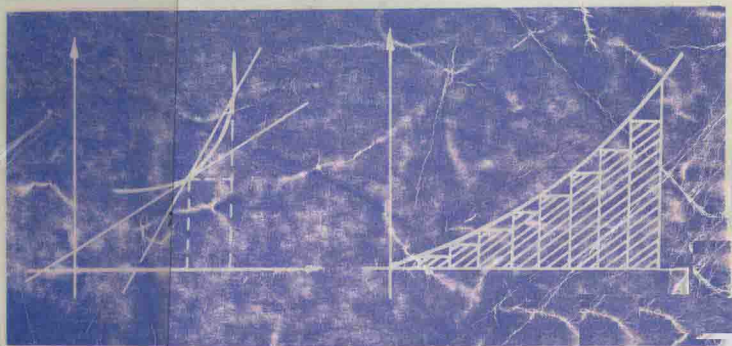


电大与成人高等学校教学参考用书  
高等教育自学考试辅导用书

经济应用数学基础(一)

# 微积分习题详解



王文士 编著

广西教育出版社

## 序

成人自学,没有老师讲课,学习时间亦只能在业余挤取,因而,一本能起“无声的老师”作用、在有限时间可获得好的学习效果的辅导书,实为自学者最迫切的需求。王文士副教授编著的《微积分习题详解》,就是一本能满足自学者需求的,具有较高质量和水平的辅导书。

高等数学对经济类各专业的重要性已日益为人们所重视,但成人高校或参加高等教育自学考试的学生们的数学基础相对来说还是较薄弱的,妨碍了学生的全面发展。王文士的这套题解的出版就是想解决这个矛盾的一个尝试,力图使学生在自修高等数学时,有一个好的“无声的老师”,以增强学好高等数学的信心。若持之以恒,效果必好。这套题解详细而富有启发性,“通俗”而不失科学性,文字流畅,针对性强,便于学生自学,对教师的备课和教学也是一个好帮手,是一本较好的高等数学题解。

这套题解的出版是值得欢迎的。

广西数学学会理事长  
李世余  
广西大学数信系教授

1993年4月26日

# 目 录

<b>第一章 函数</b> .....	1
习题一(A) .....	1
集合及其性质与运算 .....	1
绝对值的运算 .....	12
关于函数关系 .....	15
函数的定义域 .....	16
函数值的求法 .....	20
分段函数的定义域、图形、函数值 .....	23
建立函数式 .....	27
函数性质的讨论 .....	34
复合函数的合成或分解 .....	41
函数的图形 .....	44
习题一(B) .....	51
<b>第二章 极限与连续</b> .....	66
习题二(A) .....	66
数列的极限 .....	66
函数的极限 .....	71
无穷大、无穷小 .....	75
极限的求法 .....	77
杂题 .....	90

函数的连续性·····	100
习题二(B)·····	116
<b>第三章 导数与微分</b> ·····	<b>131</b>
习题三(A)·····	131
导数的概念·····	131
求函数的导数·····	141
杂题·····	176
导数的应用·····	185
高阶导数·····	188
微分及其应用·····	200
习题三(B)·····	212
<b>第四章 中值定理,导数的应用</b> ·····	<b>225</b>
习题四(A)·····	225
中值定理·····	225
罗彼塔法则·····	233
函数的单调性·····	240
函数的极值·····	245
最值应用题·····	254
函数的凹向及拐点·····	265
渐近线·····	270
用微分法作函数的图形·····	272
最大值和最小值的经济应用题·····	290
习题四(B)·····	302

<b>第五章 不定积分</b> .....	316
习题五(A) .....	316
不定积分的概念 .....	316
用性质或第一换元法计算不定积分 .....	319
用第二换元积分法计算不定积分 .....	325
用分部积分法计算不定积分 .....	351
分式有理函数的不定积分 .....	360
用换元积分法与分部积分法杂题 .....	370
不定积分的经济应用 .....	381
习题五(B) .....	383
<b>第六章 定积分</b> .....	393
习题六(A) .....	393
定积分的概念与性质 .....	393
上限(或下限)为变量的定积分 .....	399
计算定积分(用性质或第一换元法) .....	401
用第二换元法计算定积分 .....	407
用分部积分法计算定积分 .....	414
杂题 .....	422
定积分的应用:求平面图形的面积 .....	429
定积分的应用:求立体的体积 .....	447
定积分在经济上的应用 .....	452
广义积分与 $\Gamma$ 函数 .....	455
习题六(B) .....	465

