铁道部干部培训教材

# 概率统计及其应用

江苏人民出版社

铁道部干部培训教材

# 概率统计及其应用

沈 清编

江 苏 人 民 出 版 社

**概率统计及其应用**

沈 清 编

江苏人民出版社出版发行
南京教育学院印刷厂印刷
开本789×1092毫米 1/16 印张14.5 字数345,000
1986年6月第1版 1986年6月第1次印刷
印数1—18500册
书号：4100·070 定价：2.30元

# 前　　言

本书系根据铁道部（84）铁科技字203号文件《全路质量管理培训教育工作规划要点》及（84）铁科技字1411号文件《全路质量管理培训教育工作1985—1990年规划要点》的要求和审定的教学大纲编写的。

本书分三部份，第一部份，概率论的基础知识（第一章、第二章），第二部份，数理统计（第三章至第七章），第三部份，概率统计的应用（第八章至第十一章）。为了帮助文化水平较低的读者，增加了“预备知识”一章（附录一）。

总课时定为60～72课时，书中带有*的部份可根据学员的文化水平及学习要求删去不学，书中部份公式及定理的证明，可根据需要取舍。

本书由沈清编写，孟玉珂、洪再吉、李荣和审稿，邹依仁教授对本书的编写提供了指导性意见，特致以谢意。

由于编者水平有限，错误及不当之处在所难免，望读者批评指正。

编　者

1985．10．

# 目　录

# 第一章 概 率

## 第一节 随机事件

在自然现象和社会现象中，存在着两种不同类型的现象，一种是必然现象，一种是随机现象。

**一、随机现象**

在一定条件下，必然发生的现象，称为必然现象。例如：

硬币向上抛，必然向下落。

同性电荷，必然相斥。

驼峰上溜放的车辆，必然会停下。

30°角的正弦值，必然是0.5。

必然现象的特点是：每次试验只有一个结果，事先可以通过推算、论证而预言其结果。在数学、物理、化学等学科中研究过大量的必然现象。

在一定条件下，具有多种可能结果，而哪一种结果将会发生，事先不能确定的现象，称为随机现象。例如：

硬币向上抛出落下后，可能出现正面（国徽面）向上，也可能出现正面向下，事先是不能确定的。

驼峰上溜下的车辆在距离峰顶多远处停下，会有多种可能性，事先是不能确定的。

在一批产品中，任抽100件进行质量检验，其中次品数会有多种可能结果，事先是不能肯定的。

随机现象的两个特点是：一方面，随机现象具有偶然性，事先不能预言其结果，另一方面，在相同的条件下，进行大量的重复试验，会呈现出某种规律性，即所谓统计规律性。例如：

在相同的条件下，多次抛掷质量均匀的同一枚硬币，则出现正面向上的次数，约占总抛掷次数的一半。

在一定条件下，同一车辆进行多次溜放试验，每次溜放距离虽然不会完全一样，但也会呈现出某种规律性。

对同一批产品，进行大量重复抽检，可以观察到它的不合格品率。

某战士，在相同条件下，进行大量重复射击，可以看出他的命中率。

随机现象的统计规律是客观存在的，重复试验的次数越多，其客观规律性会表现得越明显。

随机现象的统计规律性，是在相同的条件下，进行大量重复试验时呈现出来的。这里所指的试验的含意是广泛的。它包括科学试验、观察、测量等。例如：

从一批产品中任抽一件产品来观察或测量是否不合格品，就叫一次试验。

把一枚硬币向上抛出落下后观察哪一面向上，就是一次试验。

某战士射击一次，观察所得的环数，是一次试验。

同一车辆溜放一次，测量溜放距离，也是一次试验。

试验总是附有一组条件的，例如车辆溜放距离是在重量、风速、始点等条件相同的情况下进行才有意义，因此，我们也把条件组的一次实现叫做一次试验。

概率与数理统计就是研究随机现象统计规律性的一门科学，它是数学的一个重要分支，在工业、农业、交通运输、国防等方面都有着广泛的应用，在管理科学方面的定量分析，例如质量控制、质量检验、试验设计，运筹学等也广泛地应用概率统计，因此它也是管理科学的一门基础学科。

