

多智能体网络 一致性协同控制理论及应用

©吴永红 刘敬贤 著



科学出版社

013034539

TP273
684

多智能体网络一致性 协同控制理论及应用

吴永红 刘敬贤 著



TP273
684

科学出版社

北京



北航

C1642216

13030010

内 容 简 介

本书系统介绍了作者在多智能体网络一致性协同控制领域的最新研究成果、理论分析方法及仿真,集中体现了近年来多智能体网络一致性协同控制研究方面的新理论与新进展,并通过大量实例阐述了多智能体网络一致性协同控制在船舶交通运输领域的应用。内容包括多智能体网络一致性协同控制问题国内外研究现状及理论基础、基于奇异系统的一致性分析与鲁棒控制、基于脉冲系统和脉冲时滞系统的一致性分析及其鲁棒控制、基于随机网络拓扑下通讯通道噪声“污染”的一致性协同分析以及多智能体网络一致性协同控制在船舶交通流及交通组织等领域的应用研究。

本书可作为自动控制、交通运输工程、数学统计和计算机等专业本科生、研究生以及相关学科领域研究人员的参考书,同时,本书内容对相关专业的教师和工程技术人员进行科学研究也具有一定的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

多智能体网络一致性协同控制理论及应用/吴永红,刘敬贤著. —北京:科学出版社,2013

ISBN 978-7-03-037229-1

I. 多… II. ①吴… ②刘… III 计算机网络—一致性—智能控制—研究
IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 057024 号

责任编辑:张颖兵 杜 权/责任校对:吴 森

责任印制:彭 超/封面设计:苏 波

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉中科兴业印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本: B5(720×1000)

2013年3月第 一 版 印张: 9 1/2

2013年3月第一次印刷 字数: 195 000

定价:45.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

过去,网络的分布式计算主要依靠少量但功能强大的工作站来执行任务,但工作站处理器复杂且昂贵,因此网络分布式计算没有得到广泛应用。最近几年,由于计算机水平的提高和迅猛发展,复杂动态系统迅速发展,基于复杂系统的多智能体网络的优良性及其广泛的应用前景日益凸显出来。运用简单廉价的智能体之间的协调配合就能完成相同的任务,不仅可以节省成本,而且还提高了整个系统的鲁棒性和灵活性(吴永红,2011)。由于智能体在运行过程中存在能量损耗,复杂动态系统的一致性协同控制问题引起了很多专家学者的浓厚兴趣和高度关注,目前已在世界范围内掀起一股研究复杂动态系统的热潮。

本书以多智能体网络为研究背景,结合控制理论、代数图论以及矩阵论,围绕通信、交通网络存在的技术问题,如时滞、噪声、外部干扰等因素,重点研究了基于奇异系统、脉冲系统,以及随机网络环境的一致性协同控制问题及其在船舶交通流和交通组织等方面的应用研究。

由于网络中的智能体不仅接受邻居智能体的信息流,而且还受到网络外部环境的约束,一般情况下多智能体网络可描述为奇异系统。本书在网络外部环境约束下研究了基于奇异系统的多智能体网络的一致性协同控制问题,得到了在有或无时滞状态下多智能体网络取得一致性的前提条件,并研究了在取得一致性的前提下,多智能体网络可以承受的最大时滞,以及收敛到一致性的最差速度,最后研究了固定拓扑和切换拓扑条件下多智能体存在网络外部环境干扰和模型不确定性时的鲁棒一致性控制问题。本书研究结果表明,网络外部环境约束对多智能体网络取得一致性行为及其性能都有影响,多智能体网络可以承受的最大时滞以及收敛到一致性的速度不仅与多智能体的网络拓扑结构即网络图的拉普拉斯矩阵的特征值有关,而且与网络外部环境的约束条件有关。

目前研究一致性协同控制的算法基本上都是由连续时间模型或离散时间模型构成的,但是这些模型不能包含现实中一些有用的网络,现实的动态网络可形成更加复杂的系统,例如简单的切换系统、更具普遍性的混杂系统。在网络的动态变化过程中,智能体可受到瞬间的干扰或在某些时刻经历突变,也就是说网络会出现脉冲效应,这些现象在通信网络、交通运输网络、生物网络中广泛存在。在脉冲过程中,智能体可以从与邻居的瞬间接触中获取信息,为了充分利用所获得的信息,本书提出了多智能体网络的脉冲一致性算法,研究了在固定拓扑和切换拓扑结构条件下多智能体网络取得一致性的条件、一致性的收敛速度以及抗干扰能力,并在有

时滞的多智能体网络中考虑了相应问题。研究表明,考虑脉冲信息的一致性算法比通常的基于连续时间模型和离散时间模型的一致性算法更能提高多智能体网络的一致性收敛速度,而且还可以提高多智能体网络承受的最大时滞。

