

2014 阅卷人 书系

跨考教育
WWW.KUAKAO.COM

考 研 数 学

阅卷人

点拨600题

(数学一、数学二适用)

主 编◎何英凯 总策划◎跨考教育考研研究院

权威

考研数学阅卷名师合力打造

经典

精选典型习题，解答超详尽

技巧

深度剖析解题诀窍，规避答题误区

 北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

考研数学

阅卷人

点拨600题

(数学一、数学二适用)

编◎何英凯 总策划◎跨考教育考研研究院

 北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

考研数学阅卷人点拨 600 题 / 何英凯主编. —北京: 北京理工大学出版社, 2012. 8
数学一、数学二适用

ISBN 978-7-5640-6304-7

I. ①考… II. ①何… III. ①高等数学-研究生-入学考试-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 168019 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (办公室) 68944990 (批销中心) 68911084 (读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 三河市文阁印刷厂

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 19

字 数 / 370 千字

责任编辑 / 袁 媛

版 次 / 2012 年 8 月第 1 版 2012 年 8 月第 1 次印刷

责任校对 / 陈玉梅

定 价 / 29.80 元

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题, 本社负责调换

Preface 前言

题海茫茫，漫无边际，对于只有一年多复习时间的考研学子，该做多少题目，该做哪些题目，这是一个很大的问题。面对着书店里令人眼花缭乱的考研图书，又该做出怎样的选择，这是一个很难的问题。

基于此，作者从浩如烟海的数学习题中精心挑选了 600 个题目，选择题、填空题、解答题各 200 个，其中高等数学 300 题，线性代数、概率论与数理统计各 150 题，每种题型都按照高等数学、线性代数、概率论与数理统计的前后顺序依次安排。这些题目具有广泛的代表性，覆盖了考研数学大纲规定的所有内容，包括各种考研题型，是真正的重点，真正的精品。题目是无穷的，但题型是有限的，题不在多而在精，本书将无穷的题目浓缩在这 600 题之中，将有限的题型展开在这 600 题之中，对每一道题目都进行了详细解答，逐一分析，尽可能给出多种解题方法，总结解题规律，使考生开阔眼界、提高能力。对于同种类型且有一定难度的题目，又以小结的方式加以总结，使考生更好地掌握各种综合题型的分析思路、处理方法和各种可能的知识延伸。考生只要认真研读这 600 个题目，就会以一当十，就会有惊人的进步。

三道题做一遍不如一道题做三遍，解答数学题目，切忌蜻蜓点水、浅尝辄止。一道题做三遍，不是简单重复，而是一个不断提高的过程。第一遍做题，许多考生还会处于朦胧状态，知识还掌握得不牢，会经常翻书查找，即使做对了，也没有深刻理解。第二遍做题，则要尽量不翻阅教材，独立完成。对于多数考生来说，完全脱离教材是很困难的，要尽量尝试，当某个公式或定理记不准的时候，要在草纸上推导或努力回忆，当无论如何也想不起要用的内容时才去查找，切忌一遇困难就翻书、稍有难度就看答案。有书是为了不用书，必须尽早实现这种转变。第三遍做题，思考的时间要多于动笔的时间，总结的时间要多于做题的时间，达到举一反三，融会贯通，形成知识网络，升华到一个新境界。

如果已经做过三遍，为了取得绝对高分，可以适当增加题量，有选择地做一些难题。



每位考生都会有一本考研数学教材，教材的例题和习题再加上本书的 600 个题目，总量会超过 2000 个，对于多数考生来说已经足够了，对这些题目反复研读、充分理解，就会不断进步，取得理想的成绩。

本书带“*”号的内容数学二不作要求。

为了博采众家之长，作者在本书的编写过程中参考了许多著作和教材，为本书充实了许多内容，由于无法一一列出，谨向有关作者表示衷心感谢！

虽然经过了认真校对，仍难免有不完善和疏漏之处，敬请广大考生和同行批评指正。

祝同学们学习进步，考研成功！

何英凯

Contents 目录

前言	1
----------	---

第一部分 阅卷人点拨 600 题习题演练

选择题	3
高等数学	3
线性代数	15
概率论与数理统计*	20
填空题	27
高等数学	27
线性代数	33
概率论与数理统计*	38
解答题	43
高等数学	43
线性代数	50
概率论与数理统计*	54

