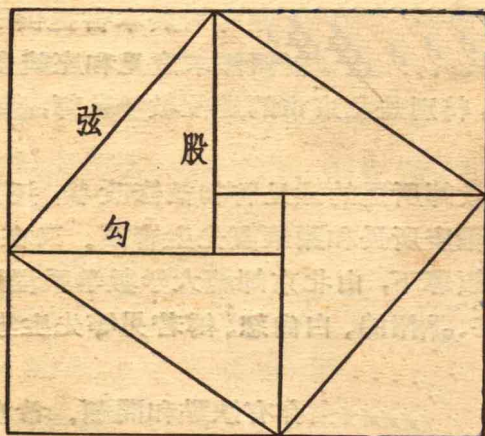


高級中學課本

平面幾何

第二分冊



人民教育出版社

出版者的話

本書是根據中華人民共和國教育部編訂的中学數學教學大綱（修訂草案）編寫的。全書分兩冊：第一分冊是供高中一年級上學期用的，第二分冊是供高中一年級下學期和高中二年級上學期用的。

本書取材於蘇聯 A. П. 吉西略夫所編的幾何課本第一冊、H. A. 格拉哥列夫所編的初等幾何學（平面部分）和 H. 雷布金所編的幾何習題彙編第一冊。

得到北京師範大學附屬中學、北京師範大學附屬女子中學和北京市第三女子中學三個學校的行政領導和數學教師的大力支持和贊助，本書的初稿曾經在這三個學校裏試教過一遍。在試教過程中，擔任試教的諸位教師對於本書提供了很多寶貴的具體的意見。此外，經過了書面徵求意見和座談會方式，全國各地的數學教師，特別是北京市的幾位數學教師，也提供了許多寶貴的意見。

根據各位教師所提的意見將初稿修改後，還請中國科學院數學研究所華羅庚所長和關肇直先生審讀。又在北京師範大學傅種孫副校長領導下，由北京師範大學數學系程廷熙、魏庚人、趙慈庚、鍾善基、梁紹鴻、白尚恕、傅若男等先生集體審讀，提出許多寶貴意見。

雖然這樣，書中仍然會存有缺點和問題。希望教師們和同學們在使用中，如果發現了什麼缺點和問題，隨時告訴我們，以便作進一步的修正。

對於所有給本書提出意見的各位先生，在這裏致以衷心的感謝。

人民教育出版社 一九五五年八月

目 錄

第二章	銳角三角函數	1
第三章	三角形中及圓中各綫段間的相互關係	16
I	三角形中各綫段間的相互關係	16
II	圓中各綫段間的相互關係	33
III	用代數法解作圖題	38
第四章	多邊形的面積	44
第五章	正多邊形	67
第六章	圓的周長和面積	79
I	圓的周長	79
II	圓的面積	88

第二章 銳角

34. 銳角的正弦、餘弦、正切和余切 我們來知道：一個直角三角形的兩邊(斜邊和一條直角邊，或者兩條直角邊)的長，就可以決定這個直角三角形的形狀和大小。如果知道的不是兩邊的長而只是兩邊的比，那末可以作出無數多的直角三角形都適合兩邊的比等於這已知比的條件；所有這些直角三角形都是相似的，也就是它們的對應角都相等。因此，直角三角形的兩邊的比可以決定它的兩個銳角。

由此可知，任何一個銳角都可以用兩條線段的比，即含有這個銳角的直角三角形的兩邊的比來決定。例如，一個銳角可以由含有這個銳角的直角三角形中這個銳角的對邊與斜邊的比來決定。用線段的比來決定一個銳角，對於解決許多問題都是極有用的。為了便於使用這些比，每一個比我們都給它一個特定的名稱。

在本章中，我們規定直角三角形 ABC (圖 37) 中直角的頂點用 C 表示，斜邊 AB 用 c 表示， $\angle A$ 的對邊 CB (也就是 $\angle B$ 的鄰邊) 用 a 表示， $\angle A$ 的鄰邊 AC (也就是 $\angle B$ 的對邊) 用 b 表示。

