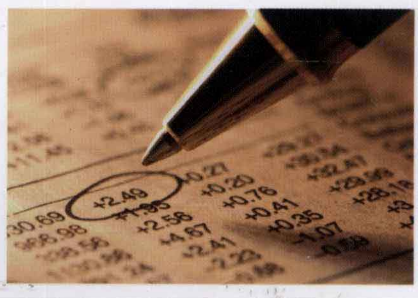
职业教育基础课教学改革规划教材

ZHIYE JIAOYU JICHUKE JIAOXUE GAIGE GUIHUA JIAOCAI

初等数学（第2版）

Elementary Mathematics

高职数学教材编写组 编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

配电子课件

职业教育基础课教学改革规划教材

初 等 数 学

第2版

高职数学教材编写组　编

本套教材主编　薛吉伟　王化久

本册主编　耿　莹

主审　张淑华

机 械 工 业 出 版 社

本套教材是在第1版五年制高等职业技术教育数学教材的基础上，以满足培养学生素质能力的要求、浅入浅出、易教乐学的指导思想编写而成的。本套教材共分《初等数学》、《高等数学》、《应用数学(理工类)》和《应用数学(经济、管理类)》。

本书内容包括集合与不等式、函数、任意角的三角函数、数列、复数、平面向量、直线和圆、圆锥曲线、空间图形。建议参考学时为90～100学时。

本书适合职业学校相关专业的师生使用。

图书在版编目(CIP)数据

初等数学/高职数学教材编写组编. —2版. —北京：机械工业出版社，2010

职业教育基础课教学改革规划教材

ISBN 978-7-111-32317-4

Ⅰ.①初… Ⅱ.①高… Ⅲ.①初等数学—高等学校：技术学校—教材 Ⅳ.①O12

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第208001号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）
策划编辑：宋 华 宋学敏 责任编辑：陈崇昱
责任校对：姚培新 封面设计：王伟光
责任印制：李 妍
北京富生印刷厂印刷
2011年1月第2版第1次印刷
169mm×239mm · 15.75印张 · 298千字
0001－3000册
标准书号：ISBN 978-7-111-32317-4
定价：26.00元

第 2 版前言

本套教材是在机械工业出版社出版的第 1 版五年制高等职业技术教育教材的基础上，以满足培养学生素质能力的要求、浅入浅出、易教乐学的指导思想编写而成的。

编写中，注意体现职业教育的特点和专业特色，针对目前教学的实际状况，以通俗易懂的实例引入知识，以简单重复的实例强化学生对知识的理解，删减了一些抽象、繁杂的概念和一些不适合职业教育的教学内容，降低了教与学双方的负担，注重学生的数学基本能力的培养，注重学生未来发展的实际需要。

为了适应现代化教学的需要，教材配有电子教案，改变了传统的教学模式，减轻了教与学双方的负担，辅助学生对知识的理解，增强学生的接受能力，激发学生的学习兴趣，养成学生勤于动脑、动手的习惯，培养学生数学学习的基本能力，为学生将来的继续学习与发展打下良好基础。总之，一切从教学出发，一切为学生的现在与将来服务。

本套教材包括《初等数学》、《高等数学》、《应用数学(理工类)》和《应用数学(经济、管理类)》。本书是《初等数学》，内容包括集合与不等式、函数、任意角的三角函数、数列、复数、平面向量、直线和圆、圆锥曲线、空间图形。本书参考学时为 90 ~ 100 学时。

与原教材相比较，空间图形部分改动较大。

参加本书编写的有王涛、吴志丹、杨淑辉、詹强龙。薛吉伟、王化久任本套教材的主编，耿莹任本册主编。本书由张淑华主审。

编写中，得到了机械工业出版社的热情关怀和帮助，各编、审同志所在学校对编审工作给予了大力支持和帮助，在此一并表示感谢。对没有参加这次修改工作的原编、审教师也一并表示感谢。

由于编者水平有限，不妥之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

高职数学教材编写组

第 1 版前言

本套教材是根据教育部2000年颁布的全国五年制高等职业教育《〈应用数学基础〉课程基本要求》编写的。在编写过程中紧密围绕高职培养目标，以“必需、够用”为度，遵循“强化能力，立足应用”的原则，在教材内容、体例安排、习题设置等方面，力求体现五年制高等职业教育的特点。

全套书共包括《初等数学》(第 1 章至第 11 章)、《高等数学》(第 12 章至第 17 章)、《技术数学》(第 18 章至第 23 章)三册，供招收初中毕业生的五年制高职院校使用。

