

高等学校“十二五”规划教材

# 理论力学

LILUN LIXUE

主 编◎张东晓

副主编◎孟凡深 李 萍

宁怀明 崔 扬



合肥工业大学出版社  
HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

高等学校“十二五”规划教材

# 理论力学

主 编 张东晓

副主编 孟凡深 李 萍

宁怀明 崔 扬

合肥工业大学出版社

# 前 言

本书是根据高等教育有关理论力学教学内容和课程体系的改革计划而编写的,针对普通工科院校学生的特点,结合多年的教学实践,兼顾土木工程、机械、机电等有关专业对理论力学课程的教学要求。本书可作为理论力学的教材,也可作为有关工程技术人员的参考用书。

本书着重阐述理论力学的基本概念、基本原理,重视学生对基本技能和技巧的掌握,重点培养学生分析和解决实际问题的能力。

本书涵盖了静力学、运动学和动力学的基本内容,突出针对性、适用性,简化理论推导,力求深入浅出、通俗易懂、便于学习、每章编写有小结、思考题、习题及相应的参考答案。

参加编写的人员有:孟凡深(第一章、第二章、第三章)、崔扬(第四章、第五章)、张东晓(第六章、第七章、第八章、第九章)、李萍(第十章、第十四章、第十五章)、宁怀明(第十一章、第十二章、第十三章)。全书由张东晓任主编并统稿,孟凡深、李萍任副主编。

本书在编写过程中参考了许多文献,在此对其作者表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中缺点和错误之处在所难免,殷切希望读者和专家批评指正。

编 者

2012 年 5 月

# 目 录

## 第一部分 静力学

|                         |      |
|-------------------------|------|
| 第1章 静力学基础 .....         | (3)  |
| 1.1 基本概念 .....          | (3)  |
| 1.2 静力学公理 .....         | (5)  |
| 1.3 常见约束与约束力 .....      | (9)  |
| 1.4 物体的受力分析和受力图 .....   | (12) |
| 小结 .....                | (16) |
| 思考题 .....               | (16) |
| 习题 .....                | (16) |
| 第2章 平面汇交力系、平面力偶系 .....  | (18) |
| 2.1 平面汇交力系合成的几何法 .....  | (18) |
| 2.2 平面汇交力系平衡的几何条件 ..... | (19) |
| 2.3 平面汇交力系合成的解析法 .....  | (24) |
| 2.4 平面汇交力系平衡方程 .....    | (27) |
| 2.5 力矩与合力矩定理 .....      | (31) |
| 2.6 力偶与力偶矩 .....        | (35) |
| 2.7 平面力偶系的合成与平衡 .....   | (38) |
| 小结 .....                | (41) |
| 思考题 .....               | (43) |
| 习题 .....                | (44) |

|                             |       |
|-----------------------------|-------|
| <b>第 3 章 平面一般力系</b> .....   | (51)  |
| 3.1 平面一般力系的简化 .....         | (51)  |
| 3.2 平面一般力系平衡方程 .....        | (54)  |
| 3.3 物体系的平衡 .....            | (59)  |
| 3.4 静定与超静定问题 .....          | (63)  |
| 小结 .....                    | (65)  |
| 思考题 .....                   | (66)  |
| 习题 .....                    | (67)  |
| <br><b>第 4 章 空间力系</b> ..... | (71)  |
| 4.1 空间汇交力系 .....            | (71)  |
| 4.2 力对点之矩、力对轴之矩 .....       | (74)  |
| 4.3 空间力偶系的合成与平衡 .....       | (78)  |
| 4.4 空间任意力系向一点的简化 .....      | (79)  |
| 4.5 空间任意力系的平衡方程 .....       | (81)  |
| 小结 .....                    | (87)  |
| 思考题 .....                   | (88)  |
| 习题 .....                    | (88)  |
| <br><b>第 5 章 摩擦</b> .....   | (91)  |
| 5.1 工程中的摩擦问题 .....          | (91)  |
| 5.2 滑动摩擦 .....              | (91)  |
| 5.3 摩擦角和自锁现象 .....          | (94)  |
| 5.4 考虑摩擦时物体的平衡问题 .....      | (95)  |
| 5.5 滚动摩阻的概念 .....           | (99)  |
| 小结 .....                    | (100) |
| 思考题 .....                   | (102) |
| 习题 .....                    | (103) |