第二部分 阅卷人点拨 600 题习题详解

选择题	63
高等数学	63

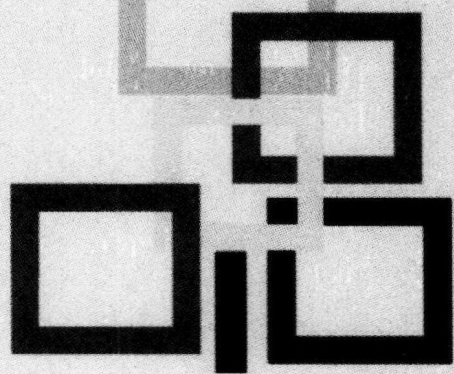


线性代数	85
概率论与数理统计*	95
填空题	105
高等数学	105
线性代数	140
概率论与数理统计*	158
解答题	177
高等数学	177
线性代数	235
概率论与数理统计*	260

1

第一部分

阅卷人点拨600题习题演练





::::: 选 择 题 :::::

高等数学

【1】若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left[3 + \frac{f(x)}{x^2}\right]}{x^k} = k \ (k > 0)$, 则必有().

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在且不为 0 (B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^k}$ 存在且不为 0
 (C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$ 存在且不为 0 (D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^{2+k}}$ 存在且不为 0

【2】当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列 4 个无穷小阶数最高的是().

- (A) $x^2 + x^{-1}$ (B) $\sqrt{1 + \sin x} - 1$
 (C) $\frac{\sin x}{x} - 1$ (D) $\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}$

【3】设 $f(x) = u(x) + v(x)$, $g(x) = u(x) - v(x)$, 并设 $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} v(x)$ 都不存在, 则下列论断正确的是().

- (A) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 必存在
 (B) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 必不存在
 (C) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 必不存在
 (D) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 必存在

【4】设 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x)$ 不是无穷大, 则下述结论正确的是().

- (A) 设 $x \rightarrow x_0$ 时, $g(x)$ 是无穷小, 则 $f(x)g(x)$ 必是无穷小
 (B) 设 $x \rightarrow x_0$ 时, $g(x)$ 不是无穷小, 则 $f(x)g(x)$ 必不是无穷小
 (C) 设在 $x = x_0$ 的某邻域 $g(x)$ 无界, 则 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x)g(x)$ 必是无穷大
 (D) 设在 $x = x_0$ 的某邻域 $g(x)$ 有界, 则 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x)g(x)$ 必不是无穷大

【5】曲线 $y = \frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$ 渐近线的条数为().

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【6】设 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 1, & x = 0, \end{cases}$ 则在点 $x = 0$ 处间断的函数是().

- (A) $\max\{f(x), g(x)\}$ (B) $\min\{f(x), g(x)\}$



(C) $f(x) - g(x)$ (D) $f(x) + g(x)$

【7】设 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ 均为非负数列, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \infty$, 则必有().

(A) $a_n < b_n$ 对于任意 n 成立 (B) $b_n < c_n$ 对于任意 n 成立
(C) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n c_n$ 不存在 (D) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n c_n$ 不存在

【8】设 $f(x)$ 为不恒等于零的奇函数, 且 $f'(x)$ 存在, 则函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ ().

(A) 在 $x=0$ 处左极限不存在 (B) 有跳跃间断点 $x=0$
(C) 在 $x=0$ 处右极限不存在 (D) 有可去间断点 $x=0$

【9】设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$, 讨论函数的间断点, 其结论为().

(A) 不存在间断点 (B) 存在间断点 $x=1$
(C) 存在间断点 $x=0$ (D) 存在间断点 $x=-1$

【10】设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义, 且 $f(x)$ 在点 x_0 处间断, 则在点 x_0 处必定间断的函数为().