本教材有以下特点：

1. 注重基础知识

对传统的初等数学、高等数学内容进行精选，把在理论上、方法上以及在现代生产、生活及各类专业学习中广泛应用的基础知识作为必学内容，以保证必要的、基本的数学水准，同时适度更新，增加逻辑用语、映射、向量、计算器使用简介、计算机软件使用简介等内容，并注意渗透数学建模思想和方法。

2. 教材富有弹性

本教材采用模块式结构编排方式，将教材内容分为必学、选学(标有 *)部分，便于各类院校根据不同专业的不同要求灵活选用，增强了教材的弹性和适用性。

3. 深入浅出，易教易学

针对目前五年制高职学生的数学基础和实际水平，在编写中力求做到降低知识起点，温故知新、深入浅出，并采用数形结合的方法，以图、表直观地讲解概念、定理，加强分析过程，使教材易教易学。

4. 突出应用与实践，注意培养学生应用数学的意识与能力

本教材采取分散与集中相结合的方式，编排了有价值的应用题。基本上每章设有应用节，每节设有应用题，并安排了专题学习内容，列为“应用与实践”，引导学生运用所学的数学知识解决日常生产生活中的简单实际问题。同时，尽量安排能够使用计算器、计算机来计算各类数值的例题与习题，培养和提高学生使用计算工具的能力。

本册为《初等数学》，内容包括集合、不等式与逻辑用语、函数、幂函数、指数函数、对数函数、任意角的三角函数、三角函数的图像与性质、解斜三角

形、数列、平面向量、复数、空间图形、直线、二次曲线、计算器的使用方法简介、Mathematica使用简介(一)等。在每章、节后配有一定数量的习题、复习题，供教师和学生选用，并附有部分习题答案。

参加本册编写的有卢秀慧、杨松梅、张宏斌、姜俊彬、张雷、王化久。本册主编卢秀慧，副主编杨松梅，主审岳文宇。

本册参编院校：渤海船舶职业学院、辽宁石化职业技术学院、沈阳职业技术学院机械电子学院、朝阳工业学校。

本书在编写过程中，得到了机械工业出版社的热情关怀和指导，各编、审同志所在院校对编审工作给予了大力支持和协助，在此一并致谢。

由于编者水平有限，不妥之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

高职数学教材编写组

目　　录

第 1 章　集合与不等式

【学习目标】

1. 了解集合的概念及其表示方法．

2. 掌握集合之间的运算(子集、真子集、相等、交集、并集、补集)．

3. 理解区间的概念，会在数轴上表示区间．

4. 掌握绝对值不等式、一元二次不等式、分式不等式的解法．

5. 培养学生应用数学概念的能力和计算能力．

1.1　集合

1. 集合的概念

集合理论的创始人是康托尔(Cantor, G. F. L. P, 1845—1918)，德国数学家.

集合是现代数学中最基本的概念之一．研究集合的数学理论称为集合论，它是数学的一个基本分支，是近代许多数学分支的基础．

我们在初中就已经接触到“集合”一词，如：“自然数的集合”，“有理数的集合”，“不等式的解集”等．在数学和日常生活中，也经常把某些指定的对象作为一个整体加以研究，例如：

（1）一个班里的全体学生；

（2）某图书馆的全部藏书；

（3）所有的直角三角形；

（4）与一个角的两边距离相等的所有点；

（5）不等式 $2x-1>3$ 的所有解；

（6）某工厂金工车间的所有机床.

它们分别是由一些人、书、图形、点、数和机床组成的.

一般地，指定的某些对象的全体称为**集合**(简称**集**)，用大写字母 A，B，C，…表示．集合中的每个对象叫做这个集合的**元素**，用小写字母 a，b，c，…表示．

如果 a 是集合 A 的元素，就说“a 属于集合 A”，记作 $a \in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说“a 不属于集合 A”，记作 $a \notin A$.

例如，某校高一(1)班全体学生构成了一个集合，则该校内的任一学生，或者是高一(1)班的同学，或者不是，二者必居其一，这表明集合的元素具有**确定性**；在书写高一(1)班全体同学的名单时，谁写在前面或者后面，不论次序如何，都是高一(1)班全体同学的名单，这表明集合的元素具有**无序性**；另外，每名同学的名字，必须写而且只需写一次就可以了，这表明集合的元素具有**互异性**.

练一练

判断下列各组元素能否构成一个集合：

(1) 所有爱唱歌的孩子；

(2) 0，1，1，2.

2. 常用数集

下面介绍几种常用数集的表示符号：

整数集，记作 $\mathbf{Z}$；

自然数集(即非负整数集)，记作 $\mathbf{N}$；

正整数集，记作 $\mathbf{N}_+$(或 $\mathbf{N}^*$)；

有理数集，记作 $\mathbf{Q}$；

实数集，记作 $\mathbf{R}$.

