

題解中心

代數學辭典

索引

上海新亞書店印行

索引例言

●本辭典以問題解法爲中心，翻檢之時有待於靈便之索引，自屬必要。●但本辭典與他種辭典不同，帶有練習解題之性質，故全書順序，始自初部問題，逐步遞進，由淺入深，以期單用本書，即能進窺堂奧，而無事他求。●故爲使用本辭典者之便利計，另編索引，分冊裝訂，不附於卷末，俾檢閱之時，得便宜使用，而免上下翻查不便之障礙。●索引之編製，一以問題之種類爲歸；分類之法詳於索引目次，讀者可先詳覽一過，以期瞭然於胸。●檢索之時，明辨所查問題係屬何種性質，先就目次得其所屬，檢明頁數，再查索引本文，自能檢得所求之題。●茲再舉類別時本書所注意之條項如下：●本辭典第一門，爲節凡五十有九，而索引中則按整式，分數，方程式，方程式應用等分爲二十八部，各部復依題中所求要點[如求值，求證，求解等]而類分之。●但在方程式應用題，幾何學的應用題，物理學的應用題等，則依題中主要部分而類分之。●一類之中題數多者，復別其異同彙集一處；題數少者，則逕仍本文之順序，不再細分。●至於‘求和，差，積，商’之類，與‘簡化’之類，其間難加嚴密區別；故本索引視式之繁簡爲分類之標的。簡單者列入‘求和，差，積，商’類；繁複者列入‘簡化’類。●分數方程式則依其可歸於一次方程式，二次方程式，或準二次方程式者而區分之。但一分數方程式究何所歸屬，在未知其解法以前，不易明辨，如是則上述區分之法未能認爲適當；惟問題出於他書，解法索諸本典，則在他書或已區分，即不難引得；否則祇有徧查第三部之4, 5, 6節。各部類皆設雜題一目，無可歸類者悉納入之。

代數學辭典索引

目次

第一 整式之部 1

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 1. 求值 1 | 2. 求和 3 |
| 3. 求差 3 | 4. 求積 3 |
| 5. 求商 5 | 6. 求剩餘 8 |
| 7. 求項 8 | 8. 求係數 9 |
| 9. 求式 9 | 10. 求函數 10 |
| 11. 求條件 10 | 12. 簡化 11 |
| 13. 求證 13 | 14. 求因數 26 |
| 15. 求 $G. C. M.$... 33 | 16. 求 $L. C. M.$... 34 |
| 17. 應用問題 35 | 18. 雜題 37 |

第二 分數之部 38

- | | |
|-----------------|-------------------|
| 1. 求值 38 | 2. 減法 40 |
| 3. 除法 40 | 4. 簡化 40 |
| 5. 求證 51 | 6. 分解因數 57 |
| 7. 通分 57 | 8. 雜題 57 |

第三 方程式之部 58

- | | |
|---------------------------------|--------------------|
| 1. 一元一次方程式... 58 | 2. 一元二次方程式 ... 61 |
| 3. 準二次方程式... .. 64 | |
| 4. 分數方程式[一未知數,一次方程式] 67 | |
| 5. 分數方程式[一未知數,二次方程式] 70 | |
| 6. 分數方程式[一未知數,準二次方程式] 75 | |
| 7. 二元一次聯立方程式 77 | |
| 8. 多元一次聯立方程式 79 | |
| 9. 二元二次聯立方程式 83 | |
| 10. 多元二次聯立方程式 88 | |
| 11. 聯立分數方程式[一次方程式] 92 | |
| 12. 聯立分數方程式[二次方程式] 94 | |
| 13. 根數方程式 98 | |
| 14. 作方程式 104 | 15. 根與係數之關係... 106 |
| 16. 求條件 107 | 17. 求值 108 |

18. 根之類別 110 19. 求證 111
20. 分解因數 119 21. 雜題 119

第四 方程式應用之部 120

- | | |
|--------------------|----------------------|
| 1. 數之關係 120 | 2. 量之關係 128 |
| 3. 關於買賣者 ... 132 | 4. 關於旅行者... .. 139 |
| 5. 關於船隻者 ... 146 | 6. 關於火車者... .. 148 |
| 7. 競走 152 | 8. 勝負 153 |
| 9. 分配 154 | 10. 年數 156 |
| 11. 時計 156 | 12. 工作 157 |
| 13. 水管 160 | 14. 運費 161 |
| 15. 地面 162 | 16. 糧食 163 |
| 17. 人數 164 | 18. 排列 165 |
| 19. 迴轉 165 | 20. 資本金... .. 166 |
| 21. 貨幣 167 | 22. 稅... .. 168 |
| 23. 利息 168 | 24. 混合,合金 171 |
| 25. 雜題 173 | |