(A) $f(x) \sin x$ (B) $f(x) + \sin x$ (C) $f^2(x)$ (D) $|f(x)|$

【11】设 $f(x) = \int_0^{1-\cos x} \sin^2 t dt$, $g(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6}$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的().

(A) 低阶无穷小 (B) 高阶无穷小
(C) 等价无穷小 (D) 同阶但不等价无穷小

【12】当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x - \sin ax$ 与 $g(x) = x^2 \ln(1 - bx)$ 是等价无穷小, 则().

(A) $a=1, b=-\frac{1}{6}$ (B) $a=1, b=\frac{1}{6}$
(C) $a=-1, b=-\frac{1}{6}$ (D) $a=-1, b=\frac{1}{6}$

【13】设 $x \rightarrow 0$ 时 $f(x) = ax^3 + bx$ 与 $g(x) = \int_0^{\sin x} (e^{x^2} - 1) dx$ 等价, 则().

(A) $a=\frac{1}{3}, b=1$ (B) $a=3, b=0$ (C) $a=\frac{1}{3}, b=0$ (D) $a=1, b=0$

【14】设 $x \rightarrow 0$ 时 $f(x) = \ln(1+x^2) - \ln(1+\sin^2 x)$ 是 x 的 n 阶无穷小, 则正整数 n 等于().

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【15】设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)}{x^2} = 1$, 则().

(A) $f(0)=0$ 且 $f'_-(0)$ 存在 (B) $f(0)=1$ 且 $f'_-(0)$ 存在
(C) $f(0)=0$ 且 $f'_+(0)$ 存在 (D) $f(0)=1$ 且 $f'_+(0)$ 存在

【16】设函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{|x|} \sin \frac{1}{x^2}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处().



- (A) 极限不存在 (B) 极限存在但不连续
(C) 连续但不可导 (D) 可导

【17】设函数 $f(x) = |x^3 - 1| \varphi(x)$, 其中 $\varphi(x)$ 在 $x=1$ 处连续, 则 $\varphi(1)=0$ 是 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导的().

- (A) 充分必要条件 (B) 充分但非必要条件
(C) 必要但非充分条件 (D) 既非充分又非必要条件

【18】设周期函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 周期为 4, 又 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(5, f(5))$ 处的切线斜率为().

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) -1 (D) -2

【19】设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内有定义, 并且 $|f(x)| \leq 1 - \cos x$, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处().

- (A) 极限不存在 (B) 极限存在但不连续
(C) 连续但不可导 (D) 可导

【20】设函数 $y=f(x)$ 具有二阶导数, 且 $f'(x) > 0, f''(x) > 0, \Delta x$ 为自变量 x 在点 x_0 处的增量, Δy 与 dy 分别为 $f(x)$ 在点 x_0 处对应的增量与微分, 若 $\Delta x > 0$, 则().

- (A) $0 < dy < \Delta y$ (B) $0 < \Delta y < dy$ (C) $\Delta y < dy < 0$ (D) $dy < \Delta y < 0$

【21】设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 (a, b) 上可导, 考虑下列叙述:

- (1) 若 $f(x) > g(x)$, 则 $f'(x) > g'(x)$.
(2) 若 $f'(x) > g'(x)$, 则 $f(x) > g(x)$.

则().

- (A) (1)、(2)都正确 (B) (1)、(2)都不正确
(C) (1)正确, 但(2)不正确 (D) (2)正确, 但(1)不正确

【22】两曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与 $y = ax^2 + b$ 在点 $(2, \frac{1}{2})$ 处相切, 则().

- (A) $a = -\frac{1}{16}, b = \frac{3}{4}$ (B) $a = \frac{1}{16}, b = \frac{1}{4}$
(C) $a = -1, b = \frac{9}{2}$ (D) $a = 1, b = -\frac{7}{2}$

【23】设函数 $f(x)$ 处处可导, 则().

- (A) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = -\infty$
(B) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = -\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
(C) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$
(D) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

【24】若 $f(x)$ 在 x_0 点可导, 则 $|f(x)|$ 在 x_0 点().

- (A) 必可导 (B) 连续但不一定可导
(C) 一定不可导 (D) 不连续



【25】设函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内有界且可导, 则().