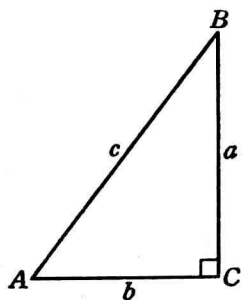


圖 37

我們把 $\angle A$ 的對邊 CB 與斜邊 AB 的比，叫做 $\angle A$ 的正弦，用符號 $\sin A$ 表示；把 $\angle A$ 的鄰邊

AC 与斜边 AB 的比, 叫做 $\angle A$ 的餘弦, 用符号 $\cos A$ 表示; 把 $\angle A$ 的对边 CB 与鄰边 AC 的比, 叫做 $\angle A$ 的正切, 用符号 $\operatorname{tg} A$ 或者 $\tan A$ 表示; 把 $\angle A$ 的鄰边 AC 与对边 CB 的比, 叫做 $\angle A$ 的餘切, 用符号 $\operatorname{ctg} A$ (或者 $\cot A$) 表示。这就是說:

$$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c};$$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的鄰边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c};$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的鄰边}} = \frac{a}{b};$$

$$\operatorname{ctg} A = \frac{\angle A \text{ 的鄰边}}{\angle A \text{ 的对边}} = \frac{b}{a}.$$

$\sin A$, $\cos A$, $\operatorname{tg} A$ 和 $\operatorname{ctg} A$ 都叫做 $\angle A$ 的三角函数。同样地, $\angle B$ 的三角函数有:

$$\sin B = \frac{\angle B \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c};$$

$$\cos B = \frac{\angle B \text{ 的鄰边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c};$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{\angle B \text{ 的对边}}{\angle B \text{ 的鄰边}} = \frac{b}{a};$$

$$\operatorname{ctg} B = \frac{\angle B \text{ 的鄰边}}{\angle B \text{ 的对边}} = \frac{a}{b}.$$

从上面所說的定義, 我們很容易看出:

$$\sin A = \cos B;$$

$$\cos A = \sin B;$$

$$\operatorname{tg} A = \operatorname{ctg} B;$$

$$\operatorname{ctg} A = \operatorname{tg} B.$$

因為 $B = 90^\circ - A$, 所以代入上面的式子, 可得

$$\sin A = \cos(90^\circ - A);$$

$$\cos A = \sin(90^\circ - A);$$

$$\operatorname{tg} A = \operatorname{ctg}(90^\circ - A);$$

$$\operatorname{ctg} A = \operatorname{tg}(90^\circ - A).$$

這就是說, 一個銳角的正弦、餘弦、正切和餘切分別等於它的餘角的餘弦、正弦、餘切和正切。

如果已知銳角 A , 我們可以用作圖的方法作出綫段, 使它們的比表示 $\angle A$ 的三角函數。

為此, 我們在 $\angle A$ (圖 38) 的一边上任意取一點 B , 從 B 作另一邊的垂綫 BC 。這時, 所組成的直角三角形的每兩邊的比就是 $\angle A$ 的三角函數, 如

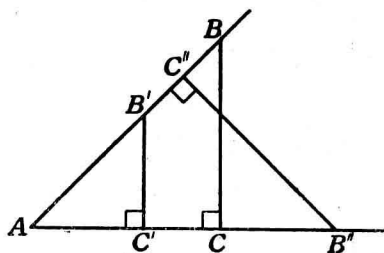


圖 38

$$\frac{CB}{AB} = \sin A; \quad \frac{AC}{AB} = \cos A;$$

$$\frac{CB}{AC} = \operatorname{tg} A; \quad \frac{AC}{CB} = \operatorname{ctg} A.$$

如果我們取另一點 B' 或 B'' 來代替 B , 並且作垂綫 $B'C'$ 或 $B''C''$, 那末得到的 $\triangle AB'C'$ 或 $\triangle AB''C''$ 都和 $\triangle ABC$ 相似。因此, 所得的三角形的每兩邊的比分別等於 $\triangle ABC$ 的對應的兩邊的比。所以不管在 $\angle A$ 的哪一邊上選擇哪一點作為 B , $\angle A$ 的三