第五 冪,根指數,根數,虛數之部 ... 179

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. 求證 179 | 2. 化根式... .. 184 |
| 3. 將分母有理化 ... 185 | 4. 簡化 186 |
| 5. 計算 191 | 6. 求平方根 193 |
| 7. 求立方根 195 | 8. 雜題 195 |

第六 消元法,恆等式之部 196

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. 消元 196 | 2. 求證 198 |
| 3. 雜題 201 | |

第七 代數函數圖解之部 202

第八 不等式之部 202

- | | |
|--------------------|------------------|
| 1. 求證 202 | 2. 不等式... .. 210 |
| 3. 應用問題 212 | 4. 雜題 213 |

第九 極大極小之部 213

- | | |
|------------------------|--------------------|
| 1. 求極大或極小值 213 | 2. 求極大及極小值... 215 |
| 3. 求極大值 216 | 4. 求極小值 217 |
| 5. 探討變化 219 | 6. 求證 219 |
| 7. 雜題... .. 221 | |
| 8. 幾何學的極大極小 222 | |

第十 幾何學的應用之部 226

1. 直線 226	2. 角 227
3. 直角三角形 ... 228	4. 三角形... .. 229
5. 四邊形 230	6. 正多角形 231
7. 圓 231	8. 二圓 232
9. 圓之內接及外切形 232	
10. 相切 232	11. 柱體 233
12. 錐體 233	13. 球... .. 233
14. 雜題... .. 234	

第十一 物理學的應用之部 ... 237

1. 力學 237	2. 水學 240
3. 氣學 242	4. 熱學 242
5. 光學 243	6. 音學 245
7. 電學 245	8. 雜題 245

第十二 極限及不定式之部 ... 245

第十三 比,比例,變數法之部 ... 246

1. 求證 246	2. 求比 253
3. 求值 253	4. 解方程式 254
5. 作方程式 255	6. 雜題 255
7. 應用問題 256	

第十四 級數[等差,等比,調和]之部 261

1. 求項之值 262	2. 求和 263
3. 求級數 265	4. 求公差... .. 267
5. 求公比 267	6. 求項數... .. 268
7. 求值 268	8. 插入 269
9. 求證 269	10. 雜題 276
11. 應用問題 277	

第十五 數學的歸納法之部 ... 280

第十六 記數法之部 281

第十七 排列及配合之部 284

1. 有幾法 284	2. 求值 289
3. 求證 290	4. 求關係... .. 292

第十八 二項式,多項式定理之部 293

1. 展開 293	2. 求項 293
3. 求係數 294	4. 第幾項... .. 295
5. 求值 295	6. 求證 295

- 7 雜題 296
- 第十九 對數,利息,年金之部** ... 297
1. 求對數 297 2. 求值 297
3. 展開 298 4. 求證 299
5. 解方程式 300 6. 利息及年金 ... 301
7. 雜 304 8. 應用問題 305
- 第二十 級數(收斂,發散,總和,循環)之部** 305
1. 決定收斂,抑發散,抑不定 306
2. 求證收斂 306 3. 求證發散 307
4. 求證收斂或發散 307
5. 求證 308 6. 求最初 n 項之和 ... 308
7. 求和 310 8. 求第 n 項 310
9. 雜題 310
- 第二十一 未定係數法之部** ... 311
- 第二十二 部分分數之部** 311
- 第二十三 連分數之部** 312
1. 化 312 2. 求 312
3. 求證 313
- 第二十四 一次不定方程式之部** 314
- 第二十五 或然率之部** 315
1. 求或然率 315 2. 求證 317
3. 雜題 318
- 第二十六 整數論之部** 318
1. 求 318 2. 求證 319
- 第二十七 行列式之部** 320
1. 求證 320 2. 求符號 324
3. 求值 324 4. 展開 324
5. 消去法 325 6. 解方程式 325
7. 雜題 326
- 第二十八 方程式理論之部** ... 326
1. 求證 326 2. 求值 327
3. 解方程式 328 4. 作方程式 329
5. 求關係 329 6. 求條件 329
7. 雜題 329

代數學辭典

(索引)