## 第二部分 运动学

|                                    |       |
|------------------------------------|-------|
| <b>第 6 章 点的运动学</b> .....           | (109) |
| 6.1 矢量法 .....                      | (109) |
| 6.2 直角坐标法 .....                    | (111) |
| 6.3 自然坐标法 .....                    | (116) |
| 小结 .....                           | (125) |
| 思考题 .....                          | (126) |
| 习题 .....                           | (127) |
| <br><b>第 7 章 刚体的简单运动</b> .....     | (131) |
| 7.1 刚体的平行移动 .....                  | (131) |
| 7.2 刚体的定轴转动 .....                  | (133) |
| 7.3 定轴转动刚体上各点的速度和加速度 .....         | (136) |
| 7.4 角速度矢和角加速度矢、点的速度和加速度的矢积表示 ..... | (139) |
| 7.5 定轴轮系的传动比 .....                 | (141) |
| 小结 .....                           | (145) |
| 思考题 .....                          | (146) |
| 习题 .....                           | (146) |
| <br><b>第 8 章 点的合成运动</b> .....      | (150) |
| 8.1 点的合成运动概念 .....                 | (150) |
| 8.2 速度合成定理 .....                   | (151) |
| 8.3 牵连运动为平移时点的加速度合成定理 .....        | (156) |
| 8.4 牵连运动为定轴转动时点的加速度合成定理 .....      | (161) |
| 小结 .....                           | (171) |
| 思考题 .....                          | (171) |
| 习题 .....                           | (172) |

|                          |       |
|--------------------------|-------|
| <b>第9章 刚体的平面运动</b> ..... | (179) |
| 9.1 刚体平面运动的概述和运动分解 ..... | (179) |
| 9.2 平面图形上点的速度 .....      | (182) |
| 9.3 平面图形上点的加速度 .....     | (190) |
| 9.4 运动学综合应用举例 .....      | (192) |
| 小结 .....                 | (199) |
| 思考题 .....                | (200) |
| 习题 .....                 | (202) |

## 第三部分 动力学

|                              |       |
|------------------------------|-------|
| <b>第10章 质点动力学的基本方程</b> ..... | (211) |
| 10.1 动力学的基本定律 .....          | (211) |
| 10.2 质点的运动微分方程 .....         | (212) |
| 小结 .....                     | (219) |
| 思考题 .....                    | (220) |
| 习题 .....                     | (220) |
| <b>第11章 动量定理</b> .....       | (223) |
| 11.1 动量和冲量 .....             | (223) |
| 11.2 动量定理 .....              | (225) |
| 11.3 质心运动定理 .....            | (228) |
| 小结 .....                     | (231) |
| 思考题 .....                    | (232) |
| 习题 .....                     | (233) |
| <b>第12章 动量矩定理</b> .....      | (234) |
| 12.1 质点与质点系的动量矩 .....        | (234) |

|                                     |                      |       |
|-------------------------------------|----------------------|-------|
| 12.2                                | 动量矩定理 .....          | (235) |
| 12.3                                | 刚体绕定轴的转动微分方程 .....   | (240) |
| 12.4                                | 刚体对轴的转动惯量 .....      | (242) |
| 12.5                                | 质点系相对于质心的动量矩定理 ..... | (248) |
| 12.6                                | 刚体平面运动微分方程 .....     | (251) |
|                                     | 小结 .....             | (254) |
|                                     | 思考题 .....            | (255) |
|                                     | 习题 .....             | (256) |
| <br><b>第 13 章 动能定理</b> .....        |                      | (260) |
| 13.1                                | 力的功 .....            | (260) |
| 13.2                                | 质点与质点系的动能 .....      | (265) |
| 13.3                                | 动能定理 .....           | (267) |
| 13.4                                | 功率、功率方程和机械效率 .....   | (270) |
| 13.5                                | 势力场、势能和机械能守恒定律 ..... | (274) |
| 13.6                                | 动力学普遍定理的综合应用 .....   | (280) |
|                                     | 小结 .....             | (283) |
|                                     | 思考题 .....            | (285) |
|                                     | 习题 .....             | (286) |
| <br><b>第 14 章 达朗贝尔原理(动静法)</b> ..... |                      | (289) |
| 14.1                                | 惯性力和质点的达朗贝尔原理 .....  | (289) |
| 14.2                                | 质点系的达朗贝尔原理 .....     | (290) |
| 14.3                                | 刚体惯性力系的简化 .....      | (291) |
| 14.4                                | 绕定轴转动刚体的轴承动反力 .....  | (297) |
|                                     | 小结 .....             | (301) |
|                                     | 思考题 .....            | (302) |
|                                     | 习题 .....             | (302) |

