21世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

材料力学（第五版）
全程导学及习题全解（Ⅰ）

主编/李志萍

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

21 世纪高等 ... 步辅导

ERSHIYISHIJIGAODENGY ... GBUFUDAO

材料力学（第五版）
全程导学及习题全解（I）

主编/李志萍

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

材料力学(第五版)全程导学及习题全解. Ⅰ/李志萍主编. —北京:
中国时代经济出版社, 2012.1
(21世纪高等院校经典教材同步辅导)
ISBN 978-7-5119-1021-9

Ⅰ.①材… Ⅱ.①李… Ⅲ.①材料力学—高等学校—教学参考资料
Ⅳ.①TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第274935号

书　　名: 材料力学(第五版)全程导学及习题全解(Ⅰ)
作　　者: 李志萍
出版发行: 中国时代经济出版社
社　　址: 北京市丰台区玉林里25号楼
邮政编码: 100069
发行热线: (010)68320825　83910219
传　　真: (010)68320634　68320584
网　　址: www.cmepub.com.cn
电子邮箱: zgsdjj@hotmail.com
经　　销: 各地新华书店
印　　刷: 北京市昌平百善印刷厂
开　　本: 787×1092　1/16
字　　数: 360千字
印　　张: 21.75
版　　次: 2012年9月第1版
印　　次: 2012年9月第1次印刷
书　　号: ISBN 978-7-5119-1021-9
定　　价: 36.00元

前　　言

本书是孙训方等主编的普通高等教育“十五”国家级规划教材《材料力学（Ⅰ）》（第五版）的配套辅导用书。各章均由知识要点概述、典型例题分析与讲解、思考题解答和习题全解四部分内容组成。知识要点概述部分是对本章知识的归纳和总结，有助于读者对重点知识的巩固与理解；典型例题分析与讲解部分，作者精选了一些具有一定代表性的典型例题并进行讲解；思考题解答部分可以帮助读者深入理解本章的基本概念；习题全解部分对课后习题做了详细的解答。本书可以作为工科类专业大学本科、专科、专升本学生的学习辅导用书，也可以作为相关专业硕士研究生入学考试的复习资料。

本书由李志萍主编，各章节内容分别由以下同志编写：第一、二、七章由王永跃编写；第三、四章及附录Ⅰ由李志萍编写；第五、六章由王瑞凤编写；第八、九章由王跃龙编写。

王永跃教授对书稿进行了审阅，并提出了许多宝贵的修改意见，在此致以诚挚的感谢！

同时对《材料力学（Ⅰ）》（第五版）教材的作者孙训方、方孝淑、关来泰、胡增强、郭力、江晓禹等老师表示衷心的感谢！

由于编写时间仓促，书中难免存在疏漏和不妥之处，恳请广大读者提出宝贵意见！

编　者

2012 年 6 月

目　　录

第一章　绪论及基本概念

本章知识要点概述

一、材料力学的任务

为了保证整个结构或机械的正常工作，构件必须具有足够的强度、刚度且满足稳定性要求。材料力学的任务是在满足强度、刚度和稳定性要求的前提下，尽可能合理的选择材料、确定截面的形状和尺寸，为构件设计提供必要的理论基础和计算方法。

二、变形固体的基本假设

1. 连续性假设：认为组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的整个几何空间。
2. 均匀性假设：认为固体内各点处的力学性质是相同的。
3. 各向同性假设：认为材料沿不同方向具有相同的力学性质。
4. 小变形假设：变形与本身的尺寸相比很小。