第一 整式之部

1. 求 值

- 設 $a=9, b=12, c=15, s=18$ 時, 則式 $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 之值如何? 3
- 設 $a=9, b=12, c=15$, 及 $2s=a+b+c$ 時, 則 $\sqrt{\frac{s(s-a)}{(s-b)(s-c)}}$ 之值如何? 4
- 設 $a=1, b=-2, c=-1$, 又 $a=-2, b=-1, c=-3$, 則 $-a+b-c$ 之值如何? 9
- 設 $a=-2, b=-3, c=-5$. 求 $-a+(-b)-(-c)$ 之值. 10
- 設 $a=-1, b=-2, c=-3$, 則 $\{a-(b-c)\}^2+\{b-(c-a)\}^2+\{c-(a-b)\}^2$ 之值如何? 11
- 設 $3y=x+2z$, 則 $x^3-27y^3+8z^3+18xyz$ 之值如何? 146
- 設 $3x=a+b+c$, 求下式之值: $(x-a)^3+(x-b)^3+(x-c)^3-3(x-a)(x-b)(x-c)$ 157
- 設 x^2+7x+c 得以 $x+4$ 整除之 則 c 之值如何? 200
- 欲使 $a^3+b^3+c^3-mabc$ 得以 $a+b+c$ 整除, 則 m 之值, 必須如何? 201
- 設 $6x^2+(a+3)x-8$, 可以 $2x+3$ 整除之, 則 a 之值如何? 217
- $x^4+4x^3+3x^2+px+q$ 及 x^3+3x^2+2x+1 同以 x^2+2x+1 除之, 而得同樣之剩餘時, p 及 q 之值若何? 221

- 設 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 + lx + m$, 得為 $x^2 - 5x + 6$ 所整除, 則 l, m 之值若何? 222
- 設 $n=7, x=3$, 則 $x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n$ 之值如何? 233
- 設 $(a-3)x^3 + (2a-3b+5)x^2 + (3a+2b-4c)x + ac - bd + 7$ 與 $x^3 + 7x^2 + 4x + 5$, 不問 x 之值如何, 而恆相等, 則 a, b, c, d 之值如何? 248
- 設 $(a-b)x^4 + (a+b)x^3 + (3b-c)x^2 + (ab-cd+9)x + de - c$ 等於 $2x^3 - 2x^2 + 1$, 而無關 x 之值時, 則 a, b, c, d, e 之值若何? 249
- $4x^4 - 15x^3 + 11x^2 - 7x + 3$, 得為 $x-3$ 所整除, 其商以 $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 表之. 試以除數乘商等於被除數之定律, 求 a, b, c, d 之值. 250
- 設 $(x+1)(x^2 + Ax + 1) \equiv x^3 + 1$, 求 A 257
- 設 $(x^2 + x + 2)(x^2 - 2x + 1) - (Ax^2 + Bx + C) \equiv x^4 - x^3 + x + 1$, 求數字係數 A, B, C 258
- 根據析因數法, 求 (1) $(575)^2 - (425)^2$, (2) $(8133)^2 - (8131)^2$, (3) $(10001)^2 - 1$ 之值. 310
- $5x^2 - 11xy - 10y^2 - 19y + \lambda$ 得分解為兩個一次整數因數時, λ 之值若何? 394
- 二數之和為 45, 最小公倍數為 168, 求二數. ... 519
- 有二數, 最大公約數為 7, 最小公倍數為 105, 求二數. 520
- 二數之最大公約數為 16, 最小公倍數為 192, 求二數. 但二數之一, 不等於 16. 521
- x 須有若何之值, 方能令 $6x^3 + 37x^2 + 41x - 18$ 與 $15x^3 + 34x^2 + 5x - 6$ 二式同時為零? 523
- 設 $x^2 - x - a$ 及 $x^2 + x - a$ 有公約數時, 則 a 之值如何? 526
- 已知 a, b 之積, 而求 $a+1$ 與 $b+1$ 之積, 當用何法? 又已知 $47796 \times 28534 = 1363811064$, 根據求得之方法, 求 47797×28535 265

- 設 $x=a+1, y=a-2$, 求 $x^2+y^2-4x+6y+3$ 之值. 271
- $A=BQ+R$ 中, 設 $A=x^3+6x^2y-8xy^2+21y^3, B=x^2-2xy+4y^2, R=2x^2y-3y^3$, 求 Q 279
- 設 x^2+px+q 除以 $x-1$, 得剩餘 6, 除以 $x+1$, 得剩餘 2. 求 p 及 q 之值. ... 286
- $a-b-c$ 除何式可得商 $a^2+b^2+c^2+ab+ac+2bc$, 剩餘 $3bc(b+c)$ 288