角函數的值都是相同的。這就是說， $\angle A$ 的三角函數的值和在它的邊上所取的點 B 的位置沒有關係。

35. 已知銳角的一個三角函數求作這個角 已知銳角的一個三角函數，我們就可以作出這個銳角。現在舉例說明如下。

例 1 已知一個銳角的正弦等於 $\frac{3}{4}$ ，求作這個銳角。

分析：要作這個銳角，只要作一個一條直角邊與斜邊的比等於 $\frac{3}{4}$ 的直角三角形。在這個直角三角形裏，這條直角邊所對

的角就是所求作的銳角。

作法：任意取一個長度單位 l 。作 $AB=4l$ (圖 39)。以 AB 為直徑作半圓。以 B 為圓心，以 $3l$ 為半徑作弧交半圓於 C 。連結

AC 和 BC 得 $\triangle ABC$ 。 $\triangle ABC$ 中的 $\angle A$ 就是所求作的銳角。

証明：因為在直徑上的圓周角都是直角，所以 $\angle C$ 是直角， $\triangle ABC$ 是直角三角形。

$$\text{因此, } \sin A = \frac{CB}{AB} = \frac{3l}{4l} = \frac{3}{4},$$

$\therefore \angle A$ 就是所求作的銳角。

例 2 已知 $\cos x = 0.7$ ，求作銳角 x 。

這個例題的解法和例 1 相同：取等於 $10l$ 長的綫段 AB 為斜邊，並且以等於 $7l$ 長的綫段 AC 為直角邊，作

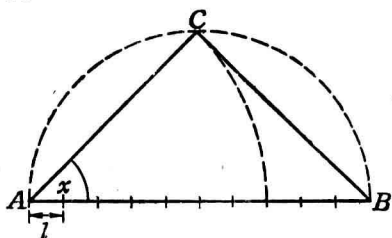


圖 40

直角三角形 ABC (圖 40)。直角三角形 ABC 中的 $\angle A$ 就是所求作的銳角 x 。

注意 例 1 和例 2 中，在作直角三角形 ABC 的時候，也可以不先作斜邊。例如，在例 2 中，我們也可以先作 $AC=7l$ (圖 41)，從 C 作 AC 的垂綫 CD ；然後以 A 為圓心，以 $10l$ 為半徑作弧交 CD 於 B ，並且連結 AB 。這時，直角三角形 ABC 中的 $\angle A$ 也就是所求作的銳角 x 。

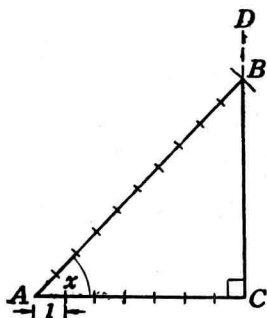


圖 41

例 3 已知 $\operatorname{tg} x = 2.25$ ，求作銳角 x 。

分析：要作這個銳角，只要作一個兩條直角邊的比等於 2.25，即等於 $\frac{9}{4}$ 的直角三角形。在這個直角三角形裏，較大的一條直角邊的对角就是所求作的銳角 x 。

作法：任意取一個長度單位 l 。作直角 C (圖 42)。在它的一边上截取 $CB=9l$ ，在另一边上截取 $CA=4l$ 。連結 AB ，得直角三角形 ABC 。直角三角形 ABC 中的 $\angle A$ 就是所求作的銳角 x 。

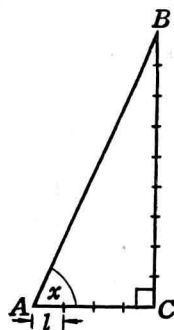


圖 42

$$\text{證明：} \operatorname{tg} A = \frac{CB}{AC} = \frac{9l}{4l} = \frac{9}{4} = 2.25,$$

$\therefore \angle A$ 就是所求作的銳角 x 。

例 4 已知 $\operatorname{ctg} x = 2$ ，求作銳角 x 。

這個例題的解法和例 3 相同：在直角 C (圖 43) 的兩边上分

別取 $CA=2l$, $CB=l$, 連結 AB .
 直角三角形 ABC 中的 $\angle A$ 就是
 所求作的銳角 α .