**二、随机事件**

在一定条件下，对随机现象进行试验的每一个可能结果，称为一个随机事件，简称事件，通常用字母A、B、C……表示。例如，

向上抛掷一枚硬币，落下后出现“正面向上”就是一个事件，出现“正面向下”也是一个事件。记为

A：“正面向上”

B：“正面向下”

一车辆溜放二次，第一次“溜放距离为50米”是一个事件，第二次“溜放距离为52米”也是一个事件，可记为

A：“溜放距离为50米”

B：“溜放距离为52米”

从一批含有不合格品的产品中任意抽取三件进行质量检验，则可能有下列一些事件出现。

A：“全是合格品”

$A_1$：“恰有一件不合格品”

$A_2$：“恰有二件不合格品”

$A_3$：“恰有三件不合格品”

B：“至少有一件不合格品”

C：“不合格品不多于两件”

等等。

随机事件在一次试验中可能发生也可能不发生，因此具有随机性。

在一定条件下，必然要发生的事件，叫做必然事件。记为Ω。例如，在标准大气压下，水加热到100℃时必然沸腾，就是一个必然事件。在一定条件下，必然不发生的事件，叫作不可能事件，记作φ例如，在标准大气压下，水加热到50℃，必然不沸腾。

在概率论中我们把必然事件和不可能事件都看成是随机事件的特殊情况，这对于今后讨论问题是比较方便的。

**三、事件之间的相互关系**

在实际问题中，常常要研究一些比较复杂的事件，这些较复杂的事件，往往是由一些较简单的事件组成的，这就需要将这些较复杂的事件分解成若干个较简单的事件，并且研

究它们之间的相互关系。

1．事件的包含关系

若事件B发生必然导致事件A发生，则称事件A包含事件B。记作$B\subset A$或$A\supset B$

例如：设事件

A：“最多一件是不合格品”。

B：“没有不合格品”。

C：“一件不合格品”。

于是，事件B的发生必然导致事件A的发生，事件A包含事件B，即：

$A\supset B$ 或 $B\subset A$

同样可以看出，有

$A\supset C$ 或 $C\subset A$

若$A\subset B$同时$B\subset A$，则称事件A、B相等（或等价），记作$A=B$。

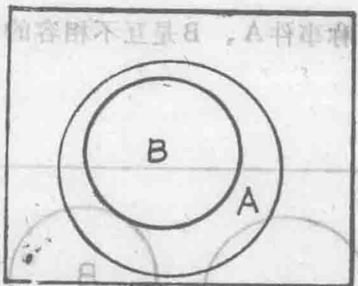

图1—1 包含关系

为了使概念更为直观、容易理解，我们常使用图示来表示事件之间的关系。例如，图1—1即表示事件之间的包含关系。

每次试验结果可以理解为一个点，全部试验结果用一个矩形表示，如果点落在图形A中，就表示事件A发生，点落在事件B中，就表示事件B发生，显然在图1—1中，若点落在B中也一定落在A中，即事件B发生，必然导致事件A发生，故有$B\subset A$。

2．事件的并（和）

“事件A、B中至少有一个发生”这一事件称为A与B的并（和）。记作

$A\cup B$ 或 $A+B$

例如：“最多一件是不合格品”这一事件A意味着：“没有不合格品”（事件B），“有一件不合格品”（事件C），这两个事件至少有一个要发生。因此，事件A为事件B、C的并。记为 $A=B\cup C$ 或 $A=B+C$。

图1—2中阴影部分就表示$B\cup C$

显然有：$B\subset(B\cup C)$

$C\subset(B\cup C)$

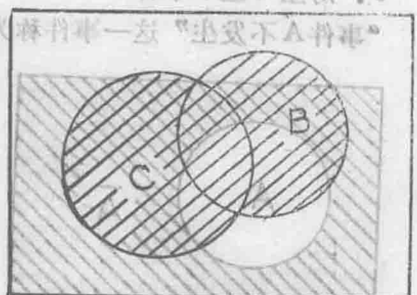

图1—2 事件的并

同样地，“事件$A_1$，$A_2$，…，$A_n$中至少有一个发生”这一事件称为事件$A_1$，$A_2$，…，$A_n$的并。记作

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i=A_1\cup A_2\cup\cdots A_n$$

