



中小学和幼儿园教师资格考试学习参考书系列

..... 适用于高级中学教师资格申请者

数 学

学科知识与教学能力

 国试书业 / 教育部考试中心教材研究所 组织编写

刘 兼 曹一鸣 本册主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

中小学和幼儿园教师资格考试学习参考书系列

数 学

学科知识与教学能力

适用于高级中学教师资格申请者

Shuxue Xueke Zhishi yu Jiaoxue Nengli
Shiyong yu Gaoji Zhongxue Jiaoshi Zige Shenqingzhe

国试书业 / 教育部考试中心教材研究所 组织编写

刘 兼 曹一鸣 本册主编



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图书在版编目(CIP)数据

数学学科知识与教学能力/国试书业/教育部考试中心教材研究所组织编写;刘兼,曹一鸣分册主编. —北京:高等教育出版社, 2011. 11

(中小学和幼儿园教师资格考试学习参考书系列)

适用于高级中学教师资格申请者

ISBN 978 - 7 - 04 - 033583 - 5

I. ①数… II. ①国…②刘…③曹… III. ①中学数学课 - 教学法 - 中学教师 - 聘用 - 资格考试 - 自学参考资料 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 223912 号

策划编辑 王宏凯

责任编辑 张耀明

封面设计 陈 方

版式设计 范晓红

责任校对 杨凤玲

出版 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印刷 唐山市润丰印务有限公司
开本 787mm × 960mm 1/16
印张 18.25
字数 330 千字

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

版次 2011 年 11 月第 1 版
印次 2011 年 12 月第 1 次印刷
定价 39.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 33583 - 00

中小学教师资格考试学习参考书

本册编委会

主 编 刘 兼(教育部课程教材发展中心)
曹一鸣(北京师范大学)

编 委(按姓氏笔画排序)

王光明 王尚志 王鹏远 刘 兼 吕世虎
吴立宝 张饴慈 郇中丹 曹一鸣

编者的话

为加快我国教师队伍建设,推进教育事业健康发展,严把教师从业资质,自2011年起,我国开始实行由国家统一命题的教师资格国家标准化考试,并着手建立“国标、省考、县聘、校用”的教师准入和管理制度。新标准的出台,是贯彻落实教育规划纲要的重要举措,是建设高素质专业化教师队伍的重要任务,是建立健全中国特色教师管理制度的重要内容,对于提升教师队伍的整体素质,提高教师社会地位,吸引优秀人才从教,推动教育改革发展,具有重要意义。

为帮助并指导参加教师资格考试的人员以及即将从事教师职业的群体迅速适应新标准所带来的新变化,达到考试大纲规定的理论与实际能力水平,形成符合教师职业从业要求的教育教学能力与素养,教育部考试中心教材研究所、国试书业有限公司严格依据教育部最新出台的相关考试标准及考试大纲,总结之前各地实施教师资格考试的经验,针对我国教师队伍建设的实际要求和广大参考人员的实际需要,聘请教育改革及师资培训的国内资深专家学者策划、组织编写了本套《中小学和幼儿园教师资格考试学习参考书系列》丛书。

本套丛书以权威性、实用性、时效性、应试性为基本原则,紧扣考纲三级指标,全面解读考核知识点;采用实用的知识结构模式,以考核模块为单位,运用纲要式结构,以点带面标明各部分知识的内在关联,同时采用整体记忆,快速建立层次分明的知识体系;注重教师教育教学知识体系的构建、规律的探索 and 思路的创新,使学生在知识、能力、综合素质等方面都得到提高和发展;大量精选案例均来自一线老师多年的教学实践,突出对学习者实际教学能力的培养;章末小结具有内容梳理和重点复习的作用;模块自测严格模拟大纲样题,旨在帮助考生提前演练,查漏补缺。

本书为丛书之一,是为高中数学教师资格申请者编写的笔试用书。根据《高级中学数学学科知识与教学能力考试大纲》要求,全书分为数学学科知识、数学教学设计、数学教学实施和数学教学评价四大模块,紧扣考试大纲要求,根据高中数学教师所必备的数学学科知识、课程知识、教学知识、教学技能,深入浅出地阐述现代数学思想方法、数学史与数学文化,让读者学会用所学的高等数学知识、思想和方