<b>第七章 无穷级数</b> .....	476
习题七(A) .....	477
用定义判断级数的敛散性 .....	477
用比较判别法确定级数的敛散性 .....	479
用比值判别法(达朗贝尔法则)研究级数的敛散性 .....	482
交错级数的敛散性、级数绝对或条件收敛性 .....	487
求幂级数的收敛区间、函数的幂级数 .....	493
级数的应用 .....	522
习题七(B) .....	529
<b>第八章 多元函数</b> .....	540
习题八(A) .....	541
求多元函数的定义域 .....	541
偏导数的求法 .....	545
全微分及其应用 .....	553
复合函数的微分法 .....	561
隐函数的微分法 .....	565
多元函数的极值与最值应用题 .....	568
杂题 .....	583
二重积分化成二次积分 .....	591
二重积分的计算 .....	598
二重积分的几何应用:求平面图形的面积 .....	609
二重积分的几何应用:求立体的体积 .....	611
习题八(B) .....	615

第九章 微分方程与差分方程简介 .....	630
习题九(A) .....	631
最简单的微分方程 .....	631
一阶微分方程 .....	631
可分离变量的方程 .....	631
齐次方程 .....	642
线性方程 .....	649
二阶微分方程 .....	656
最简单方程 .....	656
不显含未知函数 $y$ 的方程 .....	658
不显含自变量 $x$ 的方程 .....	661
列微分方程解应用题 .....	665
二阶常系数线性微分方程 .....	669
齐次方程 .....	669
非齐次方程 .....	675
差分、差分方程的概念 .....	693
一、二阶常系数差分方程 .....	696
一阶常系数差分方程 .....	696
二阶常系数数差分方程 .....	700
习题九(B) .....	709

# 第一章 函 数

## 习 题 一

### (A)

## 集合及其性质与运算

1 按下列要求举例：

- (1) 一个有限集体；
- (2) 一个无限集合；
- (3) 一个空集合；
- (4) 一个集合是另一个集合的子集。

解 (1) 例如  $A = \{x | x^2 - 1 = 0\} = \{-1, +1\}$  是有有限集合。

(2) 例如  $B = \{x | x = n^2, n \text{ 为正整数}\}$  是无限集合。

(3) 例如  $C = \{x | x^2 + 1 = 0\}$  是空集合。

(4) 例如  $D = \{1\}, D \subset A, D$  是是  $A$  的子集。

2 用集合的描述法表示下列集合：

(1) 大于 5 的所有实数集合；

(2) 圆  $x^2 + y^2 = 25$  内部(不包含圆周)一切点的集合；

(3) 抛物线  $y = x^2$  与直线  $x - y = 0$  的交点集合。

解 (1) 设大于 5 的所有实数集合为  $A$ , 则  $A = \{x | x > 5\}$ 。

(2) 设圆  $x^2 + y^2 = 25$  内部的一切点的集合为  $B$ , 则



$$B = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 25\}.$$

(3) 设抛物线  $y = x^2$  与直线  $x - y = 0$  点的交点的集合为  $C$ ,

$$\text{则 } C = \{(x, y) | y = x^2, \text{ 且 } x - y = 0\}$$

3 用列举法表示下列集合:

- (1) 方程  $x^2 - 7x + 12 = 0$  的根的集合;
- (2) 抛物线  $y = x^2$  与直线  $x - y = 0$  交点的集合;
- (3) 集合  $\{x | |x - 1| \leq 5 \text{ 的整数}\}$ .