- (A) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$
 (B) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 存在时, 必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$
 (C) 当 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 0$
 (D) 当 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 存在时, 必有 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 0$

【26】设 $f'(x)$ 在 $x=a$ 处连续, 又 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{x-a} = -1$, 则().

- (A) $x=a$ 是 $f(x)$ 的极小值点
 (B) $x=a$ 是 $f(x)$ 的极大值点
 (C) $(a, f(a))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点
 (D) $x=a$ 不是 $f(x)$ 的极值点, $(a, f(a))$ 不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

【27】设 $f'(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $f'(a) > 0, f'(b) < 0$, 则下列结论中错误的是().

- (A) 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f(x_0) > f(a)$
 (B) 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f(x_0) > f(b)$
 (C) 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f'(x_0) = 0$
 (D) 至少存在一点 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f(x_0) = 0$

【28】设函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 点导数存在且不为零, 则当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 点的微分是函数的增量 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$ 的().

- (A) 等价无穷小
 (B) 同阶但不等价无穷小
 (C) 高阶无穷小
 (D) 低阶无穷小

【29】设 $g(x)$ 在 $x=0$ 处二阶可导, 且 $g(0)=g'(0)=0$, 设

$$f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0, \end{cases}$$

则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处().

- (A) 不连续
 (B) 连续但不可导
 (C) 可导, 但导函数不连续
 (D) 可导, 导函数连续

【30】设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1+x^{2n}}$, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内().

- (A) 处处可导
 (B) 有 1 个不可导点
 (C) 有 2 个不可导点
 (D) 至少有 3 个不可导点

【31】设函数 $f(x) = (e^x - 1)(e^{2x} - 2) \cdots (e^{nx} - n)$, 其中 n 为正整数, 则 $f'(0) =$ ().

- (A) $(-1)^{n-1}(n-1)!$
 (B) $(-1)^n(n-1)!$
 (C) $(-1)^{n-1}n!$
 (D) $(-1)^n n!$

【32】已知 $f(0)=0$, 则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 可导的充要条件为().

- (A) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} f(1 - \cosh h)$ 存在
 (B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} f(1 - e^h)$ 存在



(C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} f(h - \sin h)$ 存在

(D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} [f(2h) - f(h)]$ 存在

【33】曲线 $y = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ 的拐点是().

(A) (1, 0) (B) (2, 0) (C) (3, 0) (D) (4, 0)

【34】设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = 2$, 则函数 $f(x)$ 在 $x=0$

处().

(A) 不可导

(B) 可导且 $f'(0) = 2$

(C) 取得极大值

(D) 取得极小值

【35】设函数 $f(x)$ 有二阶连续导数, 且 $f'(0) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = 1$, 则().

(A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值

(B) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

(C) $(0, f(0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

(D) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值, $(0, f(0))$ 也不是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

【36】设 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) > 0$, 且 $f(x)$ 在 x_0 点的某邻域内有三阶连续导数, 则下列选项正确的是().

(A) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值

(B) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值

(C) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

(D) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

【37】若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都在 x_0 点取得极小值, 则函数 $F(x) = f(x) + g(x)$ 在 x_0 点().

(A) 必取得极小值

(B) 必取得极大值

(C) 不可能取得极值

(D) 可能取得极大值, 也可能取得极小值

【38】设 $f(x)g(x)$ 在 x_0 点可导, $f(x_0) = g(x_0) = 0$, $f'(x_0)g'(x_0) > 0$, 且 $f''(x_0)$, $g''(x_0)$ 存在, 则().

(A) x_0 不是 $f(x)g(x)$ 的驻点

(B) x_0 是 $f(x)g(x)$ 的驻点, 但不是极值点

(C) x_0 是 $f(x)g(x)$ 的驻点, 且是它的极小值点

(D) x_0 是 $f(x)g(x)$ 的驻点, 且是它的极大值点

【39】设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处满足

$$f'(0) = f''(0) = \dots = f^{(n)}(0) = 0, \quad f^{(n+1)}(0) > 0,$$

则().