法去理解和整体把握高中数学课程的核心内容;全面解析高中数学课程标准的基本内涵、主要内容、基本要求;结合实例,讲述常见的数学教学方法等教学基础知识以及如何将其应用于高中数学教学实践;结合新课程实验过程中积累的优秀案例或有代表性的案例,帮助初入职场者解决职场可能遇到的困难和问题。

本书注重考生系统知识的掌握与教学实践能力的培养,结构严谨,要点突出,请每位参加考试的教师资格申请者务必认真阅读,通过模块自测题检验自己的学习效果,及时强化,从而达到学习要求,以期顺利通过资格申请的笔试。

由于时间及知识水平所限,本书在编写过程中难免有不足之处,恳请社会各界人士和广大考生批评指正,以便我们继续努力改进。

编 者

2011年11月

目 录

模块一 数学学科知识

考试目标	1
内容详解	1
第一章 函数及其应用	1
第一节 函数概念及其性质	2
第二节 基本初等函数及函数的分类	9
第三节 数列	16
第四节 导数和积分	21
第五节 研究函数变化的基本方法	24
第六节 函数知识的应用	27
第七节 大学分析类数学课程	29
第八节 微积分简史	29
第二章 代数与运算	31
第一节 数系的扩充与运算	31
第二节 字母运算与常见公式	32
第三节 向量	35
第四节 矩阵与变换	40
第五节 字母运算的应用——方程与不等式	45
第六节 代数发展简史	48
第三章 图形与几何	51
第一节 常见几何图形及其基本问题	51
第二节 向量几何	54
第三节 解析几何	56

第四节 变换几何	60
第五节 几何直观的意义	62
第六节 几何发展简史	63
第四章 统计与概率	66
第一节 随机现象与概率	66
第二节 统计:统计问题与基本的步骤	70
第三节 概率模型	72
第四节 统计模型	75
第五节 概率统计简史	77
第五章 算法及其他内容	80
第一节 算法:连接数学与计算机的桥梁	80
第二节 集合与计数	85
第三节 常用逻辑用语与逻辑代数	88
模块自测	93

模块二 数学课程知识

考试目标	94
内容详解	94
第一章 高中数学课程的性质、基本理念和课程目标	94
第一节 高中数学课程的性质	95
第二节 高中数学课程的基本理念	96
第三节 高中数学课程的目标	102
第二章 高中数学课程的内容标准	108
第一节 高中数学课程的内容结构	108
第二节 高中数学课程的内容主线	112
第三节 高中数学课程内容的主要变化	124
第三章 高中数学课程的教学与评价建议	131
第一节 教学建议	131
第二节 评价建议	140
模块自测	150

模块三 数学教学知识

考试目标	152
内容详解	152
第一章 数学教学的基本问题	152
第一节 教学过程的基本环节	153
第二节 常见的数学教学方法	156
第三节 中学数学学习基本方式	172
第二章 数学概念、命题与问题解决教学的基本知识	176
第一节 数学概念教学的基本知识	176
第二节 数学命题教学的基本知识	185
第三节 数学问题解决的教學知识	188
模块自测	193

模块四 数学教学技能

考试目标	195
内容详解	196
第一章 数学教学设计	196
第一节 数学教学设计概述	196
第二节 数学教学设计的准备	198
第三节 数学教学设计工作	203
第二章 数学教学实施与案例	222
第一节 教学情境的创设与课程导入	223
第二节 恰当应用教学方法和手段促进学生的有效学习	229
第三节 关于教学的组织形式	239
第四节 关于课堂总结	243
第五节 运用现代教育技术进行教学	247
第三章 数学课堂教学评价	259
第一节 数学教学评价概述	259
第二节 高中数学课堂教学评价	264
第三节 高中学生数学学习评价	269
模块自测	282

模块一 数学学科知识



考试目标

1. 数学学科知识包括大学本科数学专业基础课程和高中课程中的数学知识.
2. 大学本科数学专业基础课程的知识是指:数学分析、高等代数、解析几何、概率论与数理统计等大学课程中与中学数学密切相关的内容,包括数列极限、函数极限、连续函数、一元函数微积分、向量及其运算、矩阵与变换等内容及概率与数理统计的基础知识.