在多智能体网络中,智能体之间的信息通道不可避免地存在噪声,智能体接收到的信息有时是被噪声“污染”的信息。很多专家研究了关于含有通信噪声的一致性问题。由于多智能体网络经常收到外界的干扰,智能体之间的通信链接关系可能随机断裂或重新建立。因此,很多学者正在研究具有随机拓扑结构的多智能体网络的一致性问题。现实中的多智能体网络同时受到“污染”信息和随机拓扑两种因素的影响,本书在随机拓扑结构下研究了带有噪声“污染”的一致性问题,并得到多智能体网络达到均方一致性和几乎必然一致性的条件。研究表明,在一致性算法中引入适当的衰减增益因子后,多智能体网络即使在负的连接权重下依然可以取得一致性行为。

本书根据多智能体网络的对一致性协同控制理论的研究内容和理论体系,共计分7章进行论述。第1章对多智能体网络的产生背景,以及研究状况和应用前景进行了综合阐述,并简要介绍本书所涉及的有关数学基础;第2章详细研究了基于奇异系统的多智能体网络的一致性收敛条件,取得一致性的速度,以及多智能体网络能承受的最大时滞等内容;第3章研究了基于奇异系统的多智能体网络的各种鲁棒一致性控制问题;第4章主要研究了基于脉冲系统的多智能体网络的一致性问题,重点研究了一致性收敛的网络拓扑条件,一致性收敛速度,以及 H_∞ 鲁棒一致性控制问题;第5章研究了基于时滞脉冲系统的多智能体网络的一致性收敛条件,以及一致性收敛速度和能承受的时滞等性能问题;第6章主要研究了随机拓扑结构下信道有噪声的多智能体网络的一致性问题,主要研究了几乎必然一致性和均方一致性的条件;第7章主要介绍了船舶交通流基本理论,船舶智能体模型,船舶智能体的数学抽象处理及其在船舶交通流仿真中的应用。同时,从船舶交通流、航道通过能力及船舶编队等多个方面,对水上交通的一致性现象进行了分析,包括船舶交通控制、船舶定线制、船舶编队过闸等现象。

本书所涉及内容的研究工作,得到华中科技大学博士生导师关治洪教授的指导和帮助,在此表示衷心的感谢。武汉理工大学的章社生教授、金升平教授和王伟沧副教授以及研究生刘钊、王茂清、郭威治参加了本书的撰写,在此一并致谢。

本书得到国家自然科学基金项目“沿海港口水域船舶交通流行为特征及演化机理研究”(NO. 51179147)和中央高校基本科研业务费专项资金“随机拓扑下的多智能体系统的一致性研究”(2011-Ia-019)的资助,集中体现了项目最新研究成果。

限于著作者水平,书中难免有不当或失误之处,敬请读者批评指正。

作者

目 录

1 概论	1
1.1 多智能体网络的一致性基本概述	1
1.1.1 相关背景知识	1
1.1.2 一致性网络中的常用算法	5
1.1.3 研究热点	8
1.1.4 多智能体一致性应用研究	10
1.2 微分方程基础	12
1.2.1 一阶微分方程的基本概念及理论	12
1.2.2 高阶线性微分方程和线性微分方程组的基本概念	13
1.2.3 非线性微分方程与稳定性理论	14
1.3 数值分析	17
1.3.1 导数计算	17
1.3.2 常微分方程差分法	17
1.3.3 非线性方程求根	19
1.3.4 矩阵特征根计算	20
1.3.5 线性方程组求解	21
1.4 图论基础	22
1.4.1 图的概念与术语	22
1.4.2 图的存储结构	23
1.4.3 图的访问算法	24
1.4.4 二部图与图匹配	26
1.4.5 TSP 问题	27
1.4.6 图的连通性与阶	29
1.5 线性矩阵不等式、奇异系统理论及鲁棒控制系统	31
1.5.1 线性矩阵不等式	31
1.5.2 奇异系统理论	32
1.5.3 鲁棒控制系统	33
2 基于奇异系统的多智能体网络的一致性	35
2.1 问题的提出	38
2.1.1 驱动实例	38