2. 求 和

- 求 $a^3-a^2+a, a^2-a+1, a^4-a^3-1$ 三式之和. ... 18

3. 求 差

- 自 $2n-(3n-2m-n)$ 減去 $2m-(3m-2n-m)$ 24

4. 求 積

- 求 x^4-2x^2+x-3 與 x^4-x^3-x-3 之積. ... 29
- 求 x^4+x^2+1 與 x^4-x^2+1 之積. ... 30
- 求 $a^2-ab-ac+b^2-bc+c^2, a+b+c$ 二式之積. 31
- 求 $4a^2+9b^2+c^2+3bc+2ca-6ab, 2a+3b-c$ 二式之積 ... 32
- 試以 $x^5+a^5-ax(x^3+a^3)$ 乘 $x^3+a^3-ax(x+a)$ 33
- 求 $ax^2+(a+b)x+(a^2+ab+b^2)$ 與 $bx^2-(a-b)x+(a^2-ab+b^2)$ 之積. ... 34
- 計算 $(b+c)(c+a)(a+b)$... 35
- 計算 (1) $(x+a)(x+b)$, (2) $(x+a)(x+b)(x+c)$ 36
- 計算 $(a+b)^2, (a-b)^2, (a+b)(a-b)$ 37
- 求 x^4+1, x^2+1, x^2-1 之積. ... 38
- 求 $x^4+16y^4, x^2+4y^2, x+2y, x-2y$ 四式之積. ... 39
- 求 a^2+ab+b^2 與 a^2-ab+b^2 之積. ... 40
- 求 $x^2-x+1, x^2+x+1, x^4-x^2+1$ 之連乘積. ... 41
- 求 $a^2-2ab+4b^2, a^2+2ab+4b^2, a^4-4a^2b^2+16b^4$ 之連乘積. ... 42

- 求 $(x-y)^2, (x+y)^2, (x^2+y^2)^2$ 之連乘積. ... 43
- 求 $a^2+2ab+b^2-c^2$, 與 $a^2+2ab-b^2+c^2$ 之積. ... 44
- 求 $a+b+c, a+b-c, a+c-b$, 及 $b+c-a$ 之連乘積. 45
- 求下式各積. (1) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$, (2) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 46
- 求 $a+b+c+d+\dots$ 之平方. ... 47
- 求 x^3+x^2+x+1 之平方. ... 48
- 求 $a+b$ 及 $a-b$ 之立方. ... 49
- 求 $a+b+c$ 之立方. ... 50
- 求 $(x^2+1)^3, (x+1)^3, (x-1)^3$ 之連乘積. ... 51
- 計算 $\{(a-b)x^2+(b-c)x+(c-d)\}(x-1)$ 52
- 求 $a^2+b^2+c^2+d^2-ab-ac-ad-bc-bd-cd$ 乘 $a+b+c+d$ 之積. ... 53
- 有四多項式, $A=a+b+c+d, B=a+b-c-d, C=a-b+c-d, D=a-b-c+d$, 求 $AB(A^2+B^2)+CD(C^2+D^2)$ 之量. ... 77
- 根據未定係數法, 計算下式: (1) $(a+b)^3$, (2) $(a+b+c)^3$, (3) $(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)$ 138
- $(x^2-yz)(y^2-zx)(z^2-xy)$ 之結果如何? ... 140
- 求 $\{a^2+a(b-c)\}\{b^2+b(c-a)\}\{c^2+c(a-b)\}$ 之結果. ... 141
- 求表示 $(x+a_1)(x+a_2)(x+a_3)\dots(x+a_n)$ 結果之公式, 並根據此公式, 計算以下二題: (1) $(x+1)(x-1)(x+2)$, (2) $(x+b-c)(x+c-a)(x+a-b)$ 142
- 求表示 $(A_1x+a_1)(A_2x+a_2)(A_3x+a_3)\dots(A_nx+a_n)$ 結果之公式, 並據此計算下式: $(ax+b-c)(bx+c-a)(cx+a-b)$ 144
- 求以下各積:
- (1) $(x^2-2x+7)(x^2-2x-3)$.
- (2) $(x-3)(x-1)(x+1)(x+3)$.
- (3) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ 266
- 求以下各積:

- (1) $(x^{m+1}-4)(x^{m+1}-7)$.
 (2) $(2a^{2m-1}-b^{m+1})(2a^{2m-1}+3b^{m+1})$.
 (3) $(2a^m x^n-1-a^{m-1}x^n)(5a^2 x^n-2a^m x^2)$.
 (4) $(\frac{2}{3}a^{m+1}b^{n-1}-\frac{1}{5}a^{n-2}b^{m+2})(\frac{1}{2}a^n b^{m+1}+a^{m+1}b^n)$.
 (5) $(a^m+b^m)(a^n+b^n)(a^p-b^p)$.
 (6) $(a^{3x}-a^{2x}+a^x-1)(a^x+1)$ 268

5. 求 商

- 試以 $x+1$ 除 x^3+1 163
 ● 試以 $3x+2y$ 除 $27x^3+8y^3$ 164
 ● 試以 $4y+3x$ 除 $27x^3+64y^3$ 165
 ● x^4+1 除以 $x+1$, 所得之商爲 $x^3-x^2+x-1+\frac{2}{x+1}$. 試
 立式表示之. 166
 ● 試以 $a+b$ 除 a^5+b^5 167
 ● 求 x^2-9y^2 除以 $x+3y$ 之商. 168
 ● 求 $64x^5-y^5$ 除以 $2x-y$ 之商. 169
 ● 試將 $a^2+3ab+4b^2$ 依 (1) a 之降冪排列, (2) b 之降冪排
 列, 除以 $a+b$ 170
 ● 求 $acx^3+(ad-bc)x^2-(ac+bd)x+bc$ 除以 $ax-b$ 之結
 果. 171
 ● 求 $(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$ 除以 $a+b$ 之結果.
 172
 ● 求 $(ax+by)^2+(ay-bx)^2+c^2x^2+c^2y^2$ 除以 x^2+y^2 之商.
 173
 ● 求 $a^{4n}-a^{3n}b^m+a^n b^{3m}-b^{4m}$ 除以 a^n-b^m 之商. 174
 ● 求 $a^3+b^3+c^3-3abc$ 除以 $a+b+c$ 之結果 ... 175
 ● 求 $a^3+b^3+c^3-3abc$ 除以 $a+b+c$ 之結果; 並據此以求
 $8x^3+8y^3+z^3-12xyz$ 除以 $2x+2y+z$ 之商, 但不准實行
 除法. 176
 ● 求 $a^3+8b^3+27c^3-18abc$ 除以 $a^2+4b^2+9c^2-6bc-3ca$
 $-2ab$ 之結果. 177
 ● 求 $a^2(b+c)-b^2(a+c)+c^2(a+b)+abc$ 除以 $a-b+c$ 之

- 結果. 178
- 求 $xy^3 + 2y^3z - xy^2z + xyz^2 - x^3y - 2yz^3 + x^2z - xz^3$ 除以 $y + z - x$ 之結果. 179
- 求 $x^4 + 1$ 除以 $x^2 + x\sqrt{2} + 1$ 之結果. 180
- 求 $(b - c)a^3 + (c - a)b^3 + (a - b)c^3$ 除以 $a^2 - ab - ac + bc$ 之結果. 181
- 求 $a^{3x} - a^{2x} + a^x - 1$ 除以 $a^x + 1$ 之結果. 182
- 求 $(a + b - c)(a + c - b)(b + c - a)$ 除以 $a^2 - b^2 + c^2 + 2bc$ 之結果. 183
- 求 $2a^2(b + c)^{2n - \frac{1}{2}}$ 除以 $a(b + c)^n + \frac{1}{2}$ 之商. 184
- 求 $x^n - 2x + 1$ 除以 $x - 1$ 之結果. 185
- 求 $2a^2x^2 - 2(b - c)(3b - 4c)y^2 + abxy$ 除以 $ax + 2(b - c)y$ 之結果. 186
- 求 $(a - b)x^3 + (b^3 - a^3)x + ab(a^2 - b^2)$ 除以 $(a - b)x + a^2 - b^2$ 之結果. 187
- 求 $a^4(b - c) + b^4(c - a) + c^4(a - b)$ 除以 $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$ 之結果. 188
- 求 $b(x^3 - a^3) + ax(x^2 - a^2) + a^3(x - a)$ 除以 $(a + b)(x + a)$ 之結果. 189
- 求 $ax^2 - ab^2 + b^2x - x^3$ 除以 $(x + b)(a - x)$ 之結果. 190
- 求 $a^2b - bx^2 + a^2x - x^3$ 除以 $(x + b)(a - x)$ 之結果. 191
- 求 $(a^3 + a^2 - a - 1)x^3 + (2a^4 + a^3 - a - 2)x^2 + (2a^5 + a^4 + a^3 - a^2 - a - 2)x + a^6 + a^4 - a^2 - 1$ 除以 $(a^2 - 1)x^2 + (a^3 - 1)x + a^4 - 1$ 之結果. 192
- 用分離係數法, 求 $2x^6 - 7x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 3x^2 + 4x - 4$ 除以 $2x^3 - 3x^2 + x - 2$ 之結果. 193
- 求 $x^7 + x^6 + x^2 + 1$ 除以 $x^3 + x^2 - 1$ 之結果. 194
- 求 $(a^2 - b^2)x^{2m} + 2(a^3 + b^3)x^{2m-1} + 3(a^4 - b^4)x^{2m-2} + 4(a^5 + b^5)x^{2m-3} + \dots$ 除以 $(a + b)x^m + (a^2 - b^2)x^{m-1} + (a^3 + b^3) \times x^{m-2} + (a^4 - b^4)x^{m-3} + \dots$ 之結果. 195
- 求 $x^5 - 5x^4 + 9x^3 - 6x^2 - 16x + 13$ 除以 $x^2 - 3x + 2$ 所得之商及剩餘. 196