材料力学的研究对象是连续、均匀、各向同性的变形固体，且大多数情况下是在弹性范围内的小变形问题。

三、构件变形的基本形式及其受力和变形特点

1. 轴向拉伸或压缩

在一对作用线与直杆轴线重合且大小相等的外力作用下，直杆的主要变形是长度的改变［图 1-1（a），（b）］。

2. 剪切

在一对相距很近的大小相等、方向相反的横向外力作用下，杆件的横截面将沿外力方向发生错动［图 1-1（c）］。

3. 扭转

在一对大小相等、方向相反、位于垂直杆轴线的两平面内的力偶作用下，杆的任意两横截面将发生相对转动［图 1-1（d）］。

4. 弯曲

在一对大小相等、方向相反、位于杆的纵向平面内的力偶作用下，杆件将在纵向平面

内发生弯曲变形［图 1 - 1（e)］。

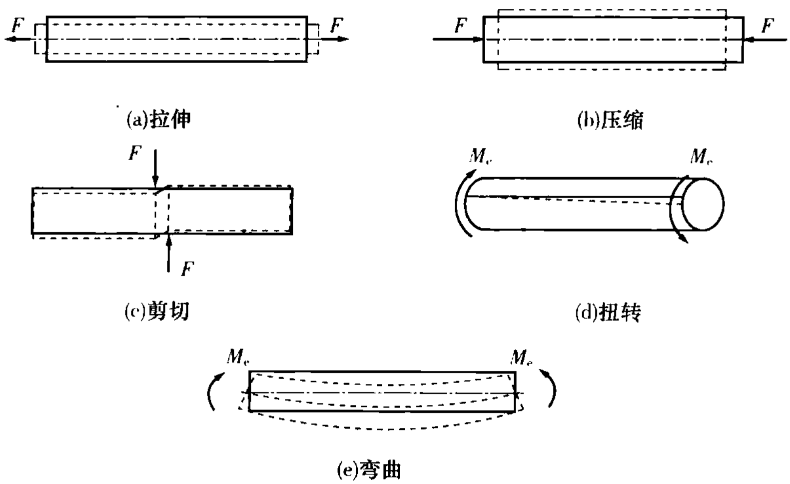


图 1 - 1

第二章 轴向拉伸和压缩

本章知识要点概述

一、轴向拉伸和压缩的概念

在一对作用线与直杆轴线重合且大小相等的外力作用下，直杆在轴线方向发生拉伸（或压缩）变形，与轴线垂直方向发生缩短（或伸长）变形［图 1-1（a），（b）］。

二、内力·截面法·轴力及轴力图

内力：在外力作用下，构件内部各质点间的相对距离发生改变而引起的附加相互作用力，称为“附加内力”，简称内力。如图 2-1 所示，用截面法求内力的步骤为：

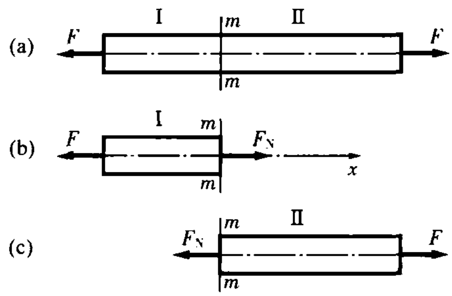


图 2-1

（1）在需要求内力的截面处，将杆件截成两部分；

（2）取某一部分为脱离体，用内力代替另一部分对其的作用；

（3）建立脱离体的平衡条件，并求该截面的内力。

轴力：轴向拉压时，杆件横截面上内力的合力的作用线与杆件轴线重合，称为轴力，用 F_N 表示。规定当杆件轴向伸长时轴力为正，称为拉力；当杆件轴向缩短时轴力为负，称为压力。作轴力图的步骤为：以杆的端点为坐标原点，取平行杆轴线的坐标轴为 x 轴，称为基线，其值代表截面位置，取 F_N 轴为纵坐标轴，其值代表对应截面的轴力值。正值绘在基线上方，负值绘在基线下方。

三、应力·拉（压）杆内的应力

1. 应力的概念

应力是截面上一点处分布内力的集度。

总应力确切地反映了 K 点内力分布的强弱程度，也是一个矢量。

$$p=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta F}{\Delta A} \tag{2-1}$$

正应力为总应力垂直于截面的应力分量

$$\sigma=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta F_{\mathrm{N}}}{\Delta A} \tag{2-2}$$

切应力为总应力相切于截面的应力分量

$$\tau=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta F_{\mathrm{S}}}{\Delta A} \tag{2-3}$$

2. 拉（压）杆横截面上的应力

根据平面假设，杆件的任一横截面变形后仍保持为平面且仍垂直于杆的轴线。横截面上各点处的正应力都相等。而轴力为分布内力的合力，所以有

$$F_{\mathrm{N}}=\int_A \sigma \mathrm{d}A=\sigma\int_A \mathrm{d}A=\sigma A$$

于是得到拉（压）杆横截面上的正应力的计算公式

$$\sigma=\frac{F_{\mathrm{N}}}{A} \tag{2-4}$$

3. 拉（压）杆斜截面上的应力

斜截面上的总应力为

$$p_\alpha=\frac{F_\alpha}{A_\alpha}=\frac{F}{A}\cos\alpha=\sigma\cos\alpha \tag{2-5}$$