有时，正实数集记作 $\mathbf{R}_+$，负有理数集记作 $\mathbf{Q}_-$，等等.

不含任何元素的集合称为**空集**，用 $\varnothing$ 表示，如 $x^2+1=0$ 的实数解的集合.

思考：数 0 与集合 $\{0\}$ 有何区别？空集 $\varnothing$ 与集合 $\{0\}$ 有何区别？

3. 集合的表示方法

集合的表示方法通常有两种：列举法和描述法.

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，这种表示集合的方法称为**列举法**.

例如，单词 book 中所有字母的集合 $A=\{b,o,k\}$；大于 1 而小于 10 的正整数所组成的集合 $B=\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$ 等.

把集合中元素的共同性质描述出来，写在大括号内，这种表示集合的方法称为**描述法**.

例如，不等式 $x+3<0$ 的所有实数解组成的集合，记作 $A=\{x \mid x+3<0\}$；所有三角形的集合记作 $B=\{三角形\}$.

究竟用哪种方法表示一个集合，要视具体情况而定.

思考：用描述法表示集合时，大括号中哪些时候需要竖线，哪些时候不需要.

例 用列举法或描述法表示下列集合.

（1）大于 4 而小于 17 的奇数；

（2）某校的所有计算机；

（3）一次函数 $y=3x-1$ 图像上的所有点.

解 （1）用列举法表示，即

$$\{5,7,9,11,13,15\}$$

（2）用描述法表示，即

$$\{某校的所有计算机\}$$

（3）用描述法表示，即

$$\{(x,y) \mid y=3x-1\}$$

或

$$\{一次函数\ y=3x-1\ 图像上的所有点\}$$

练一练

用列举法和描述法表示下列集合.

（1）$x^2-5x+6=0$ 的解集；

（2）大于 0 且小于 5 的整数.

【习题 1.1】

1. 判断下列各组元素能否构成一个集合.

（1）所有长发的女生；

（2）0，1，2，2，3，4，5.

2. 用适当的方法表示下列元素构成的集合.

（1）方程 $x^2-5x+6=0$ 的所有实根；

（2）大于 0 的偶数；

（3）组成中国国旗图案的颜色；

（4）中国古代的四大发明.

3. 用另一种方法表示下列集合.

（1）$\{一年的四个季节\}$；　　（2）$\{2,4,6,8,10\}$；

(3) $\{x \mid x^2 = 1\}$；　　　　　(4) {6 的因数}.

4. 用列举法和描述法各举一个集合的例子.

5. 下列结论中不正确的是(　　).

A. $0 \in \mathbf{N}$　B. $\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$　C. $0 \notin \mathbf{Q}$　D. $-1 \in \mathbf{Z}$

1.2　集合之间的关系

1. 子集

观察下列集合：

$A = \{1, 2\}$，$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

可以发现，集合 A 中的每一个元素都是集合 B 中的元素，对于集合间的这种关系，给出下面的定义.

如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么称集合 A 是集合 B 的**子集**，记作 $A \subseteq B$(或 $B \supseteq A$)，读作 A **包含于** B(或 B 包含 A). 并规定：**空集是任何集合的子集**，即 $\varnothing \subseteq A$. 因此，任何一个集合是它本身的子集，即 $A \subseteq A$.

思考：符号 $\in$ 与符号 $\subseteq$ 表达的含义相同吗?

集合 A 不包含于集合 B 时，记作 $A \not\subseteq B$.

例 1　写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集.

解　集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集是：

$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{b, c\}$，$\{a, b, c\}$.

2. 真子集

由例 1 可以看出，在集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集中，除去它本身 $\{a, b, c\}$ 外，集合 $\{a, b, c\}$ 中至少有一个元素不在其余的某个子集中.

如果集合 A 是集合 B 的子集，且集合 B 中至少有一个元素不属于 A，则称集合 A 是集合 B 的**真子集**，记作 $A \subsetneqq B$(或 $B \supsetneqq A$)，读作"A 真包含于 B"(或 B 真包含 A). 如图 1-1 所示.

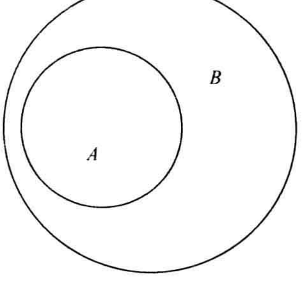


图　1-1

集合 $\{a, b, c\}$ 的子集中，除了 $\{a, b, c\}$ 外，其他子集都是 $\{a, b, c\}$ 的真子集. 显然，**空集是任何非空集合的真子集**.