3．事件的交（积）

“事件A、B同时发生”这一事件，称为事件A、B的交（积）。记为

$A \cap B$ 或 $AB$

例如：某零件的验收标准为长度、直径都合格。设：事件

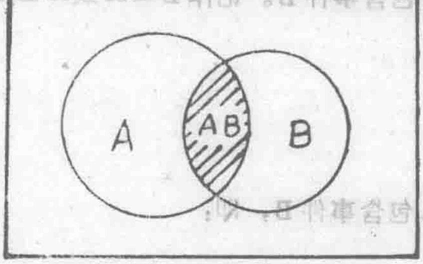


图1—3 事件的交

$A$："零件直径合格"

$B$："零件长度合格"

$C$："零件合格"

则"零件合格"可表示为

$C = A \cap B$ 或 $C = AB$

图1—3中阴影部分即表示事件$A \cap B$。类似地"事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$同时发生"这一事件称为$A_1, A_2, \cdots, A_n$的交。记为

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$$

4．互不相容（互斥）事件

如果事件A、B在同一试验中，不可能同时发生，则称事件A、B是互不相容的（或互斥的）。记为

$A \cap B = \phi$ 或 $AB = \phi$

例如：抽检的三件产品中，"没有不合格品"和"一件不合格品"这两个事件是不可能在一次抽取中同时发生的，故上述两个事件是互不相容的，也就是互斥的。

若一次试验表示一个点，则在图1—4中，一个点是不可能同时落在A、B之中的，故事件A、B为互不相容。

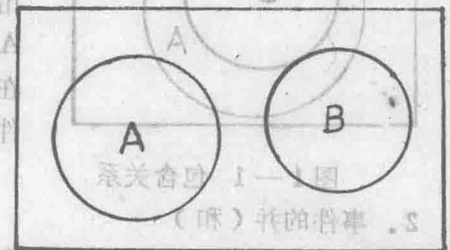


图1—4 互不相容事件

5．对立（逆）事件

"事件A不发生"这一事件称为事件A的对立事件，记作$\overline{A}$

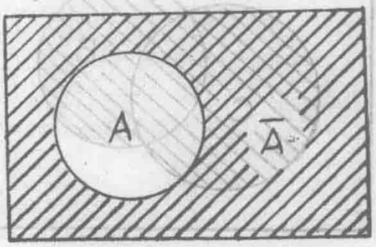


图1—5 对立事件

例如：若事件C："零件全部合格"

则C的对立事件

$\overline{C}$："至少有一个零件不合格"图1—5中阴影部分即表示事件A的对立事件$\overline{A}$，容易得到对立事件的几个性质：

$\overline{\overline{A}} = A \qquad A \cup \overline{A} = \Omega \qquad A \cap \overline{A} = \phi$

## 第二节　概率的概念

由于随机事件的随机性，在一次试验中是否发生，不能事先知道，但它在一次试验中发生的可能性有的要大些，有的要小些，人们对这些现象进行分析，研究其内在的规律，从

而可以达到认识世界、改造世界的目的。例如，知道某种产品不合格品率的大小，就可以做到心中有数。知道铁路运输在哪一个区段发生事故的可能性大，就可以采取相应的措施。

## 一、概率的统计定义

定义1：在一定条件下n次重复试验，事件A发生的次数m称为事件A的频数。事件A的频数m与试验次数n的比，称为事件A的频率，记为f(A)

即 $$f(A)=\frac{m}{n} \qquad (1.1)$$

例1：有人曾经作过投掷硬币的试验，试验记录如下：

| 投掷次数(n) | 正面向上次数(频数m) | 频率($\frac{m}{n}$) |
|---|---|---|
| 2048 | 1061 | 0.5181 |
| 4040 | 2048 | 0.5069 |
| 12000 | 6019 | 0.5016 |
| 24000 | 12012 | 0.5005 |
| 30000 | 14984 | 0.4996 |