总应力可以分解为沿截面法线方向的正应力 σ_α 和沿截面切线方向的切应力 τ_α（图 2 - 2），它们分别为

$$\sigma_\alpha=p_\alpha\cos\alpha=\sigma\cos^2\alpha \tag{2-6}$$

$$\tau_\alpha=p_\alpha\sin\alpha=\frac{1}{2}\sigma\sin 2\alpha \tag{2-7}$$

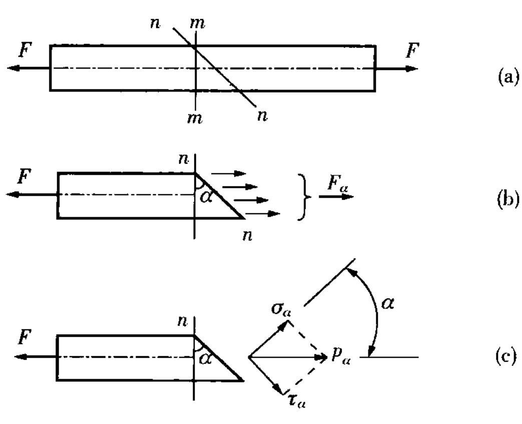


图 2 - 2

四、拉（压）杆的变形·胡克定律

图 2 - 3 为轴向拉杆，杆件的纵向伸长和横向缩短分别为

$$\Delta l = l_1 - l$$

$$\Delta d = d_1 - d$$

线应变指单位长度的伸长或缩短，用 ε 表示。

拉（压）杆的纵向线应变和横向线应变分别为

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \tag{2-8}$$

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d} \tag{2-9}$$

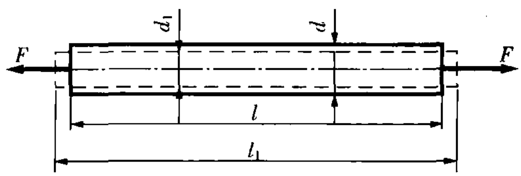


图 2 - 3

胡克定律为

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA} \text{或} \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \tag{2-10}$$

其适用于材料在线弹性变形范围内，其中 E 称为弹性模量，EA 称为杆的抗拉（压）刚度。横向线应变与纵向线应变之间保持一定的比例关系

$$\varepsilon' = -\nu\varepsilon \tag{2-11}$$

其中 ν 称为泊松比。

五、拉（压）杆内的应变能

应变能是随着弹性变形而改变的能量。对于轴向拉伸的杆件，有

$$V_\varepsilon = \frac{F_N^2 l}{2EA} \tag{2-12}$$

应变能密度即单位体积的应变能为

$$v_\varepsilon = \frac{E\varepsilon^2}{2} \tag{2-13}$$

六、材料在拉伸和压缩时的力学性能

1. 低碳钢拉伸时的力学性能

低碳钢的变形分为四个阶段（图 2 - 4）：

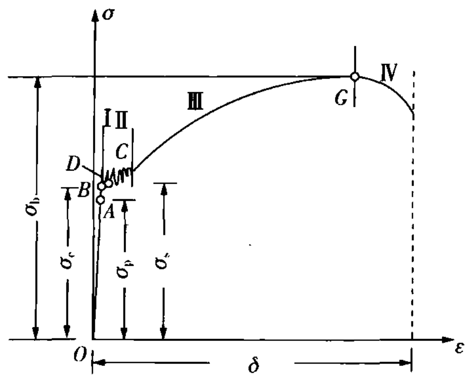


图 2 - 4

弹性阶段：卸除荷载后可以恢复原长，应力与应变成正比的最高点的应力为材料的比例极限 σ_p，弹性阶段的最高点的应力值为材料的弹性极限 σ_e。

屈服阶段：超过弹性极限以后，应力变化不大，应变急剧地增加的阶段，该阶段的最低应力值为材料的屈服极限 σ_s。

强化阶段：应力经过屈服阶段后，由于材料在塑性变形过程中不断发生强化，使试件主要产生塑性变形，应力达到最大值，称为其强度极限 σ_b。

局部变形阶段：当应力达到强度极限后，试件某一段内的横截面面积显著地收缩，出现“颈缩”现象，最后导致试件在颈缩处断裂。

伸长率是衡量材料塑性的一个重要指标，

$$\delta=\frac{\Delta l_1}{l}\times100\% \tag{2-14}$$

断面收缩率是衡量塑性性质好坏的另一个重要指标，

$$\psi=\frac{A-A_1}{A}\times100\%。 \tag{2-15}$$

式中，A_1 表示试样在拉断后断口处的最小横截面面积。

2. 低碳钢压缩时的力学性能

低碳钢在压缩时，其弹性模量、弹性极限及屈服极限等值与拉伸时基本相同，但过了屈服阶段后，由于试件的横截面面积越压越大，试件不可能产生断裂，所以低碳钢试件的压缩强度极限无法测定。