● 求 $6a^5 + 5a^4b - 8a^3b^2 - 6a^2b^3 - 6ab^4$ 除以 $2a^3 + 3a^2b - b^3$, 至得四項之商為止. 197

● 用未定係數法, 求 (1) $(x^9 - 2x^8 + 2x^6 - x^5 - x^3 + x^2 + 3x - 4) \div (x^2 - 2x + 1)$, (2) $(x^7 + x^5 + x + 1) \div (x^3 + x^2 + x + 1)$ 之商, 並以分數表其剩餘. 224

● 用未定係數法, 求 $x^5 + 7x^4 - 5x^3 - 33x^2 + 17x + 1$ 除以 $x^3 - 5x + 2$ 之結果. 225

● 求 $(x + y + z)^3 + (x - y + z)^3$ 除以 $x + z$ 之結果. 226

● 求以下各商:

$$(1) \frac{(x^{12} - 1)(x^2 - 1)}{(x^6 - 1)(x^4 - 1)}$$

$$(2) \frac{b(x^3 - a^3) - ax(x^2 - a^2) - a^3(x - a)}{(b - a)(x - a)}$$

$$(3) \frac{a^8 - b^8 + a^2b^2(a^4 - b^4)}{a^6 - b^6}$$

$$(4) \frac{(x + y)^3 + 3(x + y)^2z + 3(x + y)z^2 + z^3}{(x + y)^2 + 2(x + y)z + z^2}$$

$$(5) \{x^3 + y^3 + z^3 - x^2(y + z) - y^2(z + x) - z^2(x + y) - 6xyz\} \div (x^2 + y^2 + z^2 - 2yz - 2zx - 2xy)$$

$$(6) \frac{(x + y)^7 - x^7 - y^7}{x^2 + xy + y^2} \dots \dots \dots 280$$

● 求下列各式之商:

$$(1) (x^4 - 1) \div (x + 1). \quad (2) (x^6 - y^6) \div (x + y).$$

$$(3) (x^{30} - 1) \div (x^5 + 1). \dots \dots \dots 281$$

● 求 $1 + x^7$ 除以 $1 + x^2$ 四項之商及剩餘, 依 x 之降冪排列之, 而書爲一等式. 282

● 求 $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 除以 $x - 1$ 之商及剩餘, 並將計算之結果, 書爲一等式. 283

● 求下列各式之商:

$$(1) \frac{x^{2n} - 1}{x^n + 1}. \quad (2) \frac{x^{4m} + x^{2m} + 1}{x^{2m} - x^m + 1} \dots \dots \dots 284$$

● 簡化 $(a - bc)(b - ca)(c - ab) + (1 + a^2)(1 - b^2)(1 - c^2)$, 復以 $1 - abc$ 除其結果. 285

● 整式 A , 除以整式 B , 得商 p , 剩餘 C . B 除以 C , 得商

- q , 剩餘 D . C 除以 D , 得商 r , 而無剩餘. 求 A 及 B 除以 D 之商. 289
- 證 $nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1$ 之整多項式, 得以 $(x-1)^2$ 整除之, 並求其商. 296