对内容的要求是:准确掌握基本概念,熟练进行运算,并能够利用这些知识去解决中学数学的问题.

3. 高中数学知识是指《课标》中所规定的必修课全部内容、选修课中的系列1、2的内容以及选修3—1(数学史选讲)、选修4—1(几何证明选讲)、选修4—2(矩阵与变换)、选修4—4(坐标系与参数方程)、选修4—5(不等式选讲).

对内容的要求是:理解高中数学中的重要概念,掌握高中数学中的重要公式、定理、法则等知识,掌握中学数学中常见的思想方法,具有空间想象、抽象概括、推理论证、运算求解、数据处理等基本能力以及综合运用能力.



内容详解

第一章 函数及其应用



考纲提要

1. 能解释函数概念由小学,到初中,再到高中的演变的基本脉络,把握函数应

用的三个层次和认识函数的三个维度.

2. 把握基本函数和函数的分类.

3. 能解释数列的理论应用和实际价值,掌握等差和等比数列的意义和求和公式,能够解释差分 and 差分方程的意义及其在处理离散问题中的意义,对级数有深入的了解.

4. 深刻理解导数和积分的意义,能够解释对微积分基本定理(牛顿-莱布尼茨公式)的意义.把握对函数单调性的研究方法.

5. 把握函数与方程和函数与不等式的关系,对函数应用的思想和方法有深入的认识.

6. 能够解释中学函数及微积分的学习与大学数学分析学习之间的关系,对微积分形成的历史有深入的认识.

第一节 函数概念及其性质

函数是数学的基本概念和中小学数学的重要内容,函数的数学学习贯穿始终.明确函数概念形成发展的过程,了解函数概念发展的基本脉络,有助于教师从整体上把握函数内容.只有对函数的思想有一个系统和全面的认识,才能有效地进行函数教学.

1. 中小学数学课程中函数概念形成的基本脉络

(1) 量、数量与数

数、量、图、数据(一批数)是引导儿童进入数学的源泉.儿童认识和理解自然数,都是从具体的实物开始的.从5个苹果、5个梨、5张桌子等,抽象出“5”,从6个苹果、6个梨、6张桌子等,抽象出“6”,形成“数”的概念的过程就是建立实物与数的对应过程,建立了实物与数的一个映射,形成映射的过程也是认识函数的过程.从苹果、梨、桌子等,抽象出数,建立实物与数的对应关系.

映射 f 是集合 A 到集合 B 的单值对应关系,即对于集合 A 中的每一个元素 a ,根据对应关系 f ,在集合 B 中有唯一元素 $f(a)$ 与之对应,这样的对应 f 称为映射.函数是实数集到实数集的映射.对函数与映射的认识与理解是相辅相成的.在量、数量与数的学习中体现了函数概念的初步渗透.

(2) 量与单位

“量”指一般意义的量,不仅包括前面讨论的离散的量,也包括如长度、时间、质量、温度、电阻等,同种量可相互比较大小.“单位”是度量“量”大小的出发点,对于一个量确定了一种单位,就建立了这种量与实数(整数、自然数)的一个映射——一种对应关系.

在小学阶段,认识同样的量,用不同的单位来表示,这是量与单位的学习的一个重要发展.根据实际需要建立不同单位,这个想法在数学中很重要,例如,在高中三角函数学习中,为什么要引入弧度的概念?就是必须讲清楚的.

同一个量引入不同单位,就需要进行不同单位的数量换算,比如米与厘米的换算、平方米与平方分米的换算,弧度制与角度制的换算等.进行换算的过程就是建立映射的过程——是一个具体正比例函数.在小学渗透函数是隐性过程,也是逐步发展的过程,读者应该清楚认识这个发展过程.