|                           |       |
|---------------------------|-------|
| <b>第 15 章 虚位移原理</b> ..... | (310) |
| 15.1 约束、虚位移、虚功 .....      | (310) |
| 15.2 虚位移原理 .....          | (314) |
| 小结 .....                  | (321) |
| 思考题 .....                 | (324) |
| 习题 .....                  | (325) |
| <br><b>参考答案</b> .....     | (331) |
| <br><b>参考文献</b> .....     | (345) |

# [ 第一部分 ]      静 力 学

## 静力学概述

物体在空间的位置随时间的改变称为机械运动。机械运动是日常生活和生产实践中最常见、最普遍的一种运动。如机器的运转、建筑物的振动等。平衡是机械运动的特殊情况,是指物体相对于地球静止或做匀速直线运动。静力学就是研究物体平衡问题的学科。当作用在物体上的所有力(简称力系)满足一定的条件时,物体才能处于平衡状态。研究物体的平衡问题,实际上就是研究作用于物体上的力系的平衡条件。在研究力系的平衡条件时,常常需要根据作用效应相同的原理,将一个复杂的力系简化为一个简单的力系,这个过程称为力系的简化或合成。因此,静力学的两个基本任务是:

一、力系的简化与合成。

二、力系平衡条件的分析。

静力学是理论力学的基础部分。为了研究方便,常将研究对象视为刚体。所谓刚体是指在力的作用下不变形的物体,或变形很小可以忽略不计的物体。显然,这是一个理想化的力学模型。实际上,任何固体在外力作用下都会发生形状和尺寸的改变,即变形。变形体是材料力学的研究对象。

静力学的研究对象只限于刚体,又称刚体静力学。它也是研究变形体力学的基础。



# 第 1 章 静力学基础

## 1.1 基本概念

### 1.1.1 力

#### 1. 定义

人们在长期生活和生产实践中,通过长期的观察和分析形成了力的概念。力是物体之间相互的机械作用。这种作用使物体产生两种效应:即,使物体的机械运动状态发生变化,或使物体发生变形。前者称为力的运动效应(或外效应);后者称为力的变形效应(或内效应)。例如用手推小车,小车就由静止开始运动;锻压工件时,工件就产生变形等等。

力不能脱离物体而存在。虽然看不见力,但它的作用效应可以直接观察,或用仪器测量出来。

#### 2. 力的三要素

由经验可知,力对于物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点,称为力的三要素。力的大小表示物体相互间机械作用的强弱程度;力的方向表示物体间的相互作用具有方向性;力的作用点表示物体所受机械作用的位置。显然,力的三要素中的任何一个要素发生改变,力的作用效果将随之发生改变。可以认为,要描述一个力,就必须说明这个力的大小、方向和作用点。

#### 3. 力的表示方法

力具有大小和方向,因此力是矢量,可以用矢量来表示力,如图 1-1 所示。矢量的起点或终点表示力的作用点;矢量的方向表示力的方向;矢量的长度(AB)按一定的比例表示力的大小。通常用黑体字母  $F$  表示力的矢量;力的大小是标量,用  $F$  表示。与力矢量线段重合的直线(一般用虚线),称为力的作用线。

