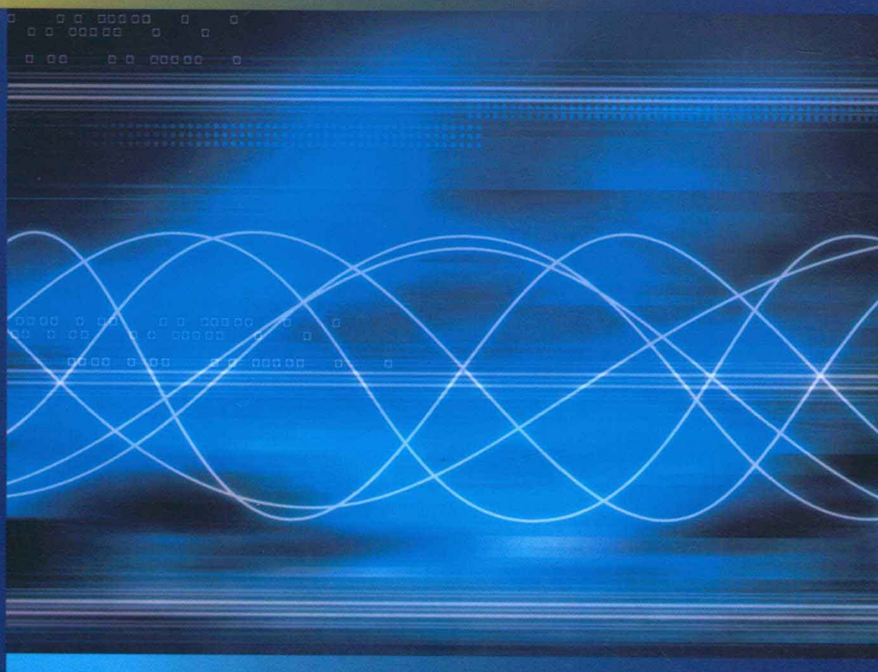
21世纪大学数学精品教材

数值分析及实验

（第二版）

杜廷松　覃太贵　主编



科学出版社

·21世纪大学数学精品教材·

数值分析及实验

（第二版）

杜廷松　覃太贵　主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书结合 Matlab 的使用全面介绍了常用的数值计算方法与技术. 内容包括线性代数方程组的数值解法、方程(组)求根的迭代法、插值法、曲线拟合和函数逼近初步、数值微积分、矩阵特征值与特征向量的计算等，每部分均有代表性的例题和习题. 本书最明显的特点是对数值分析理论部分着重阐明构造算法的基本思想与原理，既注重理论的严谨性，又注重方法的实用性.

本书的读者对象，一是本科信息与计算科学、数学与应用数学专业和其他理工科的高年级学生，二是研究生中的工学硕士、工程硕士.

图书在版编目(CIP)数据

数值分析及实验/杜廷松，覃太贵主编. —2 版. —北京：科学出版社，2012.10

21 世纪大学数学精品教材

ISBN 978-7-03-035634-5

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①杜… ②覃… Ⅲ. ①数值分析—高等学校—教材 Ⅳ. ①O241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 227144 号

责任编辑：吉正霞 肖 婷 / 责任校对：董艳辉 蔡 莹

责任印制：彭 超 / 封面设计：苏 波

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

武汉市科利德印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006 年 2 月第 一 版 开本：B5(720×1000)

2012 年 10 月第 二 版 印张：21 3/4

2012 年 10 月第二次印刷 字数：418 000

定价：38.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

第二版前言

随着科技的不断发展，越来越多的问题靠数学解析解已远远不能够满足要求，数值解在解决实际问题中的地位显得日益重要. 因此，数值分析这门课程得到了更多的重视，不仅数学类专业开设数值分析课程，众多工科专业也开设了数值分析课程.

显然，数值分析已不能作为一门纯粹的理论课程来讲授，应重视数值分析的上机实验环节，将编程语言与教材中给出的算法结合起来，去解决实际问题，进而对数值分析的一些重要特征(如计算速度和数值稳定性问题等)产生深刻的理解和体会.

本教材力求将数学软件真正融入到教材中，努力将数值分析理论学习与利用Matlab编程上机实验紧密结合起来，提供一本真正基于Matlab的、真正将Matlab融合到教材中去实现数值分析的数值算法的教材.