2.1.2	问题描述	39
2.2	多智能体网络的一致性分析	41
2.2.1	有向网络拓扑	41
2.2.2	时滞有向网络拓扑	43
2.3	基于奇异系统的多智能体网络的一致性性能分析	47
2.4	基于奇异系统的多智能体网络的一致性控制算例	49
3	基于奇异系统的多智能体网络的鲁棒一致性控制	54
3.1	问题的提出	56
3.2	有向网络拓扑下的一致性问题的	57
3.2.1	固定网络拓扑	57
3.2.2	切换网络拓扑	59
3.2.3	时滞切换网络拓扑	61
3.3	基于奇异系统的多智能体网络的鲁棒一致性控制算例	62
4	基于脉冲系统的多智能体网络的一致性算法	64
4.1	问题的提出	65
4.2	多智能体网络的一致性问题	67
4.2.1	基于脉冲机制的固定网络拓扑	68
4.2.2	基于脉冲机制的切换网络拓扑	69
4.2.3	基于脉冲机制的带有外部干扰的切换网络拓扑	72
4.3	基于脉冲系统的多智能体网络的一致性算例	74
5	基于脉冲时滞系统的多智能体网络的一致性	77
5.1	问题的提出	79
5.2	固定网络拓扑的时滞脉冲一致性	80
5.3	固定拓扑结构下有外部干扰的时滞脉冲一致性	83
5.4	基于时滞脉冲系统的多智能体网络的一致性算例	86
6	有信道噪声的随机网络的一致性分析	90
6.1	问题的提出	92
6.2	加权随机网络的一致性算法	93
6.3	加权随机网络的几乎必然一致性和均方一致性	95
6.3.1	几乎必然一致性	96
6.3.2	均方一致性	97
6.4	有信道噪声的随机网络的一致性算例	98
7	一致性协同控制在船舶交通流中的应用	100
7.1	船舶交通流基本理论	100
7.1.1	船舶交通流的概念及特点	101

7.1.2 船舶交通流特征	101
7.1.3 船舶交通流预测理论	114
7.2 船舶智能体模型.....	119
7.3 船舶智能体抽象化.....	120
7.4 船舶智能体在船舶交通流中的应用分析.....	121
7.4.1 船舶交通流演化	121
7.4.2 水上交通一致性协同问题	126
7.5 港口航道通过能力的一致性协同现象.....	130
7.5.1 外界条件干扰	130
7.5.2 一致性协同分析	132
7.6 船舶编队一致性协同控制应用.....	136
参考文献	139

1 概 论

本章对多智能体网络的产生背景,以及研究状况和应用前景进行了综合阐述,对多智能体网络一致性协同行为研究的相关基础知识进行了整理。对多智能体网络的基本概念、基本模型、常用的算法、研究热点及其应用进行概述,并对本书中涉及的有关数学基础如微分方程基础、矩阵和向量基础、数值计算基础和图论基础等进行必要的介绍。

1.1 多智能体网络的一致性基本概述

1.1.1 相关背景知识

自然界中有很多有趣的现象,如鱼群能快速地改变队形来应对猎物的追捕,萤火虫能够节奏一致地闪烁,蝗虫没有被引导却能进行大规模的有序迁徙,蚂蚁遵循一些非常简单的规则就能进行筑巢、觅食、御敌、迁徙、清扫蚁穴等复杂行为等,如图 1.1~图 1.4 所示。