(3) 建立量与量的关系——小学数学中的两个基本模型

函数本质上是研究量与量之间的关系,如何建立量与量的关系呢?小学数学中特别强调了两个基本模型:总价=单价 $\times$ 数量、路程=速度 $\times$ 时间,通过在具体的情境中研究量与量的关系,关注量与量的变化.这是学生认识和理解变量间关系的开始,这两个模型一个是离散的经济模型,一个是连续的物理模型,对这两个模型的学习和认识贯穿于整个中小学阶段的数学学习过程中,在大学数学学习中,它们仍然是基本的模型.在学习这两个模型时,渗透变量、变化、关系是教学的出发点,这些都是为引入函数做准备.

(4) 正、反比例关系——关系概念的形成

从具体到抽象是数学发展规律,在学习时也是一样的,通过对实际的模型,如,总价=单价 $\times$ 数量、路程=速度 $\times$ 时间,当单价和速度不变时,总价与数量、路程与时间之间具有“相同的”的特点,这就会促使对量与量之间关系的研究,形成正比例关系的概念,同样,也可以从路程一定时速度与时间的关系,总价一定时价格与数量的关系,抽象出反映一般的量与量的反比例关系,初步形成量与量之间关系概念,对于学生逐步认识和理解函数起着十分重要的作用.正反比例关系是建立正反比例函数的基础,也是学习函数的起点.

(5) 常量与变量

在情境中,可以是数学情境,也可以是实际情境,进行量的分析是讨论数学问题一个很重要的环节.在具体的情境中,有些量是不变的,例如,在匀速运动中,速度是不变的,通常把这种量称为常量;有些量可以取不同的数值,是变的,例如,在匀速运动中,时间、路程可以取不同的数值,是变化的,通常称为变量.量的分析就是在具体情境中判断哪些量是常量?哪些量是变量?建立常量、变量的概念是认识数学的一个飞跃,这是认识方程、不等式的基础,也是认识函数关系的基础.在日常生活中存在很多变量,例如,时间、路程、速度、加速度、温度、湿度等等.有些变量和变量之间没有依赖关系,例如,速度和湿度就没有依赖关系.而函数研究的主要内容就是特定的变量与变量之间的关系.

应该认识到,一个量是常量还是变量,不是绝对的,而是相对的.例如匀速运动

中的速度是常量,而在变速运动中速度是变量,不同情境下的常量与变量关系是可以互相转换的.因此,需要在具体的情境中认清常量与变量的关系.有些量是绝对常量,如 π , e 等.从常量到变量是学生认知水平的重要的飞跃.

(6) 变量之间的依赖关系——函数概念及图像

在一些情境中,可以有很多变量,有些变量之间是没有关系的,有些变量之间存在着依赖关系.例如,在匀速运动中,时间的变化会引起路程的变化,或者说,路程随着时间的变化而变化,又如,世界人口数量是随着时间的变化而变化的.这些变量之间都有着密切的依赖关系.这样的例子比比皆是.一个变量的变化引起另一个变量的变化,把这种具有相互依赖的变量关系称为函数关系.虽然,这样的描述并不是十分完整,但是,这是认识函数关系的重要视角.变量与变量之间的依赖关系,从一个方面,揭示了函数的本质,本质就是反映函数是描述变化的.函数关系把两个变量联系起来,函数可以看做一个变量与另一个变量之间的一座桥,学习了映射,会对“桥”有更深入的理解.

(7) 函数模型初步——几类重要的函数

代数与算术之间有一个区别,算术是一个一个地解决问题.而代数由于用字母代替数,所以是一类一类地解决问题.正比例函数和反比例函数的学习也体现了这一特点.形如 $y = ax (a \neq 0)$, $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 表示的是两个函数类,一类称为正比例函数,另一类称为反比例函数,当参数 a 和 k 取不同的值时,得到不同的具体函数,每一类函数具有相同的特点.在初中,需要让学生很好地掌握几类重要函数:正比例函数;一次函数(线性函数);反比例函数;一元二次函数;简单分段函数.通过这些函数类,以及这些函数的一批实例,把对函数的理解提升到一个新的高度.