可以看出投掷次数越多，频率越接近0.5。

例2：某工厂生产某种产品，为了检查产品质量，抽检了一部分产品，记录如下：

| 抽检件数(n) | 10 | 50 | 100 | 200 | 500 | 1000 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 不合格品数(频数m) | 1 | 3 | 4 | 9 | 27 | 52 | 98 |
| 不合格品率(频率m/n) | 0.10 | 0.06 | 0.04 | 0.045 | 0.054 | 0.052 | 0.049 |

可以看出不合格品率在0.05左右摆动，并且随着抽检件数的增多逐渐稳定于0.05。

以上两个例子说明，当试验次数n增大时，事件A发生的频率总是稳定在一个常数附近，通常把这一规律称为频率的相对稳定性。

定义2：在一定条件下，重复作n次试验，当n充分大时，如果事件A的频率总是稳定在某一个确定的常数p附近，则称数值p为随机事件A的概率，记作

$$P(A)=p$$

在例1中，事件A："正面向上"，其频率稳定在0.5附近，故称事件A的概率 $p=0.5$。记为 $P(A)=0.5$。

在例2中，抽检产品的不合格品率稳定在0.05附近。设事件B："任抽一件产品为不合格品"，则事件B的概率为 $p=0.05$。记为

$$P(B)=0.05$$

由于事件的概率是在统计的基础上，通过频率计算而得到的，故称为概率的统计定

义。在一般情况下，概率值p是不可能用统计方法精确得到的，因此在n充分大时，通常就以频率作为概率的近似值。即

$$P(A)\approx\frac{m}{n} \tag{1, 2}$$

由概率的概念，可以得到概率的下列性质：

1．对任一事件A，有

$$0\leq P(A)\leq 1$$

这是因为频率f（A）的取值区间为〔0, 1〕

2．必然事件的概率等于1，即

$$P(\Omega)=1$$

不可能的事件的概率等于0，即

$$P(\phi)=0$$

**二、概率的古典定义**

在上面，我们从频率的稳定性引出了概率的统计定义。用频率来估算事件的概率，提供了找出事件概率近似值的一般方法，但频率的计算，必须通过大量的试验才能得到，而在某些特殊情况下，并不需要进行大量的重复试验，只需要根据所讨论事件的特点，对事件及其相互关系进行分析对比，就可直接计算出它的概率。

例如，在投掷硬币的试验中，每次试验发生的结果只有两种，“正面向上”和“正面向下”，如果硬币是均匀的，投掷是任意的，显然这两个试验结果发生的可能性是相等的。而“正面向上”和“正面向下”都只占其中之一，所以可以认为事件“正面向上”和“正面向下”的概率都等于0.5。

定义3，如果$A_1$，$A_2$，…，$A_n$是n个互不相容的等可能事件，且每次试验必有一个而且只有一个发生，则$A_1$，$A_2$，…，$A_n$每一个事件称为一个基本事件，n为基本事件总数。$A_1$，$A_2$，…$A_n$称为等可能完备事件组。

例如，抛掷硬币落下，“正面向上”和“正面向下”，就是两个基本事件，基本事件总数为2。

例3：盒中有五个球（三个白球，二个红球），标有顺序号，从中任取一个，则事件

$A_1$：“取到第一个白球”

$A_2$：“取到第二个白球”

$A_3$：“取到第三个白球”

$A_4$：“取到第一个红球”

$A_5$：“取到第二个红球”