从这几年使用第一版教材的反馈情况来看，高校教师普遍认为本教材取材合理、重点突出、叙述清楚、简明精要、易于教学. 本书第二版是应21世纪对理工科学生的科学计算能力的要求，在《数值分析及实验》(科学出版社，2006年2月出版)的基础上修编而成. 在主要内容和结构框架上未作大的改动，主要修改部分如下：

(1) 从教学角度出发对书中语句进行了仔细的推敲，改写了一些陈述，加强了算法基本思想的分析和使用的说明，修正了一些错漏.

(2) 针对本书新版的特点，对部分章节的数值实验部分增加了一些算法的通用程序，以方便学生学会其他相关算法的编程与问题求解.

(3) 更换并调整了部分例题和习题，并较详细地给出了书中各章的习题答案和提示.

本书第二版由杜廷松、覃太贵任主编，王敏、陈将宏任副主编，杜廷松统稿、定稿. 编者对使用第一版教材的各位教师和读者表示衷心的感谢！正是依据你们使用后提出的宝贵意见和我们在教学实践中的经验与体会，第二版才能更趋准确、精炼、合理与完善.

由于编者水平所限，书中一定还有不少缺点和疏漏之处，敬请同仁和读者批评指正.

编　者

2012年7月

第一版前言

随着科学技术的不断发展,越来越多的问题靠数学解析解已远远不能够满足要求,数值解在解决实际问题中的地位显得日益重要,因此,数值分析这门课程就得到了更多的重视.不仅数学类专业开设数值分析课程,很多工科专业也开设了数值分析课程.长期以来,在数值分析教学中一个很大的遗憾是:将数值分析作为一门纯粹的理论课程来讲授,不重视数值分析的上机实验环节,不重视如何将编程语言与教材中给出的算法结合起来,如何去解决一个实际问题.这样学生就很难对数值分析的一些重要特征(如计算速度和数值稳定性问题等)有深刻的理解、体会.虽然已有少数参考教材附有一些算法程序,但大多是用C语言或Fortran语言给出的,我们发现除了少数的学生外,其他多数学生还必须在真正学透C语言或Fortran语言后,才能具有独立编程的能力.因此,只讲授理论不重视实践教学的传统教学方式让学生感觉不出学习数值分析这门应用非常广泛的学科的乐趣了.究其原因,在于很多数值算法涉及复杂的程序结构,使用C语言或Fortran语言编程效率比较低,很难在有限的教学课时中包含一些复杂而又非常重要的数值计算问题,加上教学软、硬件的限制,造成传统教学中一般都只讲算法原理和误差分析,而不涉及上机实验.

从20世纪90年代开始,国内出现了一些基于数学软件的数值分析教材,但遗憾的是这类教材大多只是用一个附录介绍软件,并没有将数学软件融入到教材中,本教材的目的是努力将数值分析理论学习与利用Matlab编程上机实验紧密结合起来,提供一本真正基于Matlab的、真正将Matlab融合到教材中去实现数值分析的数值算法的教材.

本教材的适用对象,一是本科信息与计算科学专业、数学与应用数学专业和其他理工科的高年级学生,二是研究生中的工学硕士、工程硕士.无疑,这是一个以"使用"数值算法为自己专业服务的群体.当然,也更鼓励他们对数值算法的"创造"做出自己的贡献.不管怎样,通过本课程的数值分析与实验的学习,我们既可以看到计算机求解数学问题的机理过程,也可感受到数值计算如何为数学问题的求解开辟了另一条康庄大道.

本书结合Matlab的使用全面介绍了常用的数值计算方法与技术,内容包括Matlab简介、数值分析的若干基本概念、线性代数方程组的数值解法(直接法和迭代法)、方程(组)求根的迭代法、插值法、曲线拟合和函数逼近初步、数值微积分、常微分方程的数值解法及矩阵特征值与特征向量的计算.书中各章附有精心挑选的

例题讲解，所选例题思路独到，极具代表性．每章设计的习题适合手工计算，有助于培养学生的解题能力，巩固和加深学生对理论部分的基本概念、基本原理、基本方法等内容的理解．每一章的数值实验部分不仅对各有关程序的编写、调用方法做了详尽的介绍，还注重介绍有关的数值计算方法的使用条件、计算机输出结果的含义、图形可视化解的显示方法．通过给出完整的程序与实例的介绍，力图使读者全面学会如何分析问题、如何动手编程计算及如何对获得的计算结果进行分析，以提高学生上机实验动手能力和科学计算创新能力．