图 1.1 鱼群的蜂拥

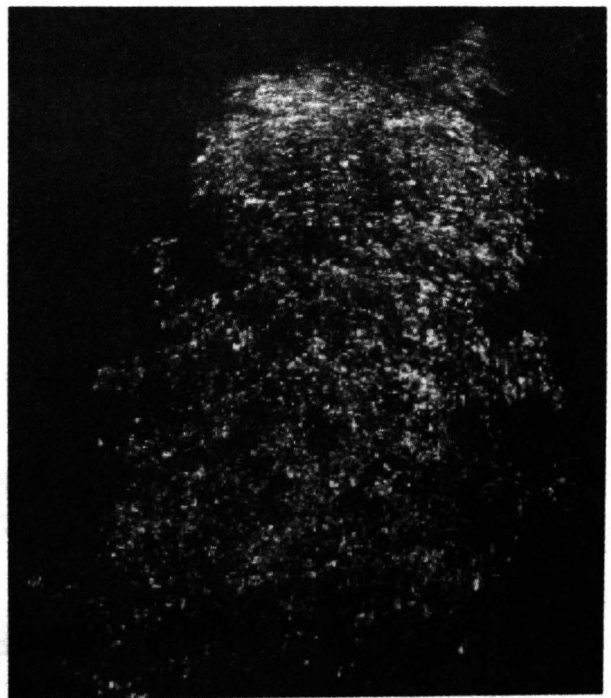


图 1.2 萤火虫的同步闪烁



图 1.3 蝗虫迁徙

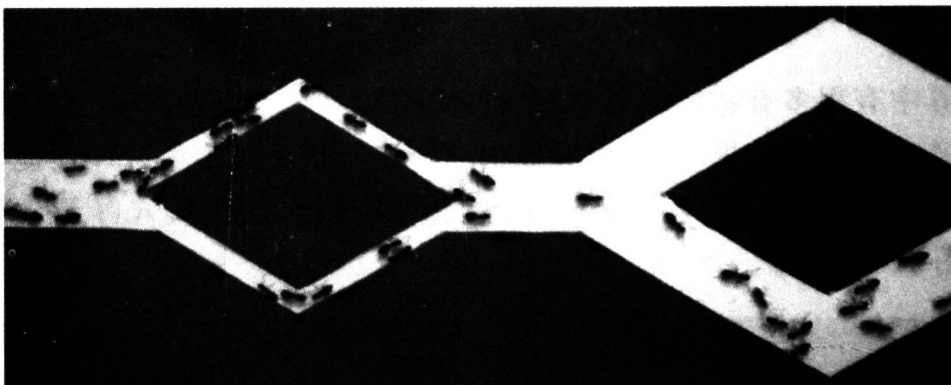


图 1.4 蚂蚁觅食

这些生物群体一般都由数目很大的个体组成,但是每个个体本身却非常简单。它们的连接拓扑可能是动态变化的,且信息的获取和交换也只在部分个体之间进行,即只有局部信息能力。但是,就靠这些局部信息的简单作用却能产生这些奇妙的宏观现象,它们合作之精巧确实令人十分钦佩。

它们是如何相互协调、分工、合作来完成这些任务的? 这些问题一直都困扰生物学家们。科研人员研究发现,这些个体具有很多类似的特征:它们具有一定的生命周期,存在于某一特定环境,能感知周围的环境,并能够影响和改变环境。美国教授 Marvin Minsky 在“*The Society of Mind*”一书中称它们为智能体(agent),用来描述一个具有自适应、自治能力的硬件、软件或其他实体,其目标是认识与模拟人类智能行为(Minsky, 1988)。

近年来,随着计算机和通信技术的飞速发展,很多系统由多个具备一定的感知

和通信能力的智能体组成,而且各智能体之间通过无线网络,相互协作完成给定的任务。具备这样特征的系统被称为多智能体系统(multi-agent systems)。在多智能体系统中,智能体之间相互协调、相互服务、共同完成任务。单个智能体的活动是自治的、独立的,其自身的目标和行为不受其他智能体的限制,它们通过竞争和磋商等手段解决相互之间的矛盾和冲突。研究多智能体系统的主要目的是通过由多个智能体所组成的交互式团队来解决超出所有单个智能体能力的大规模复杂问题。

多智能体系统有着广泛的应用。在现实生活中运用价格低廉的智能体代替昂贵的单个系统,如卫星、机器人、无人驾驶飞行器、自治水下潜艇等来完成复杂的任务从而很大程度地节省生产成本;在某些环境中智能体替代人类行动可以使军事、工农业生产更加安全,如资源勘测、灾情侦察、通信中继、环境监测等。多智能体系统的广泛应用前景吸引广大科研工作者对其进行研究,其成果层出不穷,例如动物的聚集行为、粒子的集体运动和编队控制、蜂拥、交通和拥塞、合作博弈的变化。

在智能体的协调过程中,协作所需要的信息以各种方式在智能体之间传递。这些信息包括智能体的状态、位移、速度、加速度等。对于一个好的控制策略来说,智能体面对无法预测的情况或突然变化的环境,应将困难当成合作任务来完成。所有智能体必须对该任务达成一致意见,使得随着环境的变化,所有智能体在某些关键信息(关键量)上达到一致。因此,一致性成为智能体之间合作协调的基础,是多智能体系统的核心问题,它已成为系统与控制等领域的一个重要的研究分支。

一致性问题的开创性工作最早起源于1960年管理科学及统计学的研究。1992年Benediktsson等最先将统计学中一致性的思想运用到传感器网络的信息融合上,从而揭开了系统与控制理论中的一致性研究的序幕(Benediktsson, 1992)。

所谓一致性是指多智能体网络的个体按照某种控制规则,相互传递信息、相互影响,随着时间的演化,多智能体系统中的所有个体的状态趋于一致。

群鸟、牧群或者鱼群的聚集行为是人们所熟悉的美好的自然现象。但是在计算机动画中很少看到这种复杂画面。1986年,Reynolds首次提出运用计算机动画制作模拟多智能体的集体行为,并发现导致聚集的三个启发式规则:①群体集中(flock centering),期望向相邻的个体靠拢;②防止碰撞(collision avoidance),避免与附近的个体发生碰撞;③速度匹配(velocity matching),尽量与邻居范围内的个体速度相匹配。这就是有名的聚合(cohesion)、分离(separation)和速度匹配(velocity alignment)规则。这些规则是对Reynolds规则(Reynolds, 1987)的客观分析和更加深入的解释。在这三个简单的作用规则下,个体通过局部的协调作用形成一定的空中队形,并保持一致的速度运动,如图1.5所示。