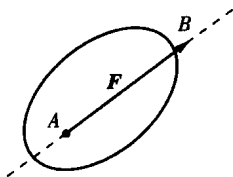


图 1-1 力矢

#### 4. 力的单位

国际单位制中的力的计量单位是“牛顿”,简称“牛”。英文字母“N”和“kN”,分别表示“牛”和“千牛”。

## 5. 力系

作用于物体上的一群力称为力系。如果一个物体在两个力系的分别作用下其效应相同,那么称这两个力系为等效力系。如果一个力与一个力系等效,则称该力为这个力系的合力;力系中的各个力为合力的分力。

在不改变作用效果的情况下,用一个简单力系代替复杂力系的过程,称为力系的简化或称力系的合成。对力系进行简化是静力学的主要任务之一。

## 6. 力系的平衡

若物体处于平衡状态,那么作用于物体上的力系必须满足一定的条件,这些条件称为力系的平衡条件。使物体平衡的力系称为平衡力系。研究物体的平衡问题,实际上就是研究作用于物体上的力系的平衡条件。研究刚体的平衡条件是静力学的另一个主要任务。

### 1.1.2 力偶

在工程实际中,在物体上施加大小相等、方向相反且不共线的两个平行力可使物体转动,这两个力组成的力系称为力偶。工程实例如图 1-2 所示。汽车司机用双手转动方向盘(见图 1-2a),电动机的定子磁场对转子作用电磁力使之旋转(见图 1-2b)等。力偶的作用是使物体发生转动。物体受力偶作用的转动效果,不仅与力  $F$  的大小成正比,而且与两个力之间的距离  $d$  的大小成正比。力偶的组成表示如图 1-3 所示。

力偶和力一样,都是工程力学的基本量。力偶的性质和计算方法在本书第 4 章中介绍。

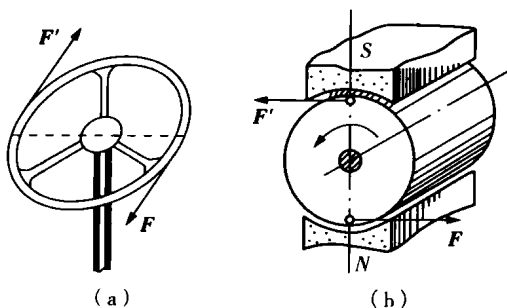


图 1-2 力偶的工程实例

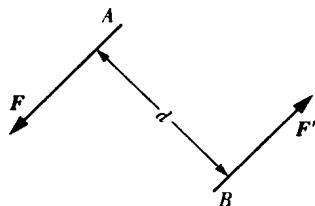


图 1-3 力偶的表示

### 1.1.3 荷载

理论力学把主动作用于结构或构件的外力(包括力偶)称为荷载。荷载有多种形式,按不同性质分为以下几类:

### 1. 按分布情况

按分布情况可分为集中荷载和分布荷载。

#### (1) 集中荷载

若荷载作用面积远小于构件尺寸时,可以把荷载简化为集中作用在一点上,称为集中荷载。集中荷载的单位是 N 或 kN。

#### (2) 分布荷载

若连续作用在结构或构件的长度或较大面积上的荷载分别称为线分布荷载和面分布荷载。分布均匀、大小处处相同的分布荷载为均布荷载,如屋面雪荷载、等截面梁的自重等都是均布荷载。反之,称为非均布荷载。

沿构件长度方向均匀分布的荷载为线均布荷载,以每米长度的力的大小来表示,单位为 N/m 或 kN/m。在较大面积上均匀分布的荷载为面均布荷载,以每平方米面积上的力的大小来表示,单位为  $\text{N/m}^2$  或  $\text{kN/m}^2$ 。

### 2. 按作用时间

按作用时间可分为恒载和活载。

#### (1) 恒载

永久作用在结构或构件上,其大小和作用位置都不会发生改变的荷载。如结构自重等。

#### (2) 活载

荷载的大小和作用位置都可能发生变化的荷载。如设备、风、雪及施工荷载等。

### 3. 按作用性质

按作用性质可分为静荷载和动荷载。

#### (1) 静荷载

缓慢地加到结构上的荷载,其大小、位置和方向不随时间变化或变化相对较小。如构件自重和一般的活荷载等。

#### (2) 动荷载

大小、位置或方向随时间迅速变化的荷载,能够使结构产生明显的加速度。如地震力等。

## 1.2 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生活和生产实践中,通过经验积累与总结,又经实践反复检验,证明是符合客观实际的普遍规律,是研究力系简化和平衡条件等问题的最基本的力学规律。