(8) 函数概念的再认识——三个维度

随着学习的深入,对函数的认识不会停止,高中数学课程设计中,把函数作为贯穿整个高中数学课程始终的主线.在高中阶段,应该帮助学生从这三个维度来认识函数:变化角度——变量关系;整体角度——函数图像;映射角度——建立两类事物间的对应关系.初中阶段侧重从变化的角度即变量之间的关系来刻画和描述函数,而在高中阶段,则突出通过映射建立两类实物集合之间的关系,形象地说在两个实物集合之间建立一座联系的桥梁.函数图像是直观的整体把握函数的工具,通过函数图像,能整体把握函数的性质.在高中阶段,对每一类函数都能从这样三个角度去理解和认识,只有这样才能更好地掌握函数.

(9) 函数模型的再认识——基本初等函数

了解函数的形式定义,仅仅是理解函数的一部分,理解函数的一个重要方法,就是在头脑中留住一批具体函数的模型.在高中阶段,学生应留住哪些函数模型

呢?哪些函数是要学生掌握的重要函数?哪些函数是基本的函数?到了高中阶段,需要明确以下三个问题:①基本初等函数有哪些?②基本初等函数有哪些重要的性质?③研究基本初等函数的方法有哪些?

简单幂函数(特别是整数幂函数)、指数函数、对数函数、三角函数是基本函数,又称为基本初等函数,为什么它们是基本的?将在下面专题介绍.如何把握函数?哪些是重要性质?单调性、周期性、对称性是基本的性质,还有函数的定义域、值域、最值等性质也需要分析.研究函数的基本方法,一种是通过代数运算研究函数,另一种是微积分方法——用导数和积分研究函数.这些都将在后面详细讨论.

(10) 函数应用

函数是贯穿高中数学教学的一条主线,函数也是解决问题的基本数学模型.函数应用主要反映在两个方面:

一方面,在研究数学问题方面的应用.用函数讨论代数方程;讨论不等式问题;线性规划问题;算法问题(确定循环变量);用随机变量研究随机现象;求最值问题;几何问题等等.从这些问题可以看出函数几乎渗透到高中数学的每一个角落.

另一方面,用函数思想解决其他学科问题,如物理、化学、生物中的问题;更值得关注的是用函数思想解决简单的实际问题.

在用函数解决问题时,有三个基本层次:

- ① 能用学过的函数知识描述问题;
- ② 用学过的函数模型直接解决问题;
- ③ 在解决简单实际问题中,经历使用函数进行数学建模的过程,体会数学建模的思想和基本过程.

2. 认识函数概念的三个维度

(1) 变化角度——变量关系

函数是研究变化的数学模型,具体地说,它是刻画变量与变量之间依赖关系的模型,通过探索、理解、掌握如何用变量与变量之间的依赖关系反映事物规律,这是我们认识现实世界的重要视角.在现实生活中,在其他学科中,有些变量和变量之间没有依赖关系,例如,一般地说,速度和湿度就没有依赖关系;有些变量和变量之间存在着依赖关系,一个量的变化引起另一个量的变化.例如,在物理中刻画物体运动时,路程随着时间的变化而变化.这种变量之间的依赖关系具有一个突出的特征,即当一个变量取定一个值时,依赖于这个变量的另一个变量有唯一确定的值.具有这种特征的变量之间的依赖关系在现实世界中大量存在.函数正是反映变量与变量之间这种依赖关系的,它是刻画现实世界中自然规律的重要模型.这也是数学联系实际的基础.

(2) 整体角度——函数图像

函数关系是平面上点的集合,又可以看作平面上的一个“图形”.在很多情况下,函数是满足一定条件的曲线.从某种意义上说,研究函数就是研究曲线的性质,研究曲线的变化.掌握了函数图像或近似把握了函数图像就可以完整掌握了函数基本的变化,增加或减少;最大或最小;对称性;周期性等等,一目了然.运用这种看法,函数可以看作数形结合的载体之一.