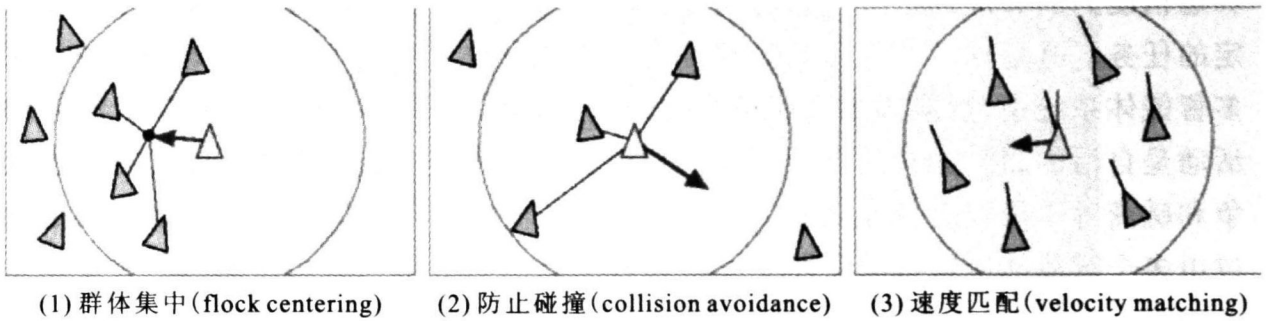


图 1.5 Renolds 规则图示

上述三个规则需要在三个领域半径内分析,这样分析难度较大。Vicsek 等提出一个简单但又不失其本质的 Vicsek 模型(Vicsek et al.,1995):

$$x_{n+1} = x_n + vdt$$

$$\theta_{n+1} = (\theta_n)_R + \delta\theta_n$$

其中: v 是 θ 方向的速度; $\delta\theta$ 是相互独立同分布的随机角度, $-\eta \leq \delta\theta \leq \eta$ 。

该模型依然具备多智能体系统的一些关键特征,如个体具有自身的动态行为,个体之间只是局部相互作用,邻居关系不断变化等。当智能体的密度较大,系统的噪声较小时,所有个体的运行方向相同。这种现象引起了数学、系统与控制科学等科学家的兴趣,他们试图对这一现象给出严格的理论分析。

根据 Vicsek 模型进行理论分析,将智能体的位移角度由非线性改为线性,将智能体视为一个点,将智能体的连接关系抽象成边,形成由所有个体的位置构成的邻居图序列,这些图都是无向图,Jajabiie 等首先提出如下模型

$$x_i(k+1) = \frac{1}{1+n_i(t)} \left(x_i(k) + \sum_{j \in N_i(k)} x_j(k) \right)$$

其中: $N_i(t)$ 是指在 t 时刻智能体 i 的邻居集; $n_i(t)$ 是在 t 时刻智能体 i 邻居的总数(Jadbabaie et al.,2003)。作者提出了著名的最近邻居规则,并证明在连通的无向拓扑或者是周期连通的切换拓扑下,多智能体系统能取得一致性,从理论上证明 Vicsek 的仿真结果。Reza 等建立了一致性问题的完整的理论框架,系统地考虑了固定和切换拓扑的动态多智能体网络的一致性,指出了一致性的收敛速度和多智能体系统所能承受的时延与系统的代数连通度的关系,分别为 $\lambda_2(L)$ 和 $\tau = \frac{\pi}{2\lambda_n}$,其中 L 为多智能体网络的拓扑图拉普拉斯矩阵, $\lambda_2(L),\lambda_n(L)$ 分别为其第二小特征值和最大特征值(Olfati-Saber et al.,2004)。

Ren 研究了在动态作用拓扑结构下的多智能体系统的一致性,如果有向作用拓扑的并包含生成树,则该系统可以取得一致性(Ren. et al.,2005a)。

已有研究表明,对保持连通的固定拓扑结构网络,连续时间一致性算法可以使多智能体系统趋于一致;对于切换拓扑结构网络,如果在有限时间区间内,网

络拓扑图序列的并包含生成树,则该一致性算法也能使多智能体网络趋于一致;对于离散时间网络,当采样周期的长度满足一定条件时,多智能体网络能取得一致性。

1.1.2 一致性网络中的常用算法

一致性协议就是智能体之间信息交换的准则,又称为一致性算法。为了实现某种目标,通常会采用不同的算法。

1.1.2.1 连续时间一致性算法

目前研究连续时间系统的一致性算法主要分为一阶积分器系统、二阶积分器系统、高阶积分器系统、非线性系统等几种类型。

常见的一阶积分器系统为

$$x_i(t) = u_i(t), \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1.1)$$

其中, $x_i(t)$ 是第 i 个智能体的状态; $u_i(t)$ 是其控制输入。常见一致性算法基本形式为

$$u_i(t) = \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}(t)(x_j(t) - x_i(t)) \quad (1.2)$$