**解法** 先用题意给的描述集合中与  $x$  或与  $x, y$  有关的条件  $P(x)$  或  $P(x, y)$ , 求出集合的元素, 后列举表示集合, 本题的  $P(x)$  及  $P(x, y)$  是方程及联立方程(或不等式)。

**解** (1) 解方程  $x^2 - 7x + 12 = 0; (x - 3)(x - 4) = 0$ , 得根  $x_1 = 3, x_2 = 4$ , 设(1)的集合为  $A$ , 则  $A = \{3, 4\}$ 。

(2) 设所求的集合为  $B$ , 先解联立方程: 
$$\begin{cases} y = x^2 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$x(1 - x) = 0, \text{ 得解为 } \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

故  $B = \{(0, 0), (1, 1)\}$

(3) 设所求集合为  $C$ , 先解求  $|x - 1| \leq 5$  中的整数  $-4 \leq x \leq 6$ , 故集合  $C$  的元素为  $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 。

于是  $C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。

4 下列集合哪些是空集合:

$A = \{x | x = 1 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + 1 = 0, x \text{ 为实数}\}$

$$C = \{x | x > 1 \text{ 且 } x < 0\} \quad D = \{x | x > 0 \text{ 且 } x < 1\}$$

$E = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1 \text{ 且 } x + y = 3, x, y \text{ 均为实数}\}$

**解法** 先解集合描述法中的方程(组)或不等式组,有解者(无解者)则集合非空(空)集合

**解**  $A = \{x | x + 1 = 0\}$ , 因  $x + 1 = 0$  的解为  $x = -1$ , 故  $A = \{-1\} \neq \emptyset$ .

$B = \{x | x^2 + 1 = 0, x \text{ 为实数}\}$ , 因  $x^2 + 1 \neq 0$ , 故  $x^2 + 1 = 0$  无解, 故  $B = \emptyset$ .

$C = \{x | x > 1 \text{ 且 } x < 0\}$ , 因  $x > 1$  且  $x < 0$  无公共部分, 故  $C = \emptyset$ .

$D = \{x | x > 0 \text{ 且 } x > 0 \text{ 且 } x < 1\} = \{x | 0 < x < 1\}$ , 故  $D \neq \emptyset$ .

$E = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1 \text{ 且 } x + y = 3, x, y \text{ 为实数}\}$ , 因单位圆  $x^2 + y^2 = 1$  与直线  $x + y = 1$  不相交, 故  $E = \emptyset$ .

5 写出  $A = \{0, 1, 2\}$  的一切子集。

**解** (用子集定义)  $A$  的子集有:  $B = \emptyset \subset A$ ,  $C = \{0\} \subset A$ ,  $D = \{1\}$ ,  $E = \{2\} \subset A$ ,  $F = \{0, 1\} \subset A$ ,  $G = \{0, 2\} \subset A$ ,  $H = \{1, 2\} \subset A$  及  $A = \{0, 1, 2\} = A$ .

6 如果  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2\}$ , 下列各种写法, 哪些是对的? 哪些不对?

$$1 \in A \quad 0 \in B \quad \{1\} \in A \quad 1 < A \quad \{1\} < A$$

$$0 < A \quad \{0\} < A \quad A = B \quad A \supset B \quad \emptyset \subset A \quad A \subset A$$

**解法** 用集合元素、子集及相等等记法去判断记法对否。

**解** 写法对的是:

$$1 \in A \quad (\because A \text{ 中含有 } 1), 0 \in B \quad (\because B \text{ 不含有 } 0)$$

$\{1\} \subset A$  ( $\because \{1\}$  是  $A$  的子集, 即  $1 \in \{1\}, 1 \in A$ )  
 $\{0\} \subset A$  ( $\because 0 \in \{0\}, 0 \in A$ )  $A \supset B$  ( $\because \forall a \in B$ , 有  $a \in A$ )

$\emptyset \subset A$  ( $\because$  空集是任意集合的子集)  $A \subset A$  ( $\because$  集合  $A$  是其子集)

不对的是:

$1 \subset A$  ( $\because 1$  是  $A$  的元素, 不是子集)  $0 \subset A$  ( $0$  不是集合, 更谈不上它是  $A$  的集子)  $\{0\} \subset B$  ( $\because 0 \in \{0\}$  而  $0 \notin B$ )  
 $A = B$  ( $\because A \supset B$ , 而  $A \not\subset B$ )

7 设  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 3, 5\}, C = \{2, 4, 6\}$ , 求:

- (1)  $A \cup B$       (2)  $A \cap B$       (3)  $A \cup B \cup C$   
(4)  $A \cap B \cap C$       (5)  $A - B$

解法 用集合  $A, B$  的并、交及差的定义。

得 (1) 已知  $A = \{1, 2, 3\}; B = \{1, 3, 5\}$ , 由并的定义,  
 $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5\} = \{1, 2, 3, 5\}$