## 公理一 二力平衡公理

刚体在仅受两个力作用下保持平衡的必要与充分条件是:这两个力大小相等、方向相反,且作用在同一条直线上。简称等值、反向、共线。这两个力组成了最简单的平衡力系。如图 1-4 所示,必有:

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

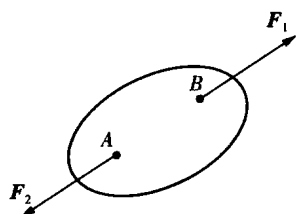
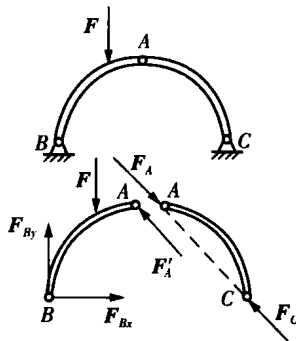


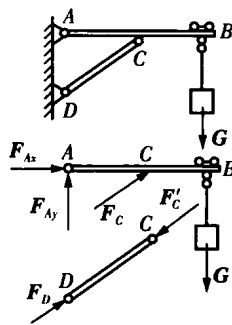
图 1-4 二力平衡

二力平衡公理对刚体而言,既必要又充分;而对于非刚体,这个条件虽必要但不充分。例如,一段软绳受到两个等值反向的拉力时可以平衡,但受到两个等值反向的压力时就无法保持平衡。

当一个构件仅受到两个力作用而保持平衡时,无论构件的形状怎样,这两个力必然等值、反向,沿着二力作用点的连线,这样的构件称为二力构件(简称二力杆)。在工程实际中经常遇到二力构件,如:不计自重的刚性构件,在两点受铰链约束(中间铰链或固定铰链),构件除该两端点外,其他部位无外力,是二力杆的常见形式,如图 1-5a 中的构件 AC 和图 1-5b 中的构件 CD 均为二力杆。



(a) 二力杆 AC 受力图



(b) 二力杆 CD 受力图

图 1-5 二力杆约束力表示方法

## 公理二 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的已知力系中,加上或减去任意一个平衡力系,原力系对刚体的作用效果不会改变。这一性质称为加减平衡力系公理。如果两个力系只相差一个平衡力系,那么这两个力系对刚体的作用效果完全一样,可以等效代换。这个公理为力系简化提供了有效的工具。

**推论** 作用于刚体上的力可沿其作用线移动到刚体上的任意一点而不改变该力对刚体的作用效果。这个推论也称为力的可传性原理。可用图 1-6 说

明力的可传性原理。

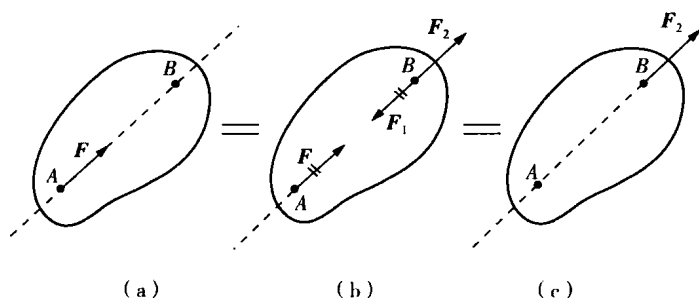


图 1-6 力的可传性原理

加减平衡力系公理及其推论只适用于刚体,不适用于变形体。例如变形杆在两个力  $F$  作用下产生拉伸变形。若分别将两个力  $F$  移动到杆件的另一端,则杆件产生压缩变形,如图 1-7 所示。