(A) 当 n 为偶数时, $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点

(B) 当 n 为偶数时, $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点

(C) 当 n 为奇数时, $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点

(D) 当 n 为奇数时, $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点



【40】设常数 $k > 0$, 函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + k$ 在 $(0, +\infty)$ 内零点个数为().

- (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个

【41】设 $f(x)$ 是连续的偶函数, 则其原函数 $F(x)$ 一定().

- (A) 是偶函数 (B) 是奇函数
(C) 是非奇非偶函数 (D) 有一个是奇函数

【42】设 $F(x)$ 是连续函数 $f(x)$ 的一个原函数, “ $M \Leftrightarrow N$ ”表示 M 的充要条件是 N , 则必有().

- (A) $F(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是奇函数
(B) $F(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是偶函数
(C) $F(x)$ 是周期函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是周期函数
(D) $F(x)$ 是单调函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是单调函数

【43】设 $f(x)$ 是以 l 为周期的周期函数, 则 $\int_{a+kl}^{a+(k+1)l} f(x) dx$ 之值().

- (A) 仅与 a 有关 (B) 仅与 a 无关
(C) 与 a 及 k 都无关 (D) 与 a 及 k 都有关

【44】设 $M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+x^2} \cos^6 x dx$, $N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^6 x) dx$, $P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^2 \sin x - \cos^6 x) dx$, 则().

- (A) $N < P < M$ (B) $M < P < N$ (C) $N < M < P$ (D) $P < M < N$

【45】设 $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \sin x dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \cot x dx$, $K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \cos x dx$, 则 I, J, K 的大小关系为().

- (A) $I < J < K$ (B) $I < K < J$ (C) $J < I < K$ (D) $K < J < I$

【46】设 $I_k = \int_0^{k\pi} e^{x^2} \sin x dx$ ($k = 1, 2, 3$), 则有().

- (A) $I_1 < I_2 < I_3$ (B) $I_3 < I_2 < I_1$ (C) $I_2 < I_3 < I_1$ (D) $I_2 < I_1 < I_3$

【47】曲线 $r = ae^{b\theta}$ ($a > 0, b > 0$) 从 $\theta = 0$ 到 $\theta = \pi$ 的一段弧长为().

- (A) $\int_0^{\pi} ae^{b\theta} \sqrt{1+b^2} d\theta$ (B) $\int_0^{\pi} \sqrt{1+ab^2e^{2b\theta}} d\theta$
(C) $\int_0^{\pi} \sqrt{1+(ae^{b\theta})^2} d\theta$ (D) $\int_0^{\pi} abe^{b\theta} \sqrt{1+(abe^{b\theta})^2} d\theta$

【48】矩形闸门的一边恰与水面平齐, 闸门垂直于水面, 过闸门的中心作水平线将矩形分为面积相等的上、下两部分, 设上部所受的压力为 P_1 , 下部所受的压力为 P_2 , 则 $\frac{P_1}{P_2} =$ ().

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

【49】 x 轴上有一根线密度为常数 μ , 长度为 l 的细杆, 右端点为坐标原点, 有一质量为 m 的质点在 x 轴的正半轴上, 距原点距离为 a , 若引力系数为 k , 则质点和细杆之

间的引力大小为().

(A) $\int_{-1}^0 \frac{km\mu dx}{(a-x)^2}$ (B) $\int_0^t \frac{km\mu dx}{(a-x)^2}$ (C) $\int_{\frac{1}{2}}^0 \frac{km\mu dx}{(a-x)^2}$ (D) $\int_0^t \frac{km\mu dx}{(a-x)^2}$

【50】* 直线 $L: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ 与平面 $\Pi: x-y+2z+4=0$ 的夹角为().

(A) π (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

【51】* 直线 $L: \begin{cases} x+3y+2z+1=0, \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ 与平面 $\Pi: 4x-2y+z-2=0$ 的关系为().

(A) L 平行于 Π (B) L 在 Π 上 (C) L 垂直于 Π (D) L 与 Π 斜交

【52】* 直线 $L_1: \frac{x}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{4}$ 与直线 $L_2: \begin{cases} x=1+t, \\ y=-2+t, \\ z=2+2t \end{cases}$ 之间的关系是().