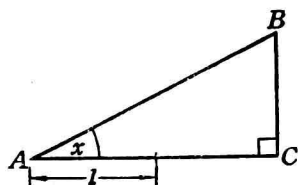


圖 43

36. 角由 0° 變化到 90° 時正
 弦、餘弦和正切的變化 我們先
 來討論角由 0° 變化到 90° 的時
 候, 它的正弦和餘弦的變化。爲
 了便於研究, 在角變化的時候, 我
 們使它所在的直角三角形的斜邊
 保持不變, 始終等於單位長。爲
 此, 我們以任意一點 A 爲圓心, 以
 等於單位長的綫段 AM 爲半徑,
 作一個含有 90° 的 $\widehat{MN}$ (圖 44);
 再在 $\widehat{MN}$ 上取一點 B , 並且作圓
 心角 $MAB=\alpha$, 从 B 向半徑 AM 引垂綫 BC 。由此可得:

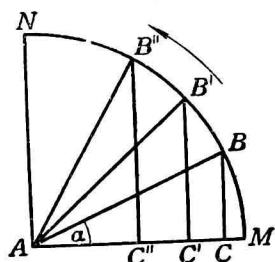


圖 44

$$\sin \alpha = \frac{CB}{AB} = \frac{CB \text{ 的量數}}{1} = CB \text{ 的量數},$$

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{AC \text{ 的量數}}{1} = AC \text{ 的量數}.$$

現在我們設想半徑 AB 繞着圓心 A , 按照圖中箭頭所指的方向, 由 AM 的位置旋轉到 AN 的位置。這時, $\angle \alpha$ 由 0° 增加到 90° (如圖中所指的經過 $\angle MAB$ 、 $\angle MAB'$ 、 $\angle MAB''$ 等等), $\angle \alpha$ 的对邊 CB 的量數由 0 (當 $\alpha=0^\circ$ 時) 增加到 1 (當 $\alpha=90^\circ$ 時); 而 $\angle \alpha$ 的鄰邊 AC 的量數相反地由 1 (當 $\alpha=0^\circ$ 時) 減少到 0

(当 $\alpha = 90^\circ$ 時)。^{*} 因此, 当角由 0° 增加到 90° 的時候, 它的正弦由 0 增加到 1, 而餘弦由 1 減少到 0。

由此可知, 任何銳角的正弦和餘弦都是小於 1 的正數。

現在我們再來討論正切的變化。因為一個銳角的正切就是它所在的直角三角形中, 它的對邊和鄰邊的比, 為了便於研究, 在角變化的時候, 我們使它的鄰邊保持不變, 始終等於單位長。為此, 我們取一條等於單位長的綫段 AC (圖 45) 作為 $\triangle ABC$ 的固定的直角邊, 而使它的銳角 $CAB (= \alpha)$ 變化。

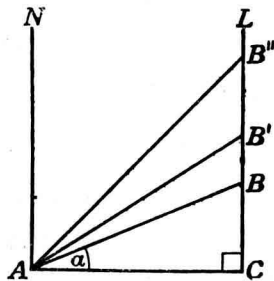


圖 45

根據定義,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CB}{AC} = \frac{CB \text{ 的量數}}{1} = CB \text{ 的量數}.$$

現在使 B 沿着 AC 的垂綫 CL 移動, 由 C 起, 經過 B' 、 B'' 等等的位置, 愈升愈高。這時, 由圖 45 可以知道, $\angle \alpha$ 和它的正切都漸次增加: 当移動的點 B 和 C 重合的時候, $\angle \alpha$ 等於 0° , CB 的量數是 0, 所以 $\angle \alpha$ 的正切等於 0; 当 B 沿着 CL 向上移動的時候, $\angle \alpha$ 漸次增加, 接近於 $\angle CAN = 90^\circ$, 同時 CB 的量數也漸次增加, 所以 $\angle \alpha$ 的正切也隨着漸次增加; 很明顯的, 它的正切可以變到比任何一個指定的大數更大 (就是說, 可以無限制地增