其中, $N_i(t)$ 表示智能体 i 在 t 时刻的邻居; $a_{ij}(t)$ 表示对智能体 j 传给智能体 i 的信息所加的权重,当智能体 j 没有向智能体 i 传输信息时, $a_{ij}(t) = 0$, 因此 $a_{ij}(t) \geq 0$ 。如果每个个体的邻居不随时间变化,则对应的系统拓扑结构为固定拓扑结构。在固定的拓扑结构下,系统(1.1),(1.2)可以用线性时不变系统表示为

$$\dot{x}(t) = -\mathbf{L}x(t) \quad (1.3)$$

其中,矩阵 \mathbf{L} 是该网络拓扑结构对应的拉普拉斯矩阵。

由线性系统理论可知,系统(1.3)的稳定性由矩阵 \mathbf{L} 的特征值所决定。0 特征值对于多智能体是否取得一致性有着很重要的作用。对于连通的无向网络, \mathbf{L} 是正半定的,且 0 是其单重特征值,系统(1.3)可以取得平均一致性。但是实际中智能体个体之间的信息交流通常是有方向性的,即多智能体系统的网络拓扑通常是有向图。Reza 等已经证明,当有向拓扑图强连通时多智能体达到一致性的充要条件是 $\mathbf{1L} = \mathbf{0}$ (Olfati-Saber et al., 2004)。

在现实的多智能体网络中,由于故障或突变而引起链接关系断裂或重建,多智能体的网络拓扑通常是时变的,它们一般为切换拓扑结构。切换拓扑结构的多智能体系统可以表示为

$$\dot{x}(t) = -\mathbf{L}_{\sigma(t)}x(t), \quad (\sigma(t) \in \{1, 2, \dots, s\}) \quad (1.4)$$

其中, $\mathbf{L}_{\sigma(t)}$ 是 t 时刻网络拓扑图对应的拉普拉斯矩阵,该系统在 s 个模态中切换。对

于无向网络,只要所有网络拓扑图的并连通,多智能体系统(1.4)即可取得一致性。对于有向网络,切换时刻为 t_1, t_2, \dots ,满足 $t_{i+1} - t_i > T_d > 0, i > 1$,如果存在一个有界不重叠时间区间 $[t_{i-1}, t_i), j \geq 1$,经过每个这样的时间区间,跟随者能够与它的 leader 相连接,则多智能体系统能够取得一致性。这里对切换频率有要求,只有在切换周期有一定长度时,才能取得一致性。

Reza 等研究表明,运用镜面反射(mirror graph)的方法降低了对切换的要求,如果网络拓扑 G 是平衡图,那么 $L_s = \frac{(L + L^T)}{2}$ 是有效的李雅普诺夫矩阵,在网络拓扑是平衡图的前提下,对于任意的切换信号和初始状态,多智能体系统都能取得一致性(Olfati-Saber et al., 2004)。

Ren 运用不可分解非周期随机矩阵(indecomposable and aperiodic stochastic matrix)理论证明,对无限切换时间序列 t_1, t_2, \dots ,如果存在一致有界不重叠时间区间 $[t_{i_j+t_j}, t_{i_{j+1}})$ 的无穷序列,当经过这些无穷时间序列时,如果拓扑图的并有生成树,那么多智能体系统可以取得一致性。这一结论成为切换拓扑网络一致性研究的开创性工作,它再一次弱化了多智能体系统达到一致性的条件(Ren et al., 2005)。

在实际中,一些振荡器,如和谐振荡器、单摆等,都是由二阶动态系统来控制的。因此,研究由二阶振荡器构成的多智能体系统的一致性问题是很有必要的。

常见的连续时间二阶积分器模型为

$$\begin{cases} x_i(t) = v_i(t) \\ v_i(t) = u_i(t) \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

其中, $x_i(t) \in \mathbf{R}, v_i \in \mathbf{R}, u_i \in \mathbf{R}$ 分别表示第 i 个智能体的位移、速度、加速度。

二阶动态系统的一致性关注一群自治的智能体如何取得一致性,与一阶智能体系统相比,即使网络拓扑包含有向生成树,二阶积分器动态系统依然难以取得一致性(Ren et al., 2005b)。