七、强度条件·安全因数·许用应力

材料在拉伸（压缩）时的许用应力为

$$[\sigma]=\frac{\sigma_u}{n} \tag{2-16}$$

其中，σ_u 为材料的极限应力，n 为安全系数。

对于塑性材料有

$$[\sigma]=\frac{\sigma_s}{n_s} \tag{2-17}$$

对于脆性材料有

$$[\sigma]=\frac{\sigma_b}{n_b} \tag{2-18}$$

式中，σ_s 为塑性材料的屈服极限，σ_b 为脆性材料的强度极限，n_s 和 n_b 分别为塑性材料和脆性材料的安全因数。

为了确保拉（压）杆件不致因强度不足而破坏，其强度条件为

$$\sigma_{max}=\frac{F_{N,max}}{A}\leqslant[\sigma] \tag{2-19}$$

强度条件可以解决下列三种强度计算问题：

（1）强度校核　已知荷载、杆件尺寸及材料的许用应力，根据式（2-19）检验杆件能否满足强度条件。

（2）截面选择　已知荷载及材料的许用应力，按强度条件选择杆件的横截面面积或尺寸，即确定杆件所需的最小横截面面积。将式（2-19）改写为

$$A\geqslant\frac{F_{N,max}}{[\sigma]} \tag{2-20}$$

（3）确定许用荷载　已知杆件的横截面面积及材料的许用应力，确定许用荷载。先由式（2-19）确定最大轴力，即

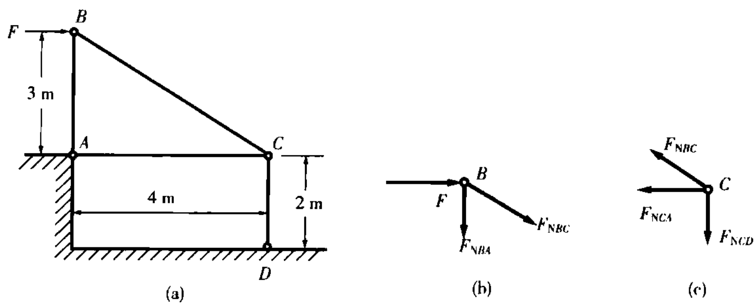
$$F_{N,max}\leqslant[\sigma]A \tag{2-21}$$

八、应力集中

应力集中是由杆件截面骤然变化（或几何外形局部不规则）而引起的局部应力骤增现象。

典型例题分析与讲解

例 2-1　在图（a）结构中，所有各杆都是钢制的，横截面面积均等于 $3\times10^{-3}\,m^2$，力 $F=100kN$。求各杆的应力。



例题 2-1 图

【解】（1）以节点 B 为脱离体［图（b）］，由节点 B 的平衡方程

$$\sum F_x=0,\quad F+F_{NBC}\times\frac{4}{5}=0$$

$$\sum F_y = 0,\quad -F_{NBA} - F_{NBC} \times \frac{3}{5} = 0$$

得

$$F_{NBC} = -125\text{kN(压)}, F_{NBA} = 75\text{kN(拉)}。$$

(2) 以节点 C 为脱离体［图 (c)］，由节点 C 的平衡方程

$$\sum F_x = 0,\quad -F_{NCA} - F_{NBC} \times \frac{4}{5} = 0$$

$$\sum F_y = 0,\quad F_{NBC} \times \frac{3}{5} - F_{NCD} = 0$$

得

$$F_{NCA} = 100\text{kN(拉)}, F_{NCD} = -75\text{kN(压)}。$$

(3) 各杆的应力

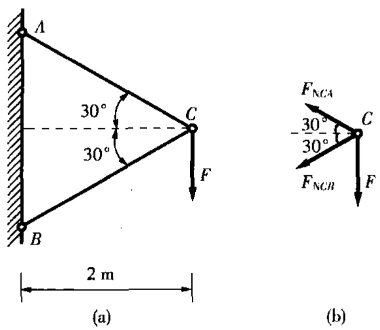
BC 杆：$\sigma_{BC} = \dfrac{F_{NBC}}{A} = \dfrac{-125\times10^3}{3\times10^{-3}} = -41.7\text{MPa}$