得 (2) 已知  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 3, 5\}$ , 由交的定义,  
 $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} = \{1, 3\}$

(3)  $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$   
 $= \{1, 2, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(4)  $A \cap B \cap C = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\}$   
 $= \{1, 3\} \cap \{2, 4, 6\} = \emptyset$

(5)  $A - B = \{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$  ( $\because 2 \in A$ , 而  $2 \notin B$ )

8 如果  $A$  表示某单位会英语的人的集合,  $B$  表示会日语的人的集合, 那么,  $A', B', A - B, (A \cup B)', (A \cap B)'$  各表示什么样人的集合?

**解法** 用集合  $A, B$  的补集  $A', B'$  及差集  $A - B$  的定义以及全集  $U = (A \cup B)$  的定义。

**解** 设  $U$  表示某单位全部人的集合。

因  $A' = \{x | x \in U, \text{且 } x \notin A\}$ , 即  $A'$  表示某单位不会英语的人的集合。

因  $B' = \{x | x \in U, \text{且 } x \notin B\}$ , 故  $B'$  表示某单位不会日语的人的集合。

$A - B = \{x | x \in A, \text{且 } x \notin B\}$ , 故  $A - B$  表示某单位会英语不会日语的人的集合。

因  $(A \cup B)' = \{x | x \in U, \text{且 } x \notin A \cup B\}$ , 故  $(A \cup B)'$  表示某单位不会英语或不会日语的人的集合。

因  $(A \cap B)' = \{x | x \in U, \text{且 } x \notin A \cap B\}$ , 故  $(A \cap B)'$  表示某单位英、日语均不会的人的集合。

9 如果  $A = \{x | 3 < x < 5\}$ ,  $B = \{x | x > 4\}$ , 求:

$$(1) A \cup B \quad (2) A \cap B \quad (3) A - B$$

**解** (用集合并、交及差的运算)

$$\begin{aligned} (1) \text{ 因 } A \cup B &= \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}, \text{ 故 } A \cup B \\ &= \{x | 3 < x < 5 \text{ 或 } x > 4\} \\ &= \{x | 3 < x < +\infty\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 因 } A \cap B &= \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}, \text{ 故 } A \cap B \\ &= \{x | 3 < x < 5, \text{ 且 } x > 4\} \\ &= \{x | 4 < x < 5\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) A - B &= \{x | 3 < x < 5, \text{ 且 } x \not> 4, \text{ 即 } x \leq 4\} \\ &= \{x | 3 < x \leq 4\} \end{aligned}$$

10 如果  $A = \{(x, y) | x - y + 2 \geq 0\}$

$$B = \{(x, y) | 2x + 3y - 6 \geq 0\}$$

$$C = \{(x, y) | x - 4 \leq 0\}$$

在坐标平面上标出  $A \cap B \cap C$  的区域。

**解法**  $A \cap B \cap C$  在几何图形上表示区域: 在直线  $x - y + 2 = 0$  (即  $y = x + 2$ ) 的下方(含在该直线上), 在直线  $y = -x + 2$  的上方(含在直线上) 及在直线  $x = 4$  的左方(含在直线上), 故作直线  $x - y + 2 = 0$ ,  $2x + 3y - 6 = 0$  及  $x - 4 = 0$ , 即可表示  $A \cap B \cap C$ 。

**解** 在  $xOy$  坐标平面上作直线  $x - y + 2 = 0$  (即  $y = x + 2$ ),  $2x + 3y - 6 = 0$  (即  $y = -\frac{2}{3}x + 2$ ) 及  $x - 4 = 0$  (即  $x = 4$ ), 则分别在这三直线上及其下、上及左方的区域便表示集合  $A \cap B \cap C$  (图如 1-1 所示)。

(注: 方便作图表  $A \cap B \cap C$ , 变形:

$$A = \{(x, y) | x + 2$$

$$\geq y\}$$

$$B = \{(x, y) | y \geq$$

$$-\frac{2}{3}x + 2\}$$

$$C = \{(x, y) | x \leq 4\}$$

**又解**  $A \cap B \cap C$

$$= \{(x, y) | x - y + 2$$

$$\geq 0, \text{ 且}$$

$$2x + 3y - 6 \geq 0, \text{ 又且 } x - 4 \leq 0\}$$

故  $A \cap B \cap C$  为满足联立二元不等式:

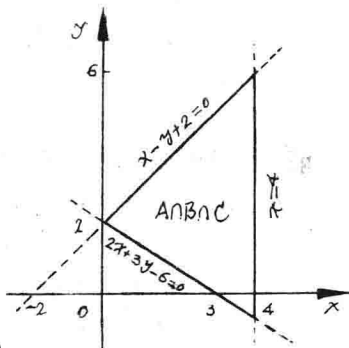


图 1-1

$$\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 2x + 3y - 6 \geq 0 \\ x - 4 \leq 0 \end{cases} .$$

的一切点  $(x, y)$  构成的集合,几何上是由直线  $x - y + 2 = 0$ 、 $2x + 3y - 6 = 0$  及  $x - 4 = 0$  构成的三角形(如图 1-1 所示)区域。

11 如果  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$ , 求:

(1)  $A'$       (2)  $B'$       (3)  $A' \cup B'$

(4)  $A' \cap B'$

**解** (用补集定义及集合并、交的运算)

(1)  $A' = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\} = \{4, 5, 6\}$

(2)  $B' = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin B\} = \{1, 3, 5\}$

(3)  $A' \cap B' = \{4, 5, 6\} \cap \{1, 3, 5\} = \{5\}$

(4)  $A' \cup B' = \{4, 5, 6\} \cup \{1, 3, 5\} = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

12  $U, A, B$  同第 11 题, 验证  $A - B = A \cap B'$ 。

**验证**  $A - B = \{1, 2, 3\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3\}$  ( $\because A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$ )

$A \cap B' = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} = \{1, 3\}$

故  $A - B = A \cap B'$

13 如果  $A$  是非空集合, 下列各等式哪些是对的? 哪些不对?

$A \cup A = A$     $A \cap A = A$     $A \cap A = \emptyset$     $A \cup \emptyset = A$

$A \cup \emptyset = \emptyset$     $A \cup U = U$     $A \cap U = A$     $A \cap \emptyset = A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$     $A - A = A$     $A - A = \emptyset$

**解法** 用集合并、交及差运算的性质(改过来)。

解 因  $A \cup A = \{x|x \in A \text{ 或 } x \in A\} = A$ , 故  $A \cup A = A$  对。

因  $A \cap A = \{x|x \in A \text{ 且 } x \in A\} = A$ , 故  $A \cap A = A$  对,

因  $A \cap A = A$  对, 而已知  $A \neq \emptyset$ , 故  $A \cap A = \emptyset$  不对

因  $A \cup \emptyset = \{x|x \in A \text{ 或 } x \in \emptyset\} = \{x|x \in A\} = A$ ,  
故  $A \cup \emptyset = A$  对。

$A \cup \emptyset = \emptyset$  错, 例如  $A = \{1, 2\}$ ,  $\emptyset \subset A$   $A \cup \emptyset = A \neq \emptyset$

$A \cup U = \{x|x \in A \text{ 或 } x \in U\} = U$ , 故  $A \cup U = U$  对。

$A \cap U = \{x|x \in A \subset U\} = A$ , 故  $A \cap U = A$  对。

$A \cap \emptyset = A$  不对, 因  $A \neq \emptyset$ ,  $\emptyset$  不含元素、空集故

$A \cap \emptyset = A$  不对。

$A \cap \emptyset = \emptyset$  对。

$A - A = A$  不对, 例如  $A = \{1, 2\}$ ,  $A - A = \{x|x \in A \text{ 且 } x \notin A\} = \emptyset$

$A - A = \emptyset$  对, 上已推证。

14 已知集合  $A = \{a, 3, 2, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, b\}$ , 若  $A \cap B = \{1, 2, 3\}$ , 求  $a$  和  $b$ 。

解 (用集合交及相等的定义)

已知  $A = \{a, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, b\}$ , 又知  $A \cap B = \{1, 2, 3\}$

由  $1 \in \{1, 2, 3\}$  得  $1 \in A = \{a, 2, 3, 4\}$  且  $1 \in \{1, 3, 5, b\}$

知得  $1 = a$ , 即  $a = 1$ 。

又由  $2 \in \{1, 2, 3\}$  得  $2 \in A = \{a, 2, 3, 4\}$  且  $2 \in B = \{1, 3, 5, b\}$