这些事件具有如下特点：

1．有n＝5个互不相容的事件。

2．每一个事件发生的可能性都相等。

3．每次抽取必有一个而且只有一个事件发生。

根据定义3，$A_1$，$A_2$，…，$A_5$每一个事件都是一个基本事件，$A_1$，$A_2$，…，$A_5$构成等可能完备事件组，基本事件总数n＝5。

例4：从例3的五个球中任取两个球，基本事件总数为多少？并列出每一个基本事件。

解：基本事件总数为

$$n = C_5^2 = 10$$

设五个标有顺序号的球为

$$\underbrace{①\ ②\ ③}_{\text{白球}}\quad \underbrace{④\ ⑤}_{\text{红球}}$$

则这十个基本事件是

"①②"，　"①③"，　"①④"，　"①⑤"，
"②③"，　"②④"，　"②⑤"，
"③④"，　"③⑤"，
"④⑤"。

这十个基本事件构成一个等可能完备事件组。

定义 4：（古典概型）如果试验的基本事件总数为 n，事件 A 包含 m 个基本事件，则事件 A 的概率为

$$P(A) = \frac{m}{n} \qquad (1.3)$$

例 5：有五个零件，已知其中混入了一个不合格品，现从中任取三个，求全是合格品的概率。

$C_4^3$

解：设想将五个零件编上号

$$\underbrace{①\ ②\ ③\ ④}_{\text{合格品}}\quad \underbrace{⑤}_{\text{不合格品}}$$

$=\frac{4}{10}$

从中任取三个，有以下 $C_5^3$ 种取法，即 = 10

"①②③"，　"①②④"，　"①②⑤"，
"①③④"，　"①③⑤"，　"①④⑤"，
"②③④"，　"②③⑤"，　"②④⑤"，
"③④⑤"。

由于是任意抽取，故这十个结果的可能性是相等的，其中全是合格品的基本事件有 $C_4^3 = 4$ 种取法，它们分别是

"①②③"，"①②④"，
"①③④"，"②③④"。

故事件 B："取出三个全是合格品"，其概率

$$P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

利用定义 4 来讨论事件概率的模型，称为古典概型。古典概型应满足以下两个条件：

1．全部基本事件个数是有限的。

2．每一个基本事件发生的可能性是相等的。

概率的古典定义是从实践中总结出来的，在许多情形下，根据古典定义来计算概率需要有一定的技巧，这要在实践中逐步去掌握。

是否在用古典定义计算概率时，都需要把所有结果都排列出来呢？不必，在大多数情况下是可以利用排列组合等方法，通过分析而得到的。例如在例 5 中，利用排列组合可得

$$P(B) = \frac{C_4^3}{C_5^3} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

故任取三个零件，全为合格品的概率为$\frac{2}{5}$。

例6：五个零件，已知其中混入了两个不合格品，现从中任取两个，求一件为合格品，另一件为不合格品的概率。

解：基本事件总数为$n=C_5^2=10$

设事件C："任抽两件恰有一件合格品"，则事件C包含的基本事件个数为

$$m=C_3^1\cdot C_2^1=6$$

则 $$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{C_3^1\cdot C_2^1}{C_5^2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

故任取两个零件，一件为合格品另一件为不合格品的概率为$\frac{3}{5}$。

例7：保险箱的号码锁若由四位数字组成，问一次能打开保险箱的概率是多少？

解：四位数字共可编出可有重复数字的号码为$10^4$，即基本事件总数

设：事件A："一次打开保险箱"

则：$$P(A)=\frac{1}{10^4}=0.0001$$

故一次能打开保险箱的概率为万分之一。

这个问题，可以理解为第一次从0、1、2、…，9十个数码中任取一个作为第四位数，第二次可从十个数码中抽取一个作为第三位数，余类推，由于数字可以重复抽取，在质量管理中我们称为有放回抽样。如果抽取后不放回，第二次从剩下的数字中抽取，这种抽取称为无放回抽样。有放回和无放回抽样的抽取方法是不同的，因而计算方法也不一样。例如在例7中，如果要求编出四位数字的没有重复数字的号码数，则为

$$P_{10}^4=10\cdot 9\cdot 8\cdot 7=5040$$

这相当于第一次从0，1，2，…，9十个数码中任取一个作为第四位数，取出的号码不放回，第二次从剩余的9个数码中任取一个作为第三位数，余类推。因此它是一种无放回的抽取。

例8：将6个球随机地放入6个盒子中去，求每个盒子恰有一个球的概率。

解：基本事件总数是6个球放入6个盒子的放法数，因为每个球都可以放入任一盒子，故有6种放法，6个球放入6个盒子有$6^6$种放法。

每个盒子恰有一个球的放法有

$$6\times5\times4\times3\times2\times1=6!$$

设：事件A："每个盒子恰有一个球"