^{*} 当 $\alpha = 0^\circ$ 時, B 和 C 都和 M 重合, 這時, 我們仍把 CB 看做 $\angle \alpha$ 的對邊 (它的量數是 0), 並且把 AC 看做 $\angle \alpha$ 的鄰邊 (它的量數是 1)。

当 $\alpha = 90^\circ$ 時, 也是這樣。

加)。由此可知，当角由 0° 向 90° 增加的時候，它的正切由 0 起無限制地增加。但当 $\alpha = 90^\circ$ 時， AB 和 CL 就不相交，因此 90° 的正切是不存在的。

同樣，我們可以知道，当一个銳角由 0° 漸次增加到 90° 的時候，它的餘切漸次減少到 0；但 0° 的餘切是不存在的。

由此可知，銳角的正切和餘切可以是任何正數。

37. 三角函數表 爲了便於使用銳角的三角函數，就製作了三角函數表。在本書末附有 0° 到 90° 間整數度數的角的三角函數表（精確到小數第四位）。這個表的排列是：自左到右第一行（它的上端標着“角度”）載着： 0° 、 1° 、 2° 、 3° 、……、 45° ；第二行（它的上端標着“正弦”）載着和第一行所載的各角相對應的正弦（精確到小數第四位，下同）；第三行載着餘弦；第四行載着正切；第五行載着餘切。由於 $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ ， $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$ ；所以， $\sin 89^\circ = \cos 1^\circ$ ， $\cos 89^\circ = \sin 1^\circ$ ，……。因此，爲了節省篇幅，第六行載着角度： 90° 、 89° 、 88° 、 87° 、……、 45° ，並且在上端標着“正弦”或者“餘弦”的那一行，它的下端分別標着“餘弦”或者“正弦”；在上端標着“正切”或者“餘切”的那一行，它的下端分別標着“餘切”或者“正切”。求 0° 到 45° 的角的三角函數，先从第一行裏找出角度，而橫着查到上端標着所求三角函數名稱的一行，就得到所求的數。求 45° 到 90° 的角的三角函數，先从第六行裏找出角度，而橫着查到下端標着所求三角函數名稱的一行。例如，由表裏可以找到： $\sin 15^\circ = 0.2588$ ， $\cos 30^\circ = 0.8660$ ， $\operatorname{tg} 35^\circ = 0.7002$ ， $\operatorname{ctg} 22^\circ = 2.4751$ ， $\sin 60^\circ = 0.8660$ ， $\cos 53^\circ = 0.6018$ ， $\operatorname{tg} 72^\circ = 3.0777$ ， $\operatorname{ctg} 88^\circ = 0.0349$ 等等*。

用這個表，我們不但能够求出已知銳角的三角函數，並且反過來，我們还能够由未知銳角的已知三角函數求出這個銳角（或它的近似值）。例如，已知 $\sin x = 0.5000$ ，求銳角 x 。我們可以在正弦所在的行內找出 $\sin 30^\circ = 0.5000$ ，所以 $x = 30^\circ$ 。又如，已知 $\sin x = 0.6152$ ，求銳角 x 。我們可以在正弦所在的行內找出和 0.6152 最接近的數。這個數是 0.6157，它表示 $\sin 38^\circ$ ，因為 $0.6152 < 0.6157$ ，並且因為銳角的正弦隨着角的增加而增加，所以 $x < 38^\circ$ 。另一方面， $0.6152 > 0.6018$ （後一個數在表內是在 0.6157 的上面，並且表示 $\sin 37^\circ$ ），所以 $x > 37^\circ$ 。由此可知， x 是在 37° 和 38° 之間。因此， 37° 是銳角 x 的不足近似值， 38° 是銳角 x 的过剩近似值，它們都精確到 1° 。在這兩個近似值中，最好取它的正弦更接近於已知正弦的那一個近似值。例如，在本例中，取 38° 較好。