BA 杆：$\sigma_{BA} = \dfrac{F_{NBA}}{A} = \dfrac{75\times10^3}{3\times10^{-3}} = 25\text{MPa}$

CA 杆：$\sigma_{CA} = \dfrac{F_{NCA}}{A} = \dfrac{100\times10^3}{3\times10^{-3}} = 33.3\text{MPa}$

CD 杆：$\sigma_{CD} = \dfrac{F_{NCD}}{A} = \dfrac{-75\times10^3}{3\times10^{-3}} = -25\text{MPa}$。

例 2-2 图 (a) 中三角架 ABC 由 AC 和 BC 二杆组成。杆 AC 由两根 No. 12. 6 的槽钢组成，许用应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$；杆 BC 为一根 No. 22a 的工字钢，许用应力 $[\sigma]=100\text{MPa}$。求荷载 F 的许可值 [F]。



例题 2-2 图

【解】 (1) 取节点 C 为脱离体［图 (b)］，由节点 C 的平衡方程

$$\sum F_x = 0,\quad -F_{NCA}\cos30^\circ - F_{NCB}\cos30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0,\quad F_{NCA}\sin30^\circ - F_{NCB}\sin30^\circ - F = 0$$

得

$$F_{NCA}=F(\text{拉}),F_{NCB}=-F(\text{压})。$$

（2）分别由强度条件求两杆的许用轴力

对于 AC 杆，许用轴力为

$$\begin{aligned}[F_{NCA}]&=[\sigma]_{AC}A_{AC}=160\times10^{6}\times15.69\times10^{-4}\times2\\&=502.4\text{kN}\end{aligned}$$

对于 BC 杆，轴力为压力，取绝对值，则许用轴力为

$$[F_{NCB}]=[\sigma]_{BC}A_{BC}=100\times10^{6}\times42\times10^{-4}=420\text{kN}。$$

（3）确定许用荷载

由 AC 杆的许用轴力得

$$[F]_1=[F_{NCA}]=502.4\text{kN}$$

由 BC 杆的许用轴力得

$$[F]_2=[F_{NCB}]=420\text{kN}$$

因此，结构中荷载 F 的许用值为

$$[F]=420\text{kN}。$$

思考题解答

2-1　试论证杆件横截面上各点处的正应力若相等，则截面上法向分布内力的合力必通过横截面的形心。反之，法向分布内力的合力虽通过横截面的形心，但正应力在横截面上各点处却不一定相等。

【证明】 有任意横截面的杆件，形心位于 O 点，如思考题 2-1 解图（a）。设该横截面的法向分布内力的合力为 F，位于点（z_0，y_0）处，由合力矩定理得

$$Fz_0=\int_A\sigma\mathrm{d}A\cdot z=\sigma\int_A z\mathrm{d}A$$

即

$$z_0=\frac{\sigma\int_A z\mathrm{d}A}{F}=\frac{\int_A z\mathrm{d}A}{A}$$

而截面形心的 z 坐标为

$$z_c=\frac{\int_A z\mathrm{d}A}{A}=0$$

因此

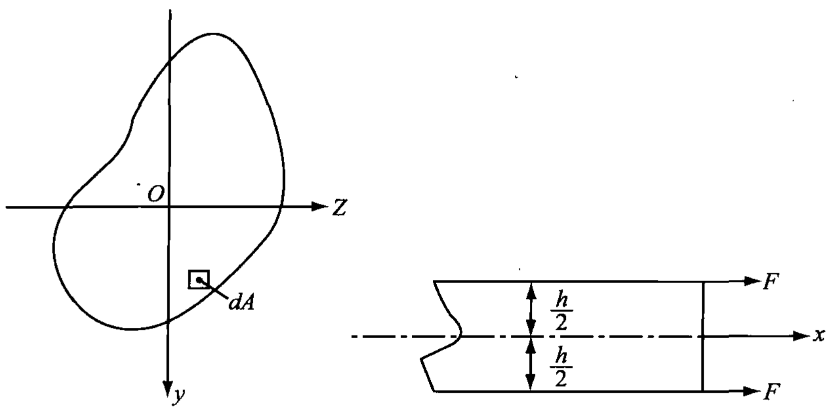
$$z_0=0$$

同理，得

$$y_0=0$$

说明当横截面上各点处的正应力相等时，截面上法向分布内力的合力必能通过横截面的形心。

如思考题 2 - 1 解图（b），合力作用线过截面形心，但是正应力在横截面上不是均布的。



(a)　　(b)

