算尺原理及用法

陳世仁著
駱師曾校

商務印書館發行

算尺原理及用法

陳世仁 著
駱師曾 校

商務印書館發行

一九二四年十一月初版
一九五〇年一月第七版

(58772)

算尺原理及用法一册

基價肆元伍角

印刷地點外另加運費

著作者 陳世仁

校訂者 駱師曾

發行兼印刷者 商務印書館

發行所 各地商務印書館

序

算學之施於實用者,以計算爲歸宿.計算之法雖多,異途同歸,不外七術.(加減乘除羃法開法對數)疇人之徒,習之有素,理論推算,固不厭其難,然遇數值計算,每苦繁複,失之毫釐,謬以千里,故從事職業之人,尤以計算爲凜凜於是深思之士作各種數表,(如對數表.三角函數表方羃表.方根表.逆數表.圓弧表.圓積表等)以便實用,一可省時,二可免誤,意至善也.更進者,則創圖表算法 (Nomographie) 按圖索驥,不勞計算,可得結果.法雖妙然分類作圖亦苦費時.乃有創機器以行計算者,一舉手而結果可得,便莫甚焉.我國舊有算籌,算盤,即屬是類.算盤之利,盡人皆知.設珠算之術不行,吾知事倍功半,商家所費之光陰,將不可勝數矣.夫算盤因爲商家之利器,乃用之理工,則嫌不足,因施算之範圍旣狹,且推得之結果易誤.西土所創算器,類似籌算算盤者有之,此外或以手搖,或以電動,於短時間中得精確之結果,(關於圖表算法及算器之記載可參觀 Encyklopaedie der mathematischne Wissenschaften, Band I, Teil II 中 R. Mehmke 著 Numerisches Rechnen) 可謂盡學理及機械之能事矣.然或以製作繁複,價昂不易得,器重不便攜,或以限於數法,不適於用.故雖有其制,用仍未廣.算器中,惟算尺爲唯一之利器.器小攜便施算之範圍旣廣,而用法亦簡,七術之中惟加減二法除外,他如三角函數,亦可施算.其更進更精者,分科別類,各爲特製;計算普通題外,尙可算專科之題.凡歐美習工業者,無不人置一尺,視若

壞寶,親如至友,無論工場,教室,實地應用,各種計算,皆倚此爲之,幾不可一日離,不僅習工者如是,習理化及純正科學者,借重算尺之時實多.我國學子近亦漸知算尺之重要,購備應用者,頗不乏人.然每苦構造原理之不明,施算各法不能盡其用.關於算尺之參考書,求之西籍已不易得,漢籍更無論矣.陳子世仁編此小册,以彌是憾.先述原理,繼及應用,解說詳明,讀此不啻如數掌上螺紋.有利學子與工業前途可斷言也.

民國十一年十月顧寶瑚序於吳淞同濟工科大學

算尺原理及用法目錄

第一篇　概言

第一章　溯源及奠基……………………1

第二章　四尺的關係……………………17

第二篇　應用

第一章　乘……………………………36

第二章　除……………………………48

第三章　混合乘除……………………53

第三篇　附尺

第一章　三角函數諸尺…………62

第二章　等分尺…………………67

第三章　對數的對數尺…………68

附錄

(一)　小數點的位置…………72

(二)　雜題……………………80

(三)　繁複算式的解法………82

(四)　C.D兩尺上等量種種…85

算尺原理及用法

第一篇　概言

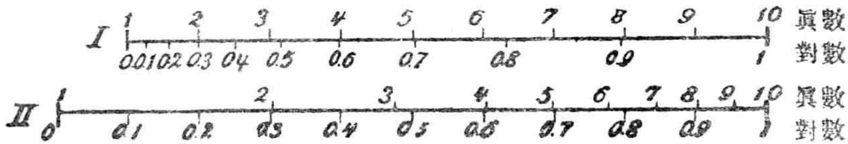
第一章　溯源及奠基

要知道算尺的構造,該先澈底了解下列兩條公理:

(一) 一個單位,可以用一個任意長的間距來代表;一個數含兩個單位以上的,可以用一段含同樣幾個間距的距離來代表.我們可以將這樣的距離增大,祇須將他加上或接了另外的間距或距離;也可以將這樣的距離減小,祇須從他當中截去幾個間距或距離.

(二) 對數是一串等差級數的數(像1,2,3,4,…………等),同另外一串等比級數的數(像1,2,4,8,…………等)相對應.