本教材最明显的特点是：对数值分析理论部分着重阐明构造算法的基本思想与原理；既注重理论的严谨性，又注重方法的实用性；力求写得简明，努力做到深入浅出，通俗易懂．每一章数值实验部分尽量写得详细、丰富，这种写法是基于我们对这门课程的教学理念的新认识．我们认为，只有老师“讲授”，学生“不做实验”，那是学不透多少东西的，更谈不上培养具有真实能力和创新能力的人才．简明带来可读性，可学性，我们用新的眼光对传统的教材内容精心取舍，并力求用现代风格的语言加以演绎．实验部分更是作者经过精心地加工、链接和再创作的结果，我们希望把它制作成一个培养、训练学生独立思考能力、分析处理问题能力和创造能力的“平台”，我们相信，这种写法对学生的学习是有帮助的，对教师的教学是方便的．

本书具有清晰的积木式结构，各章具有相对的独立性，因此教师容易取舍，可构成不同层次、不同要求的教学方案．

本书承蒙武汉大学数学与统计学院博士生导师费浦生教授的主审，作者对费教授提出的许多宝贵和精辟的指导意见表示衷心的感谢．作者也从多年教学所采用和参考国内多所著名大学的多本教材中受益匪浅，也无不受这些教材的启发和指引，在此，也向李庆扬、关治、陈景良、王能超、易大义等多位教授表示深深的敬意．

本书是作者在几年的数值分析教学实践的基础上编写而成的，在教学中注重由浅入深、由特殊到一般．在介绍方法和引进概念时力求揭示问题的实质，对于方法和概念之间着重阐明其联系，着重阐明算法的基本思想．在多年的实践教学中，作者做了如下一些新尝试：注重方法性和实用性；注重对实验上机环节的教学；逼近和近似思想、迭代思想、连续问题离散化的思想一直贯穿于教学的始终．

本书的编写和出版得到了三峡大学理学院数学系同仁及各级领导的大力支持，同时也得到了三峡大学研究生课程建设基金的资助，对此我们表示衷心的感谢．

作为一本希望有新尝试的教材，尽管编者做了认真的努力，但疏漏和不妥之处一定还不少，恳请老师、同学以及其他专家批评指正．

编　者

2005 年 11 月

目　录

第 1 章 Matlab 简介

Matlab 是 Matrix Laboratory 的英文缩写，它是由美国 Mathwork 公司于 1967 年推出的适用于不同规格计算机和各种操作系统的数学软件包，现已发展成为一种功能强大的计算机语言，特别适用于科学和工程计算．结合本课程的需要，本章仅对 Matlab 的有关内容做简要的介绍，要想更详细地了解 Matlab 可参见文献（陆宁，2000；张志涌等，1997；苏金明等，2002；王沫然，2001）．

1.1 向量和矩阵的产生

1.1.1 向量的产生

1. 冒号运算符生成向量

例 1.1.1 试探不同的步长，从 $t\in[0,\pi]$ 区间取出一些点构成向量．

先试一下步长 0.2，可用下面的语句生成一个向量．

```
>>v1=0:0.2:pi      %注意,最终取值为 3 而不是 π
v1=
    Columns 1 through 14
    0     0.2000     0.4000     0.6000     0.8000     1.0000     1.2000
    1.4000     1.6000     1.8000     2.0000     2.2000     2.4000     2.6000
    Columns 15 through 16
      2.8000     3.0000
```

即上述语句生成行向量 v_1=[0,0.2,0.4,0.6,0.8,1,1.2,1.4,1.6,1.8,2,2.2,2.4,2.6,2.8,3]

```
>>v2=0:-0.1:pi,v3=0:pi,v4=pi:-1:0
v2=
    Empty matrix:1-by-0   %产生的 v2 向量为 1×0 空矩阵
v3=
    0     1     2     3
v4=
   3.1416     2.1416     1.1416     0.1416
```

2. 线性等分函数等分建立向量

(1) linspace(n1,n2)　　包括 n1,n2 元素，生成 100 维向量

(2) linspace(n1,n2,n)　包括 n1,n2 元素，生成 n 维向量

1.1.2 矩阵的产生

1. 简易矩阵

```
>>x=[1 2 3 4 5 6 7 8;4 5 6 7 8 9 10 11]     %以";"区隔开两行元素
x=
   1     2     3     4     5     6     7     8
   4     5     6     7     8     9    10    11
>>x(3)      %提取 x 的第 3 个元素
ans=
     2
>>x(1:5);              %x 的前 5 个元素
>>x(10:end);           %x 的第 10 个元素后的元素
>>x(find(x>5));        %x 中大于 5 的元素
>>x(4)=100;            %给 x 的第 4 个元素重新赋值
>>x(3)=[];             %删除第 3 个元素
>>x(16)=1;             %加入第 16 个元素
```