6. 求 剩 餘

- 求 $x^5 - 5x^4 + 9x^3 - 6x^2 - 16x + 13$ 除以 $x^2 - 3x + 2$ 所得之商及剩餘. 196
- 任意之整數函數 $f(x)$, 除以 $(x-a)(x-b)$, 則所得之剩餘為 $[\{f(b) - f(a)\}x + \{bf(a) - af(b)\}] \div (b-a)$. 試證之. 又 $x^4 + 2x^3 - 4x^2 + x - 3$ 除以 $(x-2)(x-3)$ 之剩餘若何? 215
- 設 $A = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n$, $B = a_1 \beta^n + a_1 \beta^{n-1} + a_2 \beta^{n-2} + \dots + a_{n-1} \beta + a_n$, 試以 A, B 表示 $(x-a)(x-\beta)$ 除 $P = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n$ 所得之剩餘. 216
- 驗 $x^5 + a^5, 2x^4 - 3x^3 + 6x - 4$ 究能為 $x+a, x+2$ 分別整除否: 若不能整除, 則其剩餘若何? 218
- 求 $(x^2 + 5x + 2)^3$ 除以 $x^2 + 2x + 3$ 時之剩餘, ... 219
- 用未定係數法, 求 (1) $(x^9 - 2x^8 + 2x^6 - x^5 - x^3 + x^2 + 3x - 4) \div (x^2 - 2x + 1)$, (2) $(x^7 + x^6 + x + 1) \div (x^3 + x^2 + x + 1)$ 之商, 並以分數表其剩餘. 224
- 一整式除以 $x-1$, 得剩餘 7, 則 $x=1$ 時, 此式之數值如何? 又含 x 之一整式, $x=1$ 時, 其數值為 7, 則除以 $x-1$, 可得剩餘若干. 287
- $x^7 - 9x^4 + 11x^2 - 7$ 除以 $x-4, x+1$, 及兩者之積, 各得剩餘若干? 290

7. 求 項

- 試求 $(1+x+y+x^2+y^2)(1+x-y)(1+xy)$ 中之最高次項. 61
- 試求 $(3+2x-y+x^2+xy+y^2)(2+x-2y+xy)(1+x+y)$

$+x^2+y^2$ 中之二次項. 62

8. 求 係 數

- 求 $\{x^3+(x-1)^2\}(x-1)$ 中 x^2 之係數. 58
- 求 $\{(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z\}(ax+by+cz)$ 中 yz 之係數. 59
- 求展開 $(x+3y)(3x+y)(x+y)^2$ 後係數之和. 63
- 試研究 $(x+y)(ax^2+bxy+cy^2) = x^3+y^3$ 一類式中之係數 a, b, c , 究可求得否? 139
- 求 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$ 中 x^3 之係數. 143

9. 求 式

- 試將 $x^4-x^3+2x^2-3$ 中之 x , 以 $y+3$ 代入, 復將代入之結果, 依 \bar{y} 之幂順排列之. 54
- 試以 $A(x-1)^4+B(x-1)^3+C(x-1)^2+D(x-1)+E$ 之形表示 $\{(x-1)^3+3(x-1)^2+2(x-1)+1\}(3x+2)$, 但 A, B, C, D, E 爲數字係數. 55
- 試以二平方之差表 $(a^2-b^2)(c^2-d^2)$ 78
- 試作 x, y, z 之二次同次對稱式之普遍式, 但須 x, y, z 中任何一數之符號雖變動, 而其式不變者. 128
- 試作 x 及 y 之整式, 但無論就 x 或 y 而言, 須同爲一次之普遍式. 又設欲使之成爲對稱式, 則當如何? ... 130
- 已知 $a^5+b^5 = (a+b)^5 - 5(a+b)^3ab + 5(a+b)a^2b^2$, 求 $a^5 - b^5, (x-y)^5 + (y-z)^5, (x-y)^5 - (y-z)^5$ 之對應等值式. 162
- x^3+6x^2-4x-1 除何式可得商 x^2+5x-9 , 剩餘 8? 220
- x, y, u, v 之整式, 就 x, y 而言, 爲一次式[非就 x 而言, 爲一次式, 就 y 而言, 亦爲一次式之意], 就 u, v 而言, 亦爲一次式. 求其普遍式. 231
- 有 a, b, c 之二次同次對稱式, $a=0, b=0, c=1$ 時, 結果爲 3, $a=b=c=1$ 時, 結果爲 -3, 求此對稱式. 419