第　一　圖



從第一圖 I 和II兩種情形——比較看一個數表容易瞭然——我們就不難得到對數所具有的一個根本見解,就是:把等比級數的排列變做等差級數的排列.

將這兩種級數寫在一處:——

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

這裏的第一列,是一串等差級數的數;第二列是一串等比級數的數.第二列諸數的對數,彼此有同樣的關係,像第一列裏的對應諸數.

這兩種級數的性質,經一度研究,就能懂得怎樣去利用他們應用到算尺上去.

(一) 倘使將第一列裏任意兩個數相加,像 3 和 5,那麽他們的和 8,同第二列的 256 對應.256 是 8 和 32 的積,這兩個數就是同第一列的 3 和 5 對應的.

(二) 倘使從第一列裏某數,減去在同列內任意的另外一個數,像 9 減 6,那麽他們的差

3同第二列的8對應.8是$\frac{512}{64}$的商,這兩個數就是同第一列的9和6對應的.

(三) 倘使將第一列裏任意的一個數乘2,像3·2,他們的積6同第二列的64對應.64是8的平方,而第二列裏的8同第一列的3對應的.

(四) 倘使用2除第一列裏任意的一個數,像8:2,他們的商4,同第二列的16對應,16是256的平方根,而第二列的256同第一列的8對應的.

(五) 同樣,倘使用3,4,……等去乘或除,我們得到三次,四次….等的乘冪和方根.

這就是對數的特性,對於解繁複的計算上,供獻了無限的便宜.再經過了第一條公理的手續,應用到算尺上去.

至於算尺的由來,沒有別的,就不過根據了對數上的四條原則:——

〔一〕 積的對數,是各因數的對數的和.

或　$\log_a(m\cdot n)=\log_a m+\log_a n.$

〔二〕 商的對數,是被除數和除數的對數的代數差.

或　$\log_a(m:n)=\log_a m-\log_a n.$

〔三〕 某數任意乘方的對數,是本數的對數同他方指數的積.

或　$\log_a\left(m^n\right)=n\cdot\log_a m.$

〔四〕 某數任意次根的對數,等於用n除這個數的對數的商.

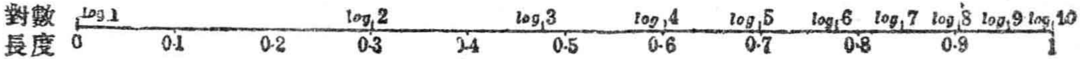
或 $$\log_a\left(\sqrt[n]{m}\right)=\frac{1}{n}\log_a m.$$

現在我們假使要創造一條算尺,第一步手續,就是將從1到10以內整數的對數抄下來,列成一個表,像〔I〕行:

I	II	III
log 1 =0.0000	0.00 cm.	0.00 cm.
log 2 =0.3010	30.10 cm.	7.53 cm.
log 3 =0.4771	47.71 cm.	11.93 cm.
log 4 =0.6021	60.21 cm.	15.05 cm.
log 5 =0.6990	69.90 cm.	17.48 cm.
log 6 =0.7782	77.82 cm.	19.46 cm.
log 7 =0.8451	84.51 cm.	21.13 cm.
log 8 =0.9031	90.31 cm.	22.58 cm.
log 9 =0.9542	95.42 cm.	23.86 cm.
log 10 =1.0000	100.00 cm.	25.00 cm.

拿一條狹紙片,任意長的.不過爲容易明瞭起見,拿1m (公尺)長的,使他來表10的對數.假使用100 cm(公分)當做log 10的所在;那麼,像第(II)行所列,69.9公分該是log 5的所在.現在拿一個兩脚規,使他兩足端的距離是69.9 cm;一個足端放在紙條的左緣上,照他的右足端的所指,劃一條線,記出log 5在那裏.同樣,將1到10內其餘整數的對數,從同一條起線起,照第〔II〕行所列的長度——第〔II〕行的各個長度同第〔I〕行各個對數對應的——一個一個照樣記下來,就成一條『對數尺』,像第二圖.

第　　二　　圖



這條尺的妙處,就在把抽象的各個數的對數,用一定的一種長度——這裏 log 10=100 公分——和一個共同的起點,變成了具體的一個一個的尺寸。

普通纔 1 m.長的對數尺不便利,所以往往把他的長度縮短,祇用四分之一,因此每分段的長度,該用 4 除,對應的長度,像上表第〔III〕行所列.這樣簡單的一條對數尺上,我們就可以:

(一)　根據第(一)條的原則,做乘法.