对固定和切换拓扑结构下二阶积分器网络的状态一致性问题,人们设计了一致性的协议,提出并分析了在每个智能体能全部或部分的获取邻居状态信息下二阶积分器网络和二阶线性和谐振荡器的一致性算法。

智能体的动态不仅由智能体之间的相互作用决定,而且也由它自己的动态,即自动态决定。当考虑了每个智能体复杂动态,人们提出了非线性一致性协议,研究有向拓扑下多智能体网络的二阶一致性问题。

虽然已经取得关于二阶一致性的充分条件,但是在一般的结构下寻求必要条件仍然是个富有挑战性的问题。对含有有向生成树的多智能体网络,已取得一致性的充要条件,并发现网络拉普拉斯矩阵的特征值,其实部和虚部对达到一致性都起很重要的作用。

在自然界,鸟群以某种方式编队,彼此保持一定的距离,并且以相同的速度飞

行。但是当某一只鸟突然感到危险出现或是发现食物时,鸟群有时会突然改变方向。在这种背景下,建立一致性协议不仅需要它们的相对位置和速度,还需要加速度。由此可见高阶一致性有着很实际的背景。

常见的高阶一致性模型为

$$\begin{cases} x_i^{(m)} = u_i \\ x_i^{(m-1)}(0) = x_{i_0}^{(m-1)}(0) \\ \dots\dots \\ x_i^{(1)}(0) = x_{i_0}^{(1)}(0) \end{cases}$$

考虑较少结构制约,在无向拓扑结构下已给出一致性的充分条件。例如有向加权拓扑结构下的高阶一致性,时不变系统的高阶一致性问题。

1.1.2.2 离散时间一致性算法

上述简单介绍了连续时间一致性算法,对于离散时间一致性算法,主要分一阶积分器和二阶积分器两种情形。

常见的离散时间一阶积分器模型为

$$x_i(k+1) = x_i(k) + u_i(k) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

其中, $x_i(k)$ 是第 i 个智能体的状态; $u_i(k)$ 是其控制输入。

离散时间二阶积分器模型为

$$\begin{cases} \xi_i(k+1) = \xi_i(k) + \zeta_i(k) \\ \zeta_i(k+1) = u_i(k) \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

为了从理论上证明 Vicsek 的仿真结果, Jajabiie 首先提出如下模型

$$x_i(k+1) = \frac{1}{1+n_i(t)} \left(x_i(k) + \sum_{j \in N_i(k)} x_j(k) \right)$$

其中, $N_i(t)$ 是指在 t 时刻智能体 i 的邻居集; $n_i(t)$ 是在 t 时刻智能体 i 邻居的总数 (Jadbabaie et al., 2003)。作者提出了著名的最近邻居规则,并证明在连通的无向拓扑或者是周期连通的切换拓扑下,多智能体系统能取得一致性。

当网络拓扑为切换拓扑时,人们研究了平衡连通网络下的平均一致性问题,考虑了有向网络的平均一致性算法,在有界时间周期内通信图的并是强连通的情况下,多智能体系统可以取得平均一致性。

在离散时间系统里,取得一致性的通常方法是智能体将获取的信息值(它自己的值和其邻居的值)加权组合后进行迭代,并将各种组合权重用网络矩阵来表示。如果这些矩阵满足某些性质,迭代算法能使智能体网络收敛到一致性,但是迭代算法的收敛速度是很慢的。为了提高收敛率,可以运用凸优化知识寻求最佳的网络矩阵,但在分布式网络里求解这种优化问题是一件不容易的事情。

运用上述的线性迭代算法,每个智能体通过存储和处理自己的估计值序列就

可以在有限时间里计算出一致性值。例如,智能体运用过去值的线性组合来获取一致性值。这种分散化方法要求将过去很多的一致性算法重新初始化,在这种情形下,每一次迭代都增加了网络传输的信息量。由信息量的增加带来的局限性导致这种方法不再对网络拓扑变化具有鲁棒性。已有不要求过多的信息传输,也不要求算法的重新初始化的计算方法:在每次迭代中,将标量 ϵ 运用到估计序列中。这种方法的主要缺点是它运用了所有以前的估计,而估计的一致性值可能不存在或者在某些迭代中数值很大。在每个节点处,运用集理论自适应滤波过滤迭代算法的输出值来估计一致性值,这样对不同的初始条件也不必重新初始化,从而也不增加传输的信息数量。