练一练

判断集合 A 与 B 的关系：

（1）集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,2,3,4\}$；

（2）集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,3,2\}$.

3. 集合的相等

如果集合 A 与集合 B 的元素完全相同，即 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，则称集合 A 与集合 B **相等**，记作 $A=B$.

练一练

对于集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{1,2,3,4,5,6\}$，$C=\{2,7\}$，$D=\{x\mid(x-1)(x-2)=0\}$，判断下列关系是否成立.

$$A=D,\ A\subseteq B,\ A\subsetneqq B,\ A\subseteq C.$$

思考：集合 $\{a,b,c\}$ 有三个元素，子集个数为 8 个，即 2^3 个；真子集个数为 2^3-1 个；推广到含有 n 个元素的集合，则子集个数和真子集的个数分别为多少？

例 2　指出下列各组中两个集合之间的关系：

（1）$A=\{1,7\}$，$B=\{1,2,3,7\}$；

（2）$C=\{x\mid x^2=1\}$，$D=\{-1,1\}$；

（3）$E=\{偶数\}$，$F=\{整数\}$.

解　（1）$A\subsetneqq B$；　　（2）$C=D$；　　（3）$E\subsetneqq F$.

例 3　讨论集合 $A=\{x\mid x-2=0\}$ 与集合 $B=\{x\mid x^2+x-6=0\}$ 的关系.

解　因为集合 $A=\{x\mid x-2=0\}=\{2\}$，

集合 $B=\{x\mid x^2+x-6=0\}=\{-3,2\}$，

所以集合 A 是集合 B 的真子集，即 $A\subsetneqq B$.

【习题 1.2】

1. 用符号$\in$、$\notin$、$=$、$\subsetneqq$、$\supsetneqq$填空.

（1）1 ____ $\mathbf{N}$；　（2）0 ____ $\mathbf{Z}$；

（3）-2 ____ $\mathbf{Q}_-$；　（4）$\frac{3}{4}$ ____ $\mathbf{Q}$；

（5）π ____ $\mathbf{Q}$；　（6）$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{R}$；

（7）$\{1,2\}$ ____ $\{2,1\}$；　（8）$\{3,5\}$ ____ $\{1,3,5\}$；

（9）$\{2,4,6,8\}$ ____ $\{2,8\}$；　（10）$\varnothing$ ____ $\{1,2,3\}$.

2. 如图 1-2 所示，A、B、C 表示集合，说明它们之间的关系 .

3. 写出集合$\{1,3,5\}$的所有子集 .

4. 设 $A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{1,2,4,6\}$，写出由 A 和 B 的所有元素组成的集合 C.

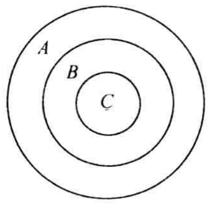


图 1-2

5. 设 $A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{1,2,3,4,6,8,10\}$，写出由 A 和 B 的公共元素组成的集合 C.

1.3 集合的运算

1. 交集

观察集合 $A=\{1,2,3,7\}$ 与集合 $B=\{2,3,6,7\}$，容易看出，集合$\{2,3,7\}$是由集合 A 与集合 B 的所有公共元素组成的，对于这样的集合给出如下定义 .

定义 由集合 A 与集合 B 的所有公共元素组成的集合，叫做集合 A 与集合 B 的**交集**(如图 1-3 所示的阴影部分)，记作 $A\cap B$，读作"A 交 B".

$A\cap B=\{x \mid x\in A 且 x\in B\}$

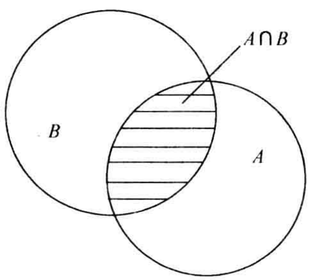


图 1-3

由交集的定义及图 1-3 可以看出，$A\cap B$ 既是 A 的子集，又是 B 的子集，即 $A\cap B\subseteq A$ 且 $A\cap B\subseteq B$.

另外，交集还有如下性质：

$A\cap\varnothing=\varnothing$；

$A\cap A=A$；

$A\cap B=B\cap A$.

若 $A\cap B=A$，则 $A\subseteq B$，反之亦成立 .