例:　4·2 我們祇須在尺上表 log 4 的一段加上表 log 2 的一段.結果就是 log 8 一段的長,因爲 log (4·2) =log 4+log 2。

手續:　拿一個兩脚規,使他兩足端的距離是 log 2 一段的長.左足端放在 log 4 的線上,他的右足端就在 log 8 的所在。

(二)　根據第〔二〕條對數原則,做除法。

例:　4:2。

手續:　在 log 4 的足端依舊,將同一個兩脚規的右足端向左旋.意思就是:log 4−log 2,所以結果是 log 2。

(三) 再進一步,做比例。

例: $\frac{3}{2}=\frac{6}{x}$。這個做法,可以這樣想:左邊的結果既然不得不等於右邊的;而左邊的結果,我們已經知道,就是將 log 3 的減去 log 2 所剩下的一段的長.那麼右邊的結果,祇須在 log 6 的一段裏減去在左邊所剩下的一段就是了——這裏是 log 4。

因爲 $$\log(3:2)=\log(6:x),\ 或\ \log 3-\log 2=\log 6-\log x,$$

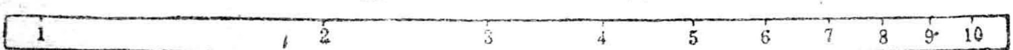
所以 $$\log x=\log 6-[\log 3-\log 2].$$

手續 拿一個兩脚規,把一個足端放在 log 3 線上.移動另外一個足端,使他恰巧在 log 2 的線上。意思就是使他兩足端的距離等於 log 3−log 2 的一段。再將一端移在 log 6 的所在,不要改動他兩端的距離.他在左邊另外一端,就指着所求的結果是 log 4.

註:譬如有 $\frac{2}{3}=\frac{4}{x}$ 一類的題——除數比被除數大了——可以當做 $\frac{3}{2}=\frac{x}{4}$ 想,仍舊可以說得過去.

在實用的算尺上面,不刻 log 1, log 2, log 3,……等等,祇刻 1,2,3……等等數字,像第三圖.所以我們演算的時候,所碰到的,不像是各數的對數,竟像是他們的眞數了。

第 三 圖

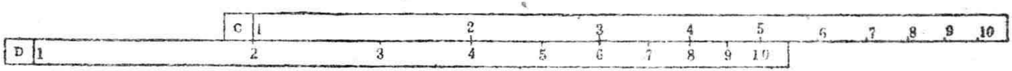


這條尺是英國算學家康達(Edmond Gunter [1581-1626])創造的,所以那時叫做康達尺(Gunterskala)。

用兩脚規的辦法,總覺得不十分便利.因此,我們照樣再劃了一條尺,爲易於辨別起見,叫他C尺和D尺.我們將C尺放在D尺的上面,使C尺上的起線——以後作C1——恰好在D尺的log 2上——以後作D2——那麼,我們得了如下的結果:

在D尺上的各個對數,都是在C尺上相對的各個對數的二倍。

第四圖



兩尺在這樣的一個位置,正是我們把C尺上每個對數,加了log 2的一段;意思就是將C尺的各數乘2.相乘的結果,就直接的在C尺上尋到的一個因數的下面.這條C尺,和上述的兩脚規有異曲同工之妙;我們把C1移在D2上時,意思就同規的一個足端放在D2上一樣.我們在C3的下面讀所求的結果,就是和將規的兩足端距離log 3.加上log 2一段,同一個辦法。

用第二條尺替兩脚規,是英國人文蓋脫(Wingate[1593-1653])所創始.這種尺就叫做算尺(Slide Rules)。

算尺上的C尺和D尺,普通長25 cm.,已經說過的了.現在我們再講另外兩條,叫他A尺和B尺.這兩條所用的長度,照C, D兩尺所用的,縮短了一半,像下表所列的(做法和上述的完全相同,不再說了).所以在25 cm.長的尺上,可以接續劃兩條同樣的對數尺.