思考题 2 - 1 解图

2 - 2　横截面面积为 A，单位长度重量为 q 的无限长弹性杆，自由放在摩擦因数为 f 的粗糙表面上，如图所示。试求欲使该杆在端点产生位移 δ 时所需的力 F。已知杆的弹性模量为 E。

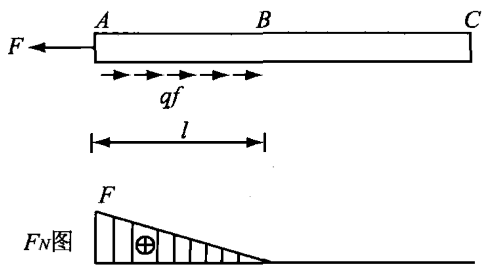
思考题 2 - 2 图

【解】 作该无限长弹性杆的轴力图，见思考题 2 - 2 解图。在 AB 段内距 A 端 x 的横截面上的轴力为

$$F_N=F-qfx$$

在距 A 端 l 的 B 处轴力为零，

$$F-qfl=0$$



思考题 2 - 2 解图

得

$$l=\frac{F}{qf}$$

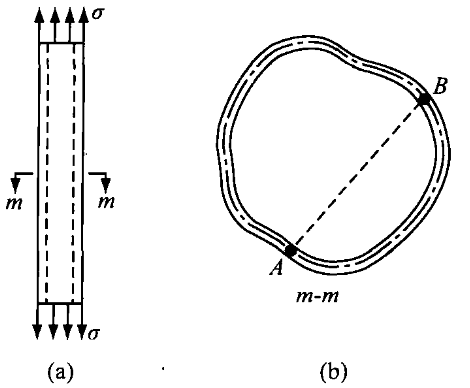
杆件 AB 段内的伸长量为

$$\delta=\int_0^l\frac{F-qlx}{EA}\mathrm{d}x=\frac{Fl-\dfrac{1}{2}qfl^2}{EA}=\frac{\dfrac{F^2}{qf}-\dfrac{F^2}{2qf}}{EA}=\frac{F^2}{2EAqf}$$

得

$$F=\sqrt{2\delta EAqf}$$

2-3 受轴向拉伸的闭合薄壁截面杆如图所示。已知 A、B 两点间的距离 a，材料的弹性常数 E、ν。试证明两点间距离的改变量为 $\Delta_{AB}=-\nu\sigma a/E$。



思考题 2-3 图

【证明】 轴向拉伸杆件的横向线应变为

$$\varepsilon'=-\nu\varepsilon=-\nu\frac{\sigma}{E}$$

A、B 两点间距离的改变量为

$$\Delta_{AB}=a\varepsilon'=-\frac{\nu a\sigma}{E}$$

2-4 试论述为什么轴向拉（压）杆斜截面上的应力是均匀分布的？

【解】 根据轴向拉（压）实验，相互平行的两个斜截面间的纵向纤维变形情况相同，因此斜截面上的应力是均匀分布的。

2-5 弹性模量 E 的物理意义是什么？如低碳钢的弹性模量 $E_s=210\text{GPa}$，混凝土的弹性模量 $E_c=28\text{GPa}$，试求下列各项：

（1）在横截面上正应力 σ 相等的情况下，钢和混凝土杆的纵向线应变 ε 之比；

（2）在纵向线应变 ε 相等的情况下，钢和混凝土杆横截面上正应力 σ 之比；

（3）当纵向线应变 $\varepsilon=0.000\,15$ 时，钢和混凝土杆横截面上正应力 σ 的值。

【解】 弹性模量 E 是反映材料抵抗弹性变形的能力。

（1）在横截面上正应力 σ 相等的情况下，钢和混凝土杆的纵向线应变 ε 之比为

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c}=\frac{\sigma/E_s}{\sigma/E_c}=\frac{E_c}{E_s}$$

（2）在纵向线应变 ε 相等的情况下，钢和混凝土横截面上正应力 σ 之比为

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_c}=\frac{E_s\varepsilon}{E_c\varepsilon}=\frac{E_s}{E_c}$$