又設已知 $\operatorname{ctg} x = 0.7826$ ，求銳角 x 。我們可以在餘切所在的行內找出： $\operatorname{ctg} 51^\circ = 0.8098$ ， $\operatorname{ctg} 52^\circ = 0.7813$ 。因為 $0.8098 > 0.7826 > 0.7813$ ，並且因為銳角的餘切隨着角的增加而減少，所以 $51^\circ < x < 52^\circ$ ；而 0.7813 更接近於 0.7826，所以取 $x = 52^\circ$ （精確到 1° ）較好。

38. 直角三角形中邊和角間的相互關係

(1) 在直角三角形 ABC （圖 46）中，

$$\frac{a}{c} = \sin A = \cos B,$$

* 這裏的等式都是表示已知角的三角函數精確到小數第四位的近似值等於某數，例如 $\sin 15^\circ = 0.2588$ 表示 15° 的正弦精確到小數第四位的近似值等於 0.2588。

$$\frac{b}{c} = \cos A = \sin B;$$

因此, $a = c \sin A = c \cos B$,

$$b = c \cos A = c \sin B.$$

这就是說, 直角三角形的一條直角边等於斜边乘以这条直角边所对的銳角的正弦, 或者乘以和这条直角边相鄰的銳角的餘弦。

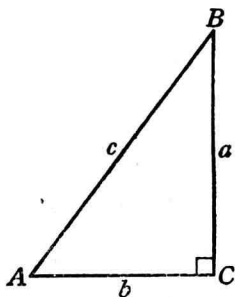


圖 46

(2) 在直角三角形 ABC (圖46) 中,

$$\frac{a}{b} = \operatorname{tg} A = \operatorname{ctg} B,$$

$$\frac{b}{a} = \operatorname{ctg} A = \operatorname{tg} B;$$

因此,

$$a = b \operatorname{tg} A = b \operatorname{ctg} B,$$

$$b = a \operatorname{ctg} A = a \operatorname{tg} B.$$

这就是說, 直角三角形的一條直角边等於另一條直角边乘以这条直角边所对的銳角的正切, 或者乘以和这条直角边相鄰的銳角的餘切。

(3) 从(1)我們可以推出:

$$c = \frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\cos B},$$

$$c = \frac{b}{\cos A} = \frac{b}{\sin B}.$$

这就是說, 直角三角形的斜边等於一條直角边除以这条直角边所对的銳角的正弦, 或者除以和这条直角边相鄰的銳角的

餘弦。

39. 解直角三角形 根據三角形的某些已知元素求出其餘的未知元素叫做解三角形。應用§ 38 中所說的直角三角形中邊和角間的相互關係我們就能夠解直角三角形。現在舉例說明直角三角形的解法如下。

例 1 在直角三角形 ABC (圖 47) 中, 斜邊 $c=4500$, $\angle B=42^\circ$, 求兩條直角邊和 $\angle A$ 。

解: $a=c \cos B=4500 \cos 42^\circ$,

$$b=c \sin B=4500 \sin 42^\circ.$$

由三角函數表查出:

$$\sin 42^\circ=0.6691, \cos 42^\circ=0.7431.$$

$$\therefore a=4500 \times 0.7431=3344,$$

$$b=4500 \times 0.6691=3011.*$$

$$\angle A=90^\circ-\angle B=90^\circ-42^\circ=48^\circ.$$

答: $a=3344$, $b=3011$, $\angle A=48^\circ$ 。

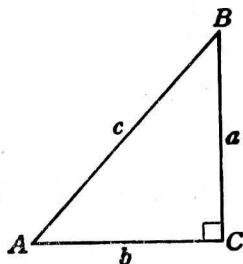


圖 47

例 2 爲了決定樹的高度 (圖 48), 我們在和樹 AE 相距 10 米的 D 處, 安置測角的儀器, 並且測得 $\angle ABC=62^\circ$, 如果測角的儀器 BD 的高度是 1.3 米, 求樹的高度 (精確到 0.1 米)。