则 $$P(A)=\frac{6!}{6^6}\approx0.01543。$$

## 第三节 概率的计算公式

### 一、加法公式

定理一：如果事件A、B互不相容，则

$$P(A+B)=P(A)+P(B) \qquad (1.4)$$

证：等可能基本事件组中，基本事件总数为n，设事件A、B分别包含$m_1$，$m_2$个基本事件，由于A、B互不相容，故事件A＋B共包含$m_1+m_2$个基本事件，因为$P(A)=\frac{m_1}{n}$，$P(B)=\frac{m_2}{n}$，于是事件A＋B的概率

$$P(A+B)=\frac{m_1+m_2}{n}=\frac{m_1}{n}+\frac{m_2}{n}=P(A)+P(B)$$

故得　$P(A+B)=P(A)+P(B)$

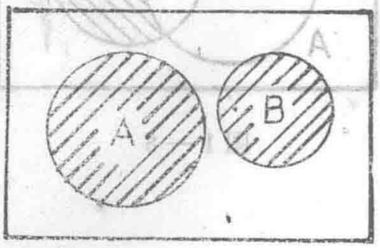


图1—6

若用A的面积表示事件A发生的概率，B的面积表示事件B发生的概率，如图1—6，则可看出

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

推论一：如果事件$A_1$，$A_2$，…，$A_n$互不相容，

则 $$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n) \quad (1.5)$$

这个公式表明了概率的有限可加法。

推论二：$P(A)=1-P(\overline{A})$ (1.6)

这是因为事件A和其对立事件互不相容，且有

$$A+\overline{A}=\Omega$$

于是 $$P(A+\overline{A})=P(A)+P(\overline{A})=1$$

故得 $$P(A)=1-P(\overline{A})$$

例9：一批产品有50件，其中45件合格，5件不合格，从这批产品中任取3件，求其中至少有一件不合格品的概率。

解：设A：“至少有一件不合格品”

$A_1$：“有一件不合格品”

$A_2$：“有二件不合格品”

$A_3$：“有三件不合格品”

$A_1$，$A_2$，$A_3$互不相容

则 $$A=A_1+A_2+A_3$$

$$P(A)=P(A_1+A_2+A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$$

$$=\frac{C_5^1\cdot C_{45}^2}{C_{50}^3}+\frac{C_5^2\cdot C_{45}^1}{C_{50}^3}+\frac{C_5^3\cdot C_{45}^0}{C_{50}^3}$$

$$\approx 0.2525+0.0230+0.0005=0.2760$$

例10：在上例中，利用逆事件求“至少有一件不合格品”的概率。

解：在实用上，常利用逆事件来求。

事件A：“至少有一件不合格品”

则 $\overline{A}$“没有不合格品”

根据定理一的推论二有

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{C_5^0C_{45}^3}{C_{50}^3}=1-0.7240=0.2760$$