例 1 设集合：

(1) $A=\{2,5,7,8\}$，$B=\{5,6,8,10\}$；

(2) $A=\{奇数\}$，$B=\{偶数\}$；

(3) $A=\{奇数\}$，$B=\{整数\}$；

(4) $A=\{$等腰三角形$\}$，$B=\{$直角三角形$\}$；

(5) $A=\{(x,y)\mid 2x+y=5\}$，$B=\{(x,y)\mid x+2y=7\}$；

(6) $A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 5\}$.

求 $A\cap B$.

解 (1) $A\cap B=\{2,5,7,8\}\cap\{5,6,8,10\}=\{5,8\}$；

(2) $A\cap B=\{$奇数$\}\cap\{$偶数$\}=\varnothing$；

(3) $A\cap B=\{$奇数$\}\cap\{$整数$\}=\{$奇数$\}=A$；

(4) $A\cap B=\{$等腰三角形$\}\cap\{$直角三角形$\}=\{$等腰直角三角形$\}$；

(5) $A\cap B=\{(x,y)\mid 2x+y=5\}\cap\{(x,y)\mid x+2y=7\}$

$$=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}2x+y=5\\x+2y=7\end{cases}\right\}=\{(1,3)\}；$$

(6) $A\cap B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}\cap\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 5\}=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 3\}$，如图 1-4 所示.

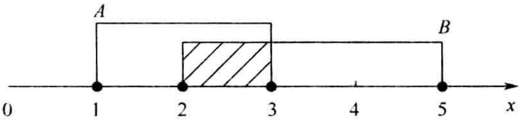


图 1-4

2. 并集

我们把集合 $A=\{1,2,3,7\}$ 与 $B=\{2,3,6,7\}$ 的元素放在一起，构成新的集合，由集合元素的互异性可知新的集合为 $\{1,2,3,6,7\}$. 它是由所有属于 A 或属于 B 的元素组成的. 对于这样的集合，给出如下定义.

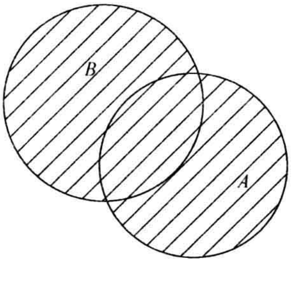


图 1-5

定义 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合，称为集合 A 与集合 B 的**并集**（如图 1-5 所示的阴影部分），记作 $A\cup B$，读作"A 并 B". 即

$A\cup B=\{x\mid x\in A$或$x\in B\}$

由并集的定义及图 1-5 可以看出，集合 A、B 都是 $A\cup B$ 的子集，即 $A\subseteq A\cup B$，$B\subseteq A\cup B$.

另外，并集还有如下性质：

$A\cup\varnothing=A$；

$A\cup A=A$；

$A\cup B=B\cup A$.

若 $A\cup B=B$，则 $A\subseteq B$，反之亦成立.

例 2 设集合：

（1）$A=\{2,5,7,8\}$，$B=\{5,6,8,10\}$；

（2）$A=\{奇数\}$，$B=\{偶数\}$；

（3）$A=\{奇数\}$，$B=\{整数\}$；

（4）$A=\{等腰三角形\}$，$B=\{直角三角形\}$；

（5）$A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 5\}$.

求 $A\cup B$.

解 （1）$A\cup B=\{2,5,7,8\}\cup\{5,6,8,10\}=\{2,5,6,7,8,10\}$；

（2）$A\cup B=\{奇数\}\cup\{偶数\}=\{整数\}$；

（3）$A\cup B=\{奇数\}\cup\{整数\}=\{整数\}=B$；

（4）$A\cup B=\{等腰三角形\}\cup\{直角三角形\}$

$$=\left\{\begin{array}{l}等腰直角三角形,等腰非直角三角形，直角\\非等腰三角形\end{array}\right\}$$

（5）$A\cup B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}\cup\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 5\}=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 5\}$，如图 1-6 所示.

在求集合的并集时，同时属于 A 和 B 的公共元素，在它们的并集中只列举一次.

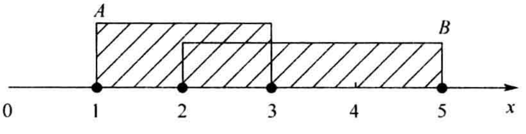


图 1-6

3. 补集

观察下列三个集合之间的关系：

$I=\{全班同学\}$，$A=\{班上男同学\}$，$B=\{班上女同学\}$.

容易看出，集合 B 就是在集合 I 中，去掉集合 A 的所有元素之后，由余下来的元素组成的集合.

在研究集合之间的关系时，如果集合 I 包含所要研究的各个集合，则称 I 为**全集**.

设 I 是全集，A 是 I 的一个子集（即 $A\subseteq I$），则由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在 I 中的补集（如图