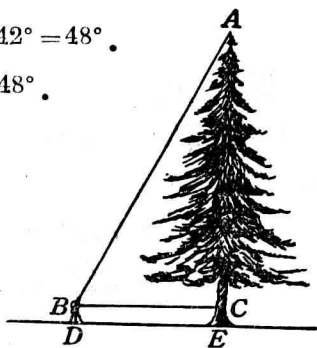


圖 48

* 由於我們所用的三角函數表精確度的限制, 所以結果只取四位有意義的數字, 以下就四捨五入。

解：在直角三角形 ABC 中，

$$\begin{aligned} AC &= BC \operatorname{tg} B = 10 \operatorname{tg} 62^\circ \\ &= 10 \times 1.8807 = 18.8. \end{aligned}$$

$$\therefore AE = AC + CE = AC + BD = 18.8 + 1.3 = 20.1.$$

答：樹高約為 20.1 米。

例 3 已知等腰三角形 ABC 的頂角 A 等於 40° ，底邊 BC 的長是 2.8 cm，求腰長（精確到 0.1 cm）。

解：作 $AD \perp BC$ 交 BC 於 D ，那末

$$\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 20^\circ,$$

$$BD = \frac{1}{2} BC = 1.4.$$

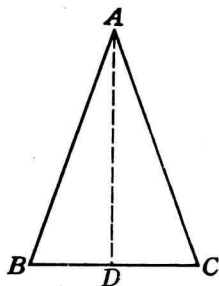


圖 49

$$\therefore AB = \frac{BD}{\sin BAD} = \frac{1.4}{\sin 20^\circ} = \frac{1.4}{0.3420} = 4.1.$$

答：腰長約為 4.1 cm。

例 4 沿一條直的坡路前進 100 米，就上升 10.5 米，求路對於地平面的傾斜角（精確到 1° ）。



圖 50

解：設 AB 是長 100 米的一段路， CB 是這一段上升的高度 10.5 米，那末

$$\sin A = \frac{CB}{AB} = \frac{10.5}{100} = 0.1050,$$

$$\therefore \angle A = 6^\circ.$$

答：路對於地平面的傾斜角約為 6° 。

習題五

1. 在直角三角形 ABC 中, 已知 $a=3$, $c=5$; 求 (1) $\sin A$; (2) $\cos B$.
2. 在直角三角形 ABC 中, 已知 $a=12$, $b=5$; 求 (1) $\operatorname{tg} A$; (2) $\operatorname{ctg} A$.
3. 如果 α 是任何一個銳角, 求證:

$$(1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad (2) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$(3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

4. 把下列各三角函數改寫成小於 45° 的角的三角函數:

$$(1) \sin 65^\circ; \quad (2) \cos 73^\circ; \quad (3) \operatorname{tg} 54^\circ 30'; \quad (4) \operatorname{ctg} 72^\circ 15'.$$

5. 化簡下列兩式:

$$(1) \frac{\cos 55^\circ}{\sin 35^\circ}; \quad (2) \operatorname{tg} 48^\circ - \operatorname{ctg} 42^\circ.$$

6. 求下列各三角函數的值:

$$(1) \sin 30^\circ; \quad (2) \operatorname{tg} 45^\circ; \quad (3) \cos 60^\circ; \quad (4) \operatorname{ctg} 45^\circ.$$

7. 用量角器畫出 25° 、 40° 和 75° 各角, 並且利用刻度尺, 分別求出這些角的正弦、餘弦、正切和餘切(精確到小數第二位).

8. 作出銳角, 使它的正弦等於 (1) $\frac{3}{5}$; (2) 0.8 .

9. 作出銳角, 使它的餘弦等於 (1) $\frac{1}{6}$; (2) 0.5 .