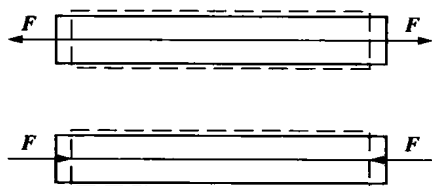


图 1-7 变形杆

### 公理三 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,合力的大小和方向可用以这两个力为邻边所作的平行四边形的对角线来表示,合力的作用线通过该点,这即是力的平行四边形法则,如图 1-8 所示。

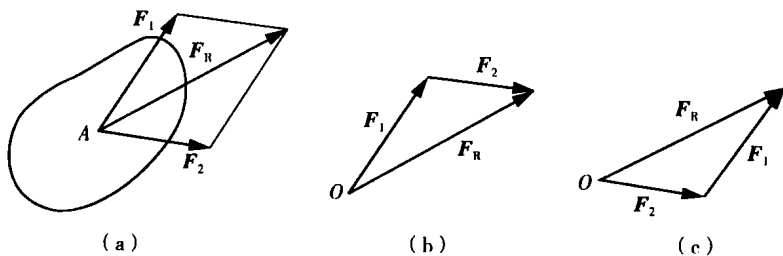


图 1-8 力的合成

该法则表达了最简单情况下合力和分力之间的关系,是力系合成和分解的基础,即力矢量可以按平行四边形法则进行合成与分解。如图 1-8a 所示,合力  $F_R$  和分力  $F_1$ 、 $F_2$  之间的关系符合矢量运算规律:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

**推论** 力的三角形法则:确定两个共点力的合力的大小和方向时,任选一点并将这两个力矢首尾相接,则合力矢就是从第一个力的起点指到后一个力的终点。

如图 1-8b 所示,在力矢  $\mathbf{F}_1$  的末端接着画力矢  $\mathbf{F}_2$ ,再自力矢  $\mathbf{F}_1$  的始端向力矢  $\mathbf{F}_2$  的末端作一矢量,这个矢量就是合力矢  $\mathbf{F}_R$ 。也可以改变力的顺序,先画力矢  $\mathbf{F}_2$ ,再画力矢  $\mathbf{F}_1$ ,力的三角形有所变化,但合力的结果不变,如图 1-8c 所示。

力三角形法则只是一种矢量运算方法,不能完全表示力系的真实作用情况。因为力三角形仅表示各力的大小和方向,并不能表示各力作用线的位置。

#### 定理 三力平衡汇交定理

作用于刚体上的三个互不平行的力平衡时,则这三个力的作用线必在同一平面内,且汇交于一点。证明如下:

如图 1-9 所示,设刚体在  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$  三个力作用下处于平衡状态,且已知  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  两力的作用线相交于  $O$  点。根据力的可传性,将力  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  的作用点可移至汇交点  $O$  处,然后根据力的平行四边形法则,可求得  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  的合力  $\mathbf{F}_{12}$ ,由于力系( $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ )为平衡力系,则力  $\mathbf{F}_3$  应与  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  的合力  $\mathbf{F}_{12}$  平衡。根据二力平衡公理可知,力  $\mathbf{F}_3$  与  $\mathbf{F}_{12}$  共线,所以力  $\mathbf{F}_3$  必与  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  共面,且必通过  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  两力的作用线汇交点  $O$  点。

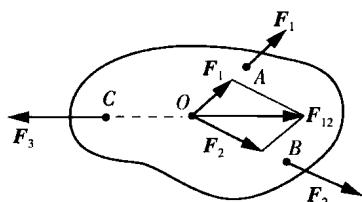


图 1-9 三力平衡汇交定理

这个定理说明了不平行的三力平衡的必要条件,只要知道其中两个力的作用线的交点,便可由此定理确定第三个力的作用线的位置。此定理的逆定理不成立。

#### 公理四 作用与反作用定律

两物体间的作用力与反作用力总是同时存在的,并且两个力的大小相等、方向相反、沿着同一条直线,分别作用在两个互相作用的物体上。这一性质称为作用与反作用定律。

此公理揭示了自然界中物体之间相互作用力的关系,即作用力和反作用力总是成对出现、成对消失的。这一对力满足等值、反向、共线的条件,但它们是作用在两个不同的物体上,这也是和二力平衡公理的本质区别。