故得  $2 = b$ , 即  $b = 2$ 。

15 调查了某地区 100 个公社, 其中 70 个公社小麦亩产量在 250 公斤以上, 以集合  $A$  表示这些公社; 40 个公社棉花亩产量在 60 公斤以上, 以集合  $B$  表示这些公社; 小麦亩产在 250 公斤以上而棉花亩产在 60 公斤以下的有 55 个公社。试用集合表示下列各类公社, 并计算出各类公社的数目:

- (1) 麦、棉两项亩产均达到上述指标的公社;
- (2) 小麦亩产达到 250 公斤以上而棉花亩产在 60 公斤以上的公社;
- (3) 麦、棉至少有一项达到上述指标的公社;
- (4) 麦、棉两项均未达到上述指标的公社。

**解** 已知集合  $A$  表示小麦亩产在 250 公斤以上的公社,  $A$  含有 70 个公社, 集合  $B$  表示棉花亩产在 60 公斤以上的公社,  $B$  含 40 个公社, 设集合  $C$  表示小麦亩产在 250 公斤以上而棉花亩产在 60 公斤以下的公社,  $C$  含有 55 个公社,  $U$  表示某地区全部公社的集合,  $U$  含公社 100 个。

(1) 设集合  $D$  表示麦、棉亩产均达到上述指标的公社,  $D = A \cap B$ ,  $D$  的公社数是  $C$  与  $B$  的公社数之差:  $55 - 40 = 15$ (个)。

(2) 设集合  $E$  表示小麦亩产未达到 250 公斤以上而棉花亩产在 60 公斤以上的公社:  $E = A' \cap B$  或  $E = B - A$ ,  $E$  的公社数等于  $B$  的公社数减  $D$  的公社数:  $40 - 15 = 25$ (个)。

(3) 设集合  $F$  表示麦、棉至少有一项达到上述指标的公社,  $F = A \cup B$ ,  $F$  含的公社数是集合  $C$ 、 $D$  是  $E$  含的公社数之和:  $55 + 15 + 25 = 95$ (个)。

(4) 设集合  $G$  表示麦、棉两项指标均未达到上述指标的



公社:

$$G = A' \cap B' \text{ 或 } G = (A \cup B)'$$

$G$  含的公社数目是全集合  $U$  的公社数与集合下的公社数之差:  $100 - 95 = 5$ (个)

16 如果  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{c, d, e\}$ ,  $C = \{d, e, f\}$ , 验证  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

**验证法** 把已知的  $A, B, C$  代入所验证的恒等式左右, 验证所得的两个集合含相同的元素即得。

**验证** 把  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{c, d, e\}$ ,  $C = \{d, e, f\}$  分别代入所验证的等式左、右两边, 得

$$\begin{aligned} A \cap (B \cup C) &= \{a, b, c, d\} \cap (\{c, d, e\} \cup \{d, e, f\}) \\ &= \{a, b, c, d\} \cap \{c, d, e, f\} = \{c, d\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A \cap B) \cup (A \cap C) &= (\{a, b, c, d\} \cap \{c, d, e\}) \\ \cup (\{a, b, c, d\} \cap \{d, e, f\}) &= \{c, d\} \cup \{d\} = \{c, d\} \end{aligned}$$

故  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

17 用第 8 题的集合  $A$  与集合  $B$ , 验证摩根律。

**验证法** 把集合的并、交及补集定义用数学语言叙述, 从而验证摩根律的左、右两边的集合表示的人全相同, 故相等。

**验证** 已知  $A$  表示某单位会英语的人的集合,  $B$  表示某单位会日语的人的集合, 设  $U$  表示某单位的人的全集合。

**验** (i)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$

$(A \cup B)' = \{x | x \in U, x \bar{\in} A \cup B\} = \{x | x \in U, x \in A' \text{ 且 } x \in B'\}$  表示某单位不会英语且不会日语的人的集合,

$A' \cap B' = \{x | x \in U, x \bar{\in} A \text{ 且 } x \bar{\in} B\} = \{x | x \in U, x \in A' \text{ 且 } x \in B'\}$  表示某单位不会英语且不会日语的人的集