**定理二：对于任意两个事件A、B，则有**

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB) \qquad (1.7)$$

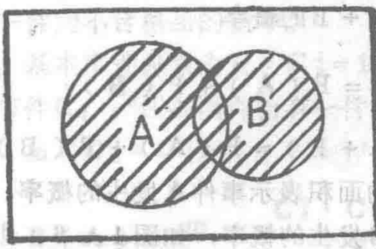


图1—7

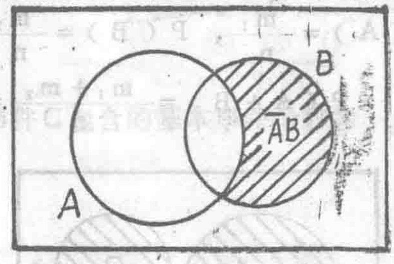


图1—8

如图1—7所示

证：从图1—8可以看出　$A+B=A+\overline{A}B$

其中　$\overline{A}B$与$A$互不相容

故有　$P(A+B)=P(A+\overline{A}B)=P(A)+P(\overline{A}B)$

又因　$B=AB+\overline{A}B$（见图1—9）

且　$AB$和$\overline{A}B$也互不相容

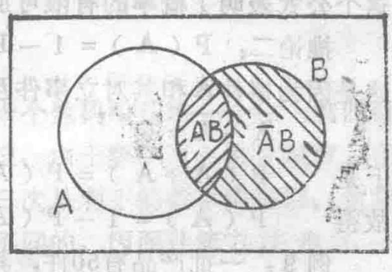


图 1—9

故有　$P(B)=P(AB+\overline{A}B)$

$\qquad =P(AB)+P(\overline{A}B)$

亦即　$P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)$

代入　$P(A+B)=P(A)+P(AB)$

即得　$P(A+B)$

$\qquad =P(A)+P(B)-P(AB)$

例11：一个电路上，装有甲、乙两根保险丝，当电流强度超过一定数值时，甲烧断的概率为0.85，乙烧断的概率为0.74，两根保险丝同时烧断的概率为0.63，问至少一根烧断的概率是多少？

甲乙

0.85+0.74- =0.13

解：设A：“甲保险丝烧断”

B：“乙保险丝烧断”

由于A、B不是互不相容的，则甲、乙两根保险丝至少一根烧断的概率为

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

$$=0.85+0.74-0.64=0.96$$

当事件A、B互不相容时，有$P(AB)=0$，故公式（1．4）是公式（1．7）当A、B互不相容时的特殊情形。

## 二、条件概率、乘法公式

在例11中给出了事件A、B同时发生的概率$P(AB)=0.63$，但要计算$P(AB)$就要用到乘法公式。在讨论乘法公式之前，我们先引入条件概率的概念。

### 1．条件概率

以上我们讨论事件的概率都是指在一定条件下事件A发生的概率，但有时需要考虑在事件B发生的条件下A发生的概率，通常称之为条件概率问题。

定义五：如果A、B是同一随机试验下的两个随机事件，且$P(B)\neq 0$，则称在事

件B已发生条件下，事件A发生的概率为事件A对事件B的条件概率，简称条件概率，记为P（A/B）。 P(A/B)

例如 五个球中有三个白球，两个红球、任取一个，设

A：“取得一个为白球”

B：“取得一个为红球”

则在“取得一个红球”的条件下“取得一个白球”的概率记为P（A/B），显然有

$$P(A/B)=\frac{3}{4}$$

定理三：在事件B已发生条件下，事件A发生的概率等于两事件同时发生的概率除以事件B的概率，即

$$P(A/B)=\frac{P(AB)}{P(B)} \qquad P(B)>0 \tag{1.8}$$

类似地 $P(B/A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)} \qquad P(A)>0$

证：设某试验的基本事件总数为n，其中属于事件A的有$m_1$个，属于事件B的有$m_2$个，属于事件AB的有r个（图1—10），右图中每一个点代表一基本事件，于是在事件B发生的条件下，事件A发生的概率为

$$P(A/B)=\frac{r}{m_2}=\frac{r/n}{m_2/n}$$

$$=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

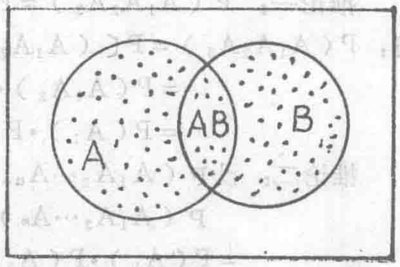


图1—10

故当$P(B)\neq 0$时，有

$$P(A/B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

同理，当$P(A)\neq 0$时，有

$$P(B/A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

例12：零件100个，92个直径合格，95个光洁度合格，两个指标都合格的90个，从100个零件中任抽一个，如果此零件光洁度合格，求零件直径合格的概率。

解：设 A：“光洁度合格” $\frac{90}{95}$

B：“直径合格”

则 $P(A)=\dfrac{95}{100}$， $P(B)=\dfrac{92}{100}$， $P(AB)=\dfrac{90}{100}$

于是$P(B/A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{90/100}{95/100}=\dfrac{90}{95}\approx 0.947$

这个意思就是说，在光洁度合格的零件中任抽一个为直径合格的概率为$\dfrac{90}{95}$。

需要注意的是，P（A/B）仍是在一定条件下事件A发生的概率，不过在原有的一定条件下，又附加了一个事件B已发生的条件，因此一般来说，P（A）与P（A/B）未必是相等的。

2．乘法公式

由条件概率可直接得出