A尺和B尺

數	他的對數	log100=100cm	log100=25cm	數	他的對數	log100=100cm	log100=25cm
1	0.0000	0.00	0.00	10	1.0000	50.00	12.50
2	0.3010	15.05	3.76	20	1.3010	65.05	16.26
3	0.4771	23.86	5.96	30	1.4771	73.86	18.46
4	0.6021	30.10	7.53	40	1.6021	80.10	20.03
5	0.6990	34.95	8.74	50	1.6990	84.95	21.24
6	0.7782	38.91	9.73	60	1.7782	88.91	22.23
7	0.8451	42.26	10.56	70	1.8451	92.26	23.06
8	0.9031	45.16	11.29	80	1.9031	95.16	23.79
9	0.9542	47.71	11.93	90	1.9542	97.71	24.43
				100	2.0000	100.00	25.00

C尺和D尺

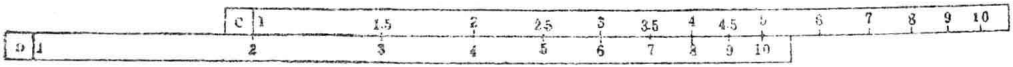
log	1	0.00	cm
log	2	7.53	cm
log	3	11.93	cm
log	4	15.05	cm
log	5	17.48	cm
log	6	19.46	cm
log	7	21.13	cm
log	8	22.58	cm
log	9	23.86	cm
log	10	25.00	cm

在幾種算尺裏,中分線記10,以下的主分線依次記20,30,40,....等等.不過有許多算尺的樣式,把中線仍記1,以下的記法又和前一半的完全相同.雖然如此,但是我們應有一種成見,將他們的中分線,當做A10和B10看;他們右端的末線,當做A100和B100看.

C尺和D尺在第四圖的位置,我們已經知道:D尺上諸數,是C尺上相對各數(c)的二倍(2c).倒過來說:C尺上諸數,是D尺上相對各數(d)的一半$\left(\frac{d}{2}\right)$.

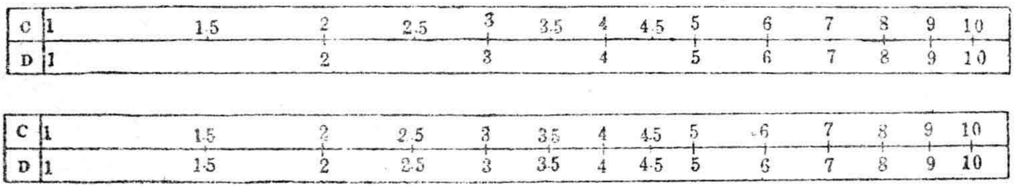
將D尺上表奇數的分線,延長到C尺上去——C尺上本來所沒有的——我們就得幾條新的分線,應該就是1.5,2.5,3.5和4.5,如第五圖.

第　五　圖



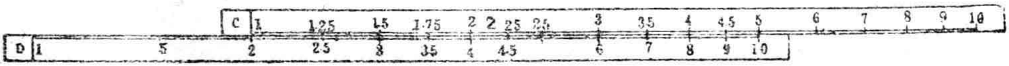
移C尺和D尺在標準位置——就是C1正對D1——我們可以將C尺所新得的分線延長，在D尺上照樣劃出，如第六圖。

第　六　圖



現在再把C1移在D2上，將D尺上的新分線延長，C尺又得到幾條新分線，就是1.25, 1.75,

第　七　圖



再移C尺和D尺在標準位置，再將新分線劃到D尺上去。

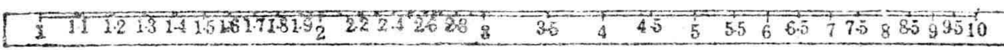
照這樣的手續繼續下去,在理想上,可以得到無窮多的新分線.但是在實際上我們覺得:這樣的方法,不能長此進行,而所得的分線,不過在一定範圍以內的.倘使要把一切的缺位都塡出來,那就不得不另外用一個新的位置,給這兩條尺.譬如我們移C1在D1.25上,那麽:

D尺上的各數,是C尺上相對各數的1.25倍;

C尺上的各數,是D尺上相對各數的1.25分之一.

用了這個起點,等到兩尺得到够用的分線之後:我們又可以另選一個新起點,再做下去,直到這兩條對數尺十分完全.

第　八　圖



分線的排列如第八圖,看起來就知道:非但這幾條主要分線的距離,各不相等;就是一切小分線的距離也不等,愈近左邊的相離愈寬,愈近右邊的相離愈窄.所以譬如說尺上還有幾個缺位,要估量着補上去,實在是很不容易的.

A, B和C,D四尺,是算尺上的主要部分. A,D兩尺刻在尺體上(I); B,C兩尺在尺舌上(II).尺體有槽,在A,D兩尺中間,恰好可以把尺舌放在那裏,左右移動.