10. 作出銳角, 使它的正切等於 (1) 1 ; (2) 0.75 .

11. 作出銳角, 使它的餘切等於 (1) 4 ; (2) $1\frac{2}{3}$.

12. 比較下列三角函數的大小:

$$(1) \sin 50^\circ \text{ 和 } \sin 70^\circ; \quad (2) \cos 50^\circ \text{ 和 } \cos 70^\circ;$$

$$(3) \operatorname{tg} 24^\circ \text{ 和 } \operatorname{tg} 36^\circ; \quad (4) \operatorname{ctg} 24^\circ \text{ 和 } \operatorname{ctg} 36^\circ;$$

$$(5) \sin 38^\circ \text{ 和 } \cos 56^\circ; \quad (6) \operatorname{tg} 51^\circ \text{ 和 } \operatorname{ctg} 51^\circ.$$

13. 把下列三角函數依照从小到大的次序排列:

(1) $\sin 75^\circ$, $\cos 10^\circ$, $\sin 48^\circ$, $\cos 48^\circ$;

(2) $\operatorname{ctg} 12^\circ$, $\operatorname{tg} 24^\circ$, $\operatorname{tg} 36^\circ$, $\operatorname{ctg} 48^\circ$.

14. 已知 α 為小於 45° 的銳角, 求証: $\sin \alpha < \cos \alpha$.

15. 查表求下列各三角函數的值:

(1) $\sin 14^\circ$, $\sin 25^\circ$, $\sin 30^\circ$, $\sin 40^\circ$, $\sin 75^\circ$;

(2) $\cos 7^\circ$, $\cos 28^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\cos 50^\circ$, $\cos 75^\circ$;

(3) $\operatorname{tg} 64^\circ$, $\operatorname{tg} 25^\circ$, $\operatorname{tg} 45^\circ$, $\operatorname{tg} 40^\circ$, $\operatorname{tg} 75^\circ$;

(4) $\operatorname{ctg} 52^\circ$, $\operatorname{ctg} 16^\circ$, $\operatorname{ctg} 45^\circ$, $\operatorname{ctg} 80^\circ$, $\operatorname{ctg} 75^\circ$.

16. 查表求下列各銳角 x (精確到 1°):

(1) $\sin x = 0.5446$; (2) $\cos x = 0.9613$;

(3) $\operatorname{tg} x = 0.7813$; (4) $\operatorname{ctg} x = 1.1106$;

(5) $\sin x = 0.0525$; (6) $\cos x = 0.5300$;

(7) $\operatorname{tg} x = 1.0731$; (8) $\operatorname{ctg} x = 3.2704$;

(9) $\sin x = 0.5130$; (10) $\cos x = 0.7777$;

(11) $\operatorname{tg} x = 2.0000$; (12) $\operatorname{ctg} x = 4.3604$.

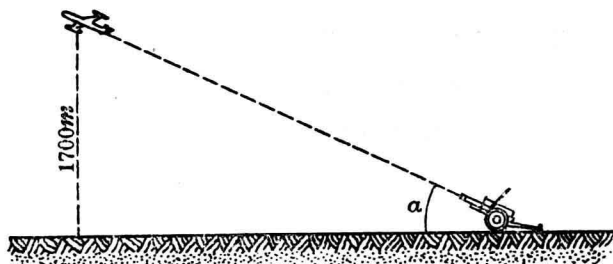
17. 根據下列已知條件, 解直角三角形 ABC :

(1) $c = 3000$, $\angle A = 36^\circ$; (2) $c = 18.6$, $\angle B = 33^\circ$;

(3) $a = 12.8$, $\angle A = 72^\circ$; (4) $b = 3.28$, $\angle A = 50^\circ$;

(5) $a = 341$, $c = 500$; (6) $a = 10.1$, $b = 25$.

18. 敵機在高出地面 1700m 的上空飛行, 此時在地面上的高射砲觀測它的仰角為 $\alpha = 25^\circ$, 求高射砲和敵機的距離 (精確到 1m).



(第18題)