在讨论函数问题时,帮助学生养成画函数图像习惯,并且用函数图像思考问题.树立“图形意识”是整体掌握函数性质、学好函数的关键.

(3) 映射角度——对应关系

函数是联结两类对象的桥梁,即通常说的映射关系.

在高中阶段,函数的定义为:给定两个实数集合 A 、 B ,对集合 A 的任一元素 a ,按照某种对应关系 f ,在集合 B 中存在唯一元素 b 与之对应,即 $f(a) = b$.我们称这个对应关系 f 为集合 A 到集合 B 的一个函数关系,简称函数,记作 $f: A \rightarrow B$.

这是用映射的观点理解函数,它反映两个数集之间的关系,在两个数集之间架起了一座桥梁.架桥的方式是多种多样的,可以用解析式,可以用图像,也可以用表格.这样的看法反映了数学中的一种基本思想.映射与函数本质上是一样的.在代数的进一步学习中,同构、同态等是构架两个代数结构的桥梁.在拓扑学中,连续、同胚等是构架两个拓扑结构的桥梁.这种思想渗透到每一个数学分支中.

(4) 综合的认识

以上是认识函数的三个不同角度,它们可以帮助我们更全面地认识函数,也是学生在高中阶段学习函数应留下的东西,具体地说,学生接触到函数时,头脑中出现的是三个角度,不是一个角度.做到这一点,需要有一个过程,逐步积累,换句话说要把这个认识渗透到函数教学的每一环节中,渗透到每一个具体函数中.这些对于进一步学习也是很重要的.进入大学,在高等数学的学习中,保持这种认识非常重要,会帮助学生理解新的数学内容,同时,还要学习认识函数的新的视角,例如,在很多情境中,常常要把某类函数作为一个整体,讨论整体的结构.

3. 函数的基本性质

在学生认识、掌握了一些具体函数的模型基础上.结合这些函数,我们引入了刻画函数变化的一般性质:单调性、周期性、对称性(奇偶性)等基本的性质.

单调性是中学阶段函数最基本、最重要的性质.一旦我们弄清了一个函数的单调性,就能刻画函数的变化,以及这个函数图像的基本形状.例如,简单的幂函数 $y = x^3$,当我们知道它在整个实数范围内是单调递增的,那么就可以立刻画出函数 $y = x^3$ 的图像的基本形状以及它的变化.

周期性也是中学阶段函数的一个最基本的性质.我们生活在一个周期变化的

世界里. 因此, 学会用周期的观点来看待周围事物的变化是非常重要的. 周期函数, 比如, 正余弦函数、正余切函数都是刻画周期变化的函数模型. 用周期的观点来研究函数, 可以使我们集中研究函数在一个周期里的变化, 在此基础上, 就可以了解函数在整个定义域内的变化情况.

对称性是反映函数特点的另一个基本性质, 奇偶性是在高中阶段要研究的函数的性质, 但是, 它仅仅是特殊的对称的性质, 可以帮助我们研究函数的变化规律.

除了这些性质, 还需要清楚定义域、值域、极值或最值, 等等.

(1) 单调性是中学最重要的函数性质

单调性是在高中阶段讨论函数“变化”的一个最基本的性质. 单调性反映的是某个范围里函数的变化, 是反映函数在某个区间内的整体性质, 而不是局部性质(某一点附近的性质). 从几何的角度看, 就是确定函数图像的形状.

在高中数学课程中, 对于函数这个性质的研究分成两个阶段.

第一阶段, 安排在数学 1 中. 依函数图像直观地感受单调性, 理解单调性的定义, 通过大量的具体函数, 理解单调性在研究函数中的作用. 单调性与函数图像有密切联系, 了解了函数的单调性, 基本上就可以决定函数图像的走势; 反过来, 掌握了函数图像的走势, 也就基本上了解了函数的单调性, 这是函数的最基本的特征; 单调性与不等式联系密切, 单调性的形式化定义是借助于不等式给出的. 反之, 具体函数的单调性反映了一些不等关系.