2. 由多个向量生成矩阵

例 1.1.2　由 x,y,z 向量生成一个矩阵.

```
>>x=(0:0.2:1.0)';
>>y=exp(-x).*sin(x);
>>z=(1:size(x))';
>>[x,y,z]
ans=
      0            0           1.0000
      0.2000       0.1627      2.0000
      0.4000       0.2610      3.0000
      0.6000       0.3099      4.0000
      0.8000       0.3223      5.0000
      1.0000       0.3096      6.0000
```

3. 用函数建立矩阵

在 Matlab 中不需要预先说明矩阵和向量的维数，但经常要使用维数. 对此有两个测量矩阵大小的函数经常用到：

n=length(A)　　取矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行数和列数的最大值 n

[m,n]=size(A)　　取矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行数 m 和列数 n

由此可见，当 $\boldsymbol{x}$ 为向量时，n=length(x)为 $\boldsymbol{x}$ 的维数.

用于建立矩阵的函数有下列几种：

(1) 函数 eye 产生单位矩阵. 例如：

eye(n)	为 n 阶单位方阵，n 是正整数
eye(m,n)	为 $m\times n$ 阶单位矩阵
eye(size(A))	为与矩阵 $\boldsymbol{A}$ 同阶的单位矩阵

其中的单位矩阵理解为对角线元素是1，其他元素是0的矩阵.

(2) 函数 zeros 和 ones 分别产生0和1矩阵. 例如：

zeros(n)	为 n 阶 $\mathbf{0}$ 方阵
zeros(m,n)	为 $m\times n$ 阶 $\mathbf{0}$ 矩阵
zeros(size(A))	为与矩阵 $\boldsymbol{A}$ 同阶的 $\mathbf{0}$ 矩阵

函数 ones 与此类同.

(3) 函数 rand(m,n)产生 $m\times n$ 阶随机数矩阵.

(4) 函数 diag(A)，tril(A)，triu(A)分别取矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的对角、下三角、上三角部分. 其中，三角矩阵包含对角部分.

4. 下标编辑、调用矩阵

例 1.1.3 下标修改矩阵元素.

```
>>A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]
A=
   1    2    3
   4    5    6
   7    8    9
>>A(3,3)=A(1,3)+A(3,1)
A=
   1    2    3
   4    5    6
   7    8    10
```

Matlab 的一个重要特点是可以用下标的方法调用矩阵的子矩阵. 例如，设 $\boldsymbol{A}$ 是已知的10×10阶矩阵，则

A(:,3)	为 $\boldsymbol{A}$ 的第3列元素构成的列向量
A(5,:)	为 $\boldsymbol{A}$ 的第5行元素构成的行向量
A(1:5,3)	为 $\boldsymbol{A}$ 的前5行的第3列元素构成的列向量
A(1:5,7:10)	为 $\boldsymbol{A}$ 的前5行、第7到10列元素构成的子矩阵
A([1 3 5],[2 4 6])	为 $\boldsymbol{A}$ 的第1,3,5行、第2,4,6列元素构成的子矩阵
A(:,7:-1:3)	为 $\boldsymbol{A}$ 的第7,6,5,4,3列元素构成的子矩阵

依此类推.

5. 稀疏矩阵生成：sparse

例 1.1.4 将矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

变成稀疏矩阵.

```
>>x=[0 1 0;0 0 2;0 0 0;4 3 0;0 0 0];
>>sp=sparse(x)
sp=
    (4,1)        4
    (1,2)        1
    (4,2)        3
    (2,3)        2
```

例 1.1.5 构造一个带状矩阵

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & & \\ 1 & -4 & 1 & \\ & 1 & -4 & 1 \\ & & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

```
>>n=4;
>>sp=sparse(1:n,1:n,-4*ones(1,n),n,n,n)            %计算主对角线各元素
sp=
    (1,1)       -4
    (2,2)       -4
    (3,3)       -4
    (4,4)       -4
>>spl=sparse(2:n,1:n-1,ones(1,n-1),n,n,n-1)      % 计算下次对角线各元素
spl=
     (2,1)      1
     (3,2)      1
     (4,3)      1
>>spu=spl'                  %转置求上次对角线各元素
spu=
     (1,2)      1
     (2,3)      1
     (3,4)      1
```