- 二式之最小公倍數為 $x^4 - 5a^2x^2 + 4a^4$, 最大公約數為 $x^2 - a^2$, 二式之一為 $x^3 - 2ax^2 - a^2x + 2a^3$, 求他式. 522

10. 求 函 數

- 有獨項整數函數, 就 x 言為三次, 就 y 言為二次, 就 z 言為一次. 設 $x=1, y=2, z=3$, 則其值為 4, 求此獨項函數為何. 27
- 有 x 及 y 之兩個獨項整數函數, 其積為 $8x^4y^3$, 其商為 $2x^2y^2$, 求此二函數. 28
- 有 x 之三次整數函數, $x=1$ 及 $x=-2$ 時, 可消失之, $x=3$ 時, 則此函數之值為 30, 求此函數. 223
- 試表示 x^5 為 $x-1$ 之整數函數, $(x^2+5x+2)^3$ 為 $y=x-2$ 及 $z=x^2+2x+3$ 之整數函數, 但須為 y 之一次式. 229
- 設 $f(z) = \frac{z^4-1}{z-1}$, $z = x^2+x+3$, 則 $f(z)$ 為 $x-1$ 之函數. 試表示之. 230

11. 求 條 件

- $(ax+by+cz)\{(b+c)x+(c+a)y+(a+b)z\}$, 須具有何種必要且充分之條件, 方能成為 y 及 z 之對稱式? 129
- 欲使 $x^5+ax^4+x^3+x^2+bx+1$ 適為 x^2-x+1 所整除, 須若何之充要條件. 202
- x 之一次有理整式, 欲使之恆等於零, 而不問 x 之值為如何, 則其充要條件, 乃 x 之係數, 及不含 x 之項, 必須各等於零. 又 x 之一次有理整式, x 之值不止一個而皆等於零, 則此式恆等於零. 試證之. 234
- 欲使 $ax+b$, 得為 $cx+d$ 所整除, 須具有若何之充要條件? 237
- $ax+by+cz+d$, 須具有若何之充要條件, 始可不問 x, y, z 之值, 而恆等於零. 238
- c 之二次有理整式 ax^2+bx+c , 欲使之不問 x 之值若何, 而恆等於零, 其充要條件為 $a=0, b=0, c=0$. 又 x 之二

次有理整式, x 之值不止二個而皆等於零, 則此式恆等於零 試證之. 239

● x 之 n 次有理整式 $ax^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, 不問 x 之值若何, 而欲使之恆等於零, 則其充要條件, 爲 x 各次冪之係數 $a, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ 及不含 x 之項 a_n 悉等於零. 試證之. 245

● $(x-a)^2$ 須具有若何條件, 始得爲 $x^3 + px + q$ 之因數. 389

● $xy + px + qy + r$, 須具有若何之充要條件, 始得分解爲兩個一次之因數. 392

● $ax^3 + bx + c$ 及 $a'x^3 + b'x + c'$ 有公因數成 $x + f$ 之形時, 其條件爲何? 529

12. 簡 化

● 去 $- \{ - [- (- x)] \} - [- (- y)]$ 之括號. 20

● 去 $- \{ - [- (b + c - a)] \} + \{ - [- (c + a - b)] \}$ 之括號. 21

● 簡化 $3x - \{ 2y + (5x - \overline{3x + y}) \}$ 22

● 簡化 $a - [a - b - \{ a - b + c - \overline{a - b + c - d} \}]$ 23

● 簡化 $4 \left(x - \frac{y}{2} \right) - 6 \left[\left(2x - \frac{y}{3} \right) - 12 \left(\frac{x}{3} - \frac{3x + 2y}{24} \right) \right]$ 25

● 簡化 $\frac{1}{6} \{ x(x+1)(x+2) + x(x-1)(x-2) \} + \frac{2}{3}(x-1)x(x+1)$ 64

● 簡化 $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2) - yz(y+z) - zx(z+x) - xy \times (x+y)$ 65

● 簡化 $(x+y+z)^2 - (-x+y+z)^2 + (x-y+z)^2 - (x+y-z)^2$ 66

● 簡化 $(x+y+z)^2 - \{ x(y+z-x) + y(z+x-y) + z(x+y-z) \}$ 67

● 簡化 $\frac{1}{2} \{ (a+b)^3 - (a-b)^3 \}$ 68

● 簡化 $(x+y)(y-z)(z-x) - [z(x^2+y^2) - \{ x(y^2+z^2) + y(x^2+z^2) \}]$ 69

● 簡化 $(a^2+b^2+c^2)^2 - (a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c)$