1.1.3 研究热点

1.1.3.1 具有时滞的一致性算法研究

时滞和通信拓扑的变化是影响多智能体系统稳定性的两个关键因素。在多智能体系统里,自然会产生时滞,例如,智能体的运动、通信通道的拥塞、相互作用的不对称性,由于媒介传输信息的物理特征导致的有限传输速度等均能引起时滞现象的出现。因此,在实际问题中智能体间的耦合时滞受到很大的关注,通信时延对智能体一致性行为的影响也得到深入的研究。例如,运用集值 Lyapunov 方法研究时滞相依的无向通信网络的一致性,以及非一致时滞的情形;研究了有时滞信息的离散时间模型,解释多智能体系统怎样收敛到一个共同的航向问题。Olfati 研究了多智能体网络能承受的最大时滞与网络拓扑结构的关系,多智能体网络在取得一致性的前提下所能承受的最大时滞为

$$\tau = \frac{\pi}{2\lambda_n(\mathbf{L})}$$

其中 $\lambda_n(\mathbf{L})$ 为拓扑图拉普拉斯矩阵的最大特征值(Olfati-Saber, 2004)。

频域方法仅限于研究固定拓扑的多智能体网络存在时滞的情形,对于动态变化拓扑,该方法是无效的。Lin et al. (2008) 通过降阶的 Lyapunov-Krasovskii 泛函和线性矩阵不等式的方法,解决切换拓扑结构下非一致时延的平均一致性问题。Ren et al. (2005a) 通过降阶的方法研究有向切换拓扑网络,证明如果随着时间变化,网络拓扑的并以足够快的频率包含生成树,多智能体网络可以取得渐近一致性。

智能体仅使用它们自己的时滞信息一般是不能保证取得一致性的,离散时间网络对时滞的脆弱性是其与连续时间网络的主要区别之一。研究者们通过在两个时间步长里运用相同的状态信息,提出了一类有效的一致性算法,该算法包含智能体自己的时滞信息,这对通常的一致性算法是无效的,且其取得一致性的条件比通

常的一致性算法等要弱。对拓扑动态变化和非一致时变时,延时的有向网络的多智能体系统的一致性问题,可采取一个基于树形变换的新方法进行分析。对于连续时间多智能体网络的异步一致性问题,研究者们已提出了分布式一致性算法。对带有非一致时延和拓扑动态变化的多智能体,能证明即使智能体间的通信结构随着时间动态改变,相应的有向图不包含生成树,多智能体系统能承受任何有界时滞。进一步的,考虑了带有非一致时延的二阶多智能体系统带 leader 跟踪的一致性问题,人们已给出了固定拓扑结构下多智能体系统取得一致性的充要条件。对一类有时滞的二阶连续时间多智能体系统的一致性问题,已证明在时滞仅仅影响被传输信息的情形下,多智能体系统能承受任何有界时滞。高阶积分器多智能体网络存在时滞时的一致性问题也得到了研究,研究思路为通过分解状态向量和进行状态空间变换,给出可允许的通信时延的上界,以及一致性状态的具体表达式,所得的结果将完全可控的线性时不变系统的一致性问题推广到高阶积分器系统。

1.1.3.2 一致性收敛速度的研究

一致性算法的收敛速度是多智能体网络的重要研究内容,已经被研究的网络拓扑包括固定的网络拓扑,确定的切换网络拓扑,随机切换网络拓扑。对于无向拓扑结构网络,一致性速度由网络代数连通度决定,即由无向连通图的拉普拉斯矩阵的最小非零特征值决定。对更一般的动态一致性协议的研究结果表明:对周期一致性协议,其最大一致性速度由连通图的拉普拉斯矩阵的最大和最小非零特征值决定,通过选取合适的反馈增益,可以取得所要求的一致性收敛速度。在随机切换网络拓扑结构下,离散时间智能体系统的一致性收敛速度已得到研究。多-hop relay 协议在没有改变网络拓扑的情况下增加网络的代数连通度,从而提高了一致性的收敛速度。

1.1.3.3 鲁棒性一致性算法研究

鲁棒性是多智能体网络的重要性能指标,多智能体系统一致性的鲁棒性能已有较多的研究成果。

目前有很多文献用不同的方法从不同的方面研究多智能体网络的鲁棒性。例如,Lin et al. (2008) 运用 LMI 方法研究具有模型不确定性的多智能体网络的 H_∞ 性能的一致性问题,研究满足所要求的 H_∞ 性能下的鲁棒一致性条件。该一致性条件能推广到二阶多智能体系统。对有外部干扰的网络,人们提出一个稳定的控制策略使智能体沿着噪声环境的梯度来取得一致性。对二阶多智能体系统的一致性问题,人们基于频域分析方法,将干扰矩阵的最大奇异值的界作为鲁棒一致性条件,研究不对称干扰的对称系统的鲁棒一致性。

从拉普拉斯矩阵特征值出发,Zhang et al. (2009) 通过最大化状态相依图的拉