体系，建立新体系着手，只是压缩时间势必增加学生学习负担，达不到教