第二阶段, 安排在选修系列 1、2 课程的导数及其应用. 导数是描述函数变化率的概念, 导数概念可以帮助我们对“函数的变化”有进一步了解. 在这一部分内容中, 要求学生理解导数与单调性的联系: 在一个区间内, 如果函数在每一点的导数大于零, 则函数是递增的; 如果函数在每一点的导数小于零, 则函数是递减的; 反之, 也可以用单调性判断导数的符号. 在一个区间内, 递增函数如果有导函数, 那么每一点的导数大于或等于零; 在一个区间内, 递减函数如果有导函数, 那么每一点的导数小于或等于零. 这些结论的证明要用到拉格朗日中值定理, 在高中是不要求的. 此外, 在高中阶段, 对严格单调性和单调性的区别不必深究, 否则, 会因小失大. 对于一些对数学有兴趣的同学, 教师可以适当引导他们阅读一些相关的参考书.

(2) 周期性

周期性是中学阶段学习函数的另一个基本的性质. 周期性反映了函数变化周而复始的规律. 在我们的生活中, 存在着大量的周期变化的现象, 大到宇宙的变化, 例如, 在太阳系中, 行星围绕太阳的运动; 小到粒子的变化, 都存在周期变化的现象. 因此, 学会用周期的观点来看待周围事物的变化是非常重要的. 周期函数, 比如, 正弦和余弦函数、正切和余切函数都是刻画周期变化的基本函数模型. 用周期的观点来研究周期函数, 可以使我们集中研究函数在一个周期里的变化, 在此基础

上,就可以了解函数在整个定义域内的变化情况.在高中数学课程中,不讨论一般函数的周期性,只讨论基本的具体三角函数的周期性,例如,正弦、余弦、正切函数的周期性.周期性贯穿三角函数研究的始终.

(3) 对称性(奇偶性)

对称性是反映函数特点的基本性质,例如,轴对称;中心对称;平移;延伸或压缩等等.这些对称都是几何变换,用几何方法讨论函数是值得注意的.奇偶性是高中阶段学习函数时要研究的函数的性质,但它不是最基本的性质.奇偶性反映了函数图形的特殊对称性质,偶函数的图像是关于 y 轴对称的,奇函数的图像是关于原点对称的,奇偶性反映图形的对称与坐标系的选择有关.奇偶性可以帮助我们利用对称思想来研究函数的变化规律.在高中数学课程中,对于一般函数的奇偶性,也不做深入讨论,只讨论基本的具体函数的奇偶性,例如,简单幂函数的奇偶性,如, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^{-1}$.

(4) 函数性质的综合认识

① 对函数的研究一定不能停留在抽象的讨论上.教师应该帮助学生在头脑中建立起几个重要的模型,并把这些留在头脑中.

学生应该在头脑中留下几个具体的实际模型,比如,分段函数,以及基本的函数模型,比如,简单的幂函数、指数函数与对数函数、三角函数.结合这些函数,不断地加深对于函数的定义、性质以及函数研究方法的理解.再通过这些模型,理解函数与其他数学知识之间的联系,例如,指数函数的性质: $a^{\alpha+\beta} = a^{\alpha} \cdot a^{\beta}$.不严格地说,它把定义域中的加法运算变成了函数值的乘积运算.所以当 $a > 1$ 时,指数函数增长得很快的原因就在于此.

② 函数的教学一定要突出函数图形的地位.不管是用解析式、图表法还是图像法去刻画一个具体函数时,我们都要让学生在脑子里形成一个图形.只有把握住图形才能把握住一个函数的整体情况,这样的学习习惯有助于提高运用几何思想、把握图形的能力.所以,我们常常说学习函数要体现数形结合.

③ 函数是刻画客观世界的一个基本数学模型.因此,对于函数的学习,应该与体会、感受和运用函数解决问题有机地结合起来.应该引导学生去思考函数的应用问题,特别是思考函数在日常生活和其他学科的应用.可以在教学中渗透数学建模的思想.

④ 在学习与函数知识有关的内容时,理解函数思想.实际上,在整个高中数学课程中,都需要不断地体会、理解“函数思想”给我们带来的“好处”.