(A) 垂直 (B) 平行 (C) 相交但不垂直 (D) 为异面直线

【53】* 两条平行直线 $L_1: \begin{cases} x=1+t, \\ y=-1+2t, \\ z=t, \end{cases} L_2: \begin{cases} x=2+t, \\ y=-1+2t, \\ z=1+t \end{cases}$ 之间的距离为().

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ (C) 1 (D) 2

【54】极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2y}{x^4+y^2}$ ().

(A) 不存在 (B) 等于 2 (C) 等于 $\frac{1}{2}$ (D) 等于 0

【55】二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处().

(A) 连续, 偏导数存在 (B) 连续, 偏导数不存在
(C) 不连续, 偏导数存在 (D) 不连续, 偏导数不存在

【56】二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处().

(A) 两个偏导数都不存在 (B) 两个偏导数存在但不可微
(C) 偏导数连续 (D) 可微但偏导数不连续

【57】若函数 $z=f(x, y)$ 满足 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2$, 且 $f(x, 1) = x+2$, $f'_y(x, 1) = x+1$, 则 $f(x, y) = ($).

(A) $y^2 + (x-1)y + 2$ (B) $y^2 + (x+1)y + 2$
(C) $y^2 + (x-1)y - 1$ (D) $y^2 + (x+1)y - 2$

【58】* 二元函数 $f(x, y) = \sqrt{x^2+y^2}$ 在点 $(0, 0)$ 处().

(A) 不连续 (B) 偏导数存在



(C) 可微

(D) 沿任意方向的方向导数存在

【59】* 在曲线 $x=t, y=-t^2, z=t^3$ 的所有切线中, 与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线().

(A) 只有一条 (B) 有两条 (C) 至少有三条 (D) 不存在

【60】* 曲线 $S: \begin{cases} x^2+y^2+z^2=2, \\ x+y+z=0 \end{cases}$ 在点 $(1, -1, 0)$ 处的切线方程为().

(A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$

(B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

(C) $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$

(D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$

【61】* 曲面 $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}+z^{\frac{2}{3}}=4$ 上任一点的切平面在三个坐标轴上的截距的平方和为().

(A) 48 (B) 64 (C) 36 (D) 16

【62】设 $u(x, y)$ 在平面有界闭区域 D 上具有二阶连续偏导数, 且 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \neq 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, 则 $u(x, y)$ 的().

- (A) 最大值点和最小值点必定都在 D 的内部
- (B) 最大值点和最小值点必定都在 D 的边界上
- (C) 最大值点在 D 的内部, 最小值点在 D 的边界上
- (D) 最小值点在 D 的内部, 最大值点在 D 的边界上

【63】设 $f(x, y)$ 连续, 且 $f(x, y) = xy + \iint_D f(u, v) du dv$, 其中 D 是由 $y=0, y=x^2, x=1$ 所围区域, 则 $f(x, y) = ()$.

(A) xy (B) $2xy$ (C) $xy + \frac{1}{8}$ (D) $xy + 1$

【64】设 $a = \iint_D \cos \sqrt{x^2+y^2} d\sigma, b = \iint_D \cos(x^2+y^2) d\sigma, c = \iint_D \cos(x^2+y^2)^2 d\sigma$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2+y^2 \leq 1\}$, 则().

(A) $c > b > a$ (B) $a > b > c$ (C) $b > a > c$ (D) $c > a > b$

【65】设 $f(x, y)$ 为有界闭区域 $D: x^2+y^2 \leq a^2$ 上连续可导函数, 则 $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{\pi a^2} \iint_D f(x, y) d\sigma$ ().

(A) 不存在 (B) $= f(0, 0)$ (C) $= f(1, 1)$ (D) $= f'(0, 0)$

【66】设 $D: |x|+|y| \leq 1$, 则 $\iint_D (|x|+y) dx dy = ()$.

(A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 1

【67】设 D 是平面直角坐标系中以 $(1, 1), (-1, 1), (-1, -1)$ 三点为顶点的三角