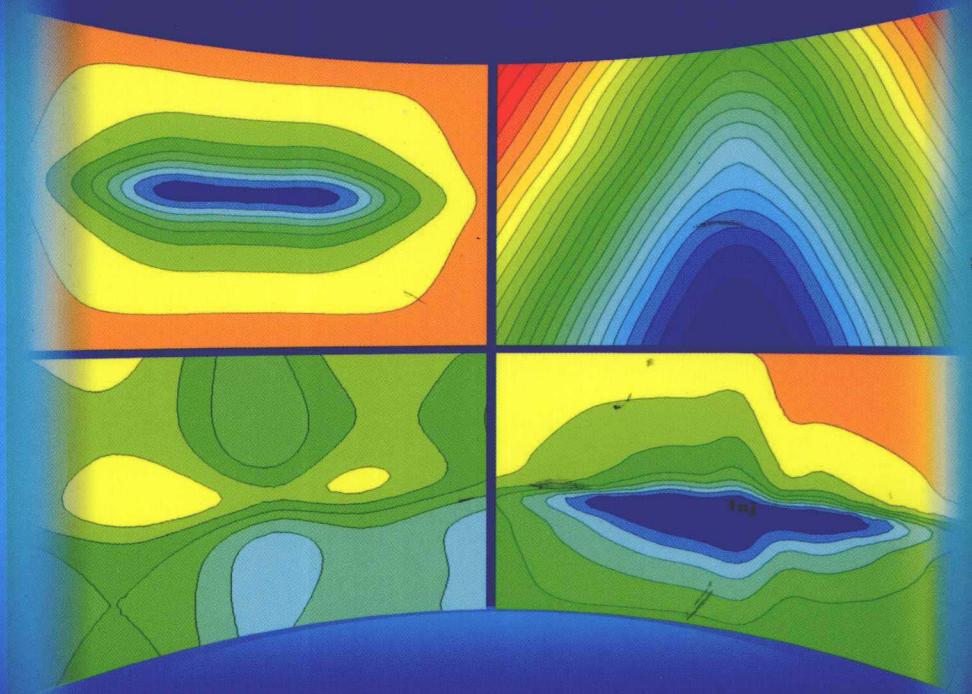


特低-超低渗透油藏储层分级评价 和井网优化数值模拟技术

杨正明 刘先贵 张仲宏 何 英 王学武 等著



石油工业出版社

特低-超低渗透油藏储层分级评价 和井网优化数值模拟技术

杨正明 刘先贵 张仲宏 何英 王学武 等著

石油工业出版社

内 容 提 要

本书通过实验、计算、理论推导和实际应用相结合的方法，对特低-超低渗透油藏储层分级评价和井网设计、调整技术进行了系统研究。书中分别论述了特低-超低渗透油藏微观孔隙结构特征、岩心可动流体、储层渗流规律、储层敏感性、井网快速评价技术、非线性渗流数值模拟方法等。

本书可作为石油工程技术人员、科学技术工作者及石油院校有关专业师生的参考用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

特低-超低渗透油藏储层分级评价和井网优化数值

模拟技术/杨正明, 刘先贵, 张仲宏等著.

北京: 石油工业出版社, 2012. 12

ISBN 978 - 7 - 5021 - 9357 - 7

I. 特…

II. ①杨…②刘…③张…

III. ①低渗透储集层—油藏评价

②低渗透储集层—井网 (油气田)—油藏数值模拟

IV. P618. 130. 2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 262847 号

出版发行: 石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址: <http://pip.cnpc.com.cn>

编辑部: (010) 64523612 发行部: (010) 64523620

经 销: 全国新华书店

印 刷: 北京中石油彩色印刷有限责任公司

2012 年 12 月第 1 版 2012 年 12 月第 1 次印刷

787×1092 毫米 开本: 1/16 印张: 18

字数: 300 千字

定价: 68.00 元

(如出现印装质量问题, 我社发行部负责调换)

版权所有, 翻印必究

前　　言

在我国石油工业中，低渗透、特低渗透、超低渗透油藏的勘探开发越来越具有重要的战略性地位，目前低渗透、特低渗透、超低渗透油藏已成为中国石油储量接替和新建产能的重要来源，该类油藏的有效开发技术是中国石油实现原油产量增长的重要技术手段。

从 2000 年以来，中国石油面临着储层物性越来越差，开发对象越来越复杂，储层评价标准不能满足现有储层渗流特征及科学分类要求，有效开发的井网适应性不足、多井低产、压后增产有效期短、有效能量补充难度大等难题，迫切需要以提高单井产量及稳产期、动用程度及采收率为核心，在有效储层分类评价、开发井网优化、有效能量补充、低伤害高效改造等方面开展攻关研究。

面对这些技术挑战，本研究团队从 2003 年起，在特低-超低渗透油藏储层分级评价和井网设计及调整方面进行系统研究，历时近十年，形成了特低-超低渗透油藏储层分级评价技术和井网设计及调整技术，实现了从实验测试、基础理论到油田技术的转变，已成功地应用于中国石油天然气集团公司大庆、吉林等油田 45 个区块。在研究过程中，得到了中国石油天然气集团公司科技发展部、中国石油天然气股份有限公司勘探与生产分公司科技处和油藏评价处、中国石油勘探开发研究院、大庆、长庆、吉林、华北和青海等油田及渗流流体力学研究所等单位的大力支持，在此表示感谢！

全书共分三篇，十二章。第一篇由杨正明、刘先贵、张仲宏、王学武、熊伟、熊生春、郭和坤、高树生、刘学伟、张亚蒲、孙军昌、齐亚东、郭和坤、李治硕、张英芝、李海波、周洪涛撰写，第二篇由何英、杨正明、刘先贵、王学武、熊生春、刘学伟、张亚蒲、齐亚东、刘志远、唐立根撰写，第三篇由杨正明、于荣泽、雷群、何英、刘学伟、王学武、张亚蒲、熊生春、徐庆岩、崔茂蕾、王玖珠、杜箫笙、徐轩、晏军撰写。本书在编写过程中得到了渗流流体力学研究所同仁的大力支持和帮助，并得到了国家科技重大专项（2011ZX05013）、中石油科技重大专项（2011B-1203 和 2011E-0307）的资助。本书对所用的资料数据尽量作了注明，但难免有不详及错误之处，请予以谅解。

著者

2012 年 8 月

目 录

第一篇 特低-超低渗透油藏储层分级评价技术

第一章 特低-超低渗透油藏微观孔隙结构特征及储层分级评价技术	
研究现状	3
第一节 恒速压汞研究微观孔隙结构特征的现状	3
第二节 核磁共振岩石分析技术的发展历程及应用现状	4
第三节 特低渗透油藏非线性渗流规律的研究现状	6
第四节 低渗透储层敏感性的研究现状	11
第五节 低渗透油藏储层分级评价的研究现状	12
第二章 特低-超低渗透油藏微观孔隙结构特征	17
第一节 恒速压汞实验基本原理	17
第二节 同一油区岩心微观孔隙结构特征及孔隙结构参数	19
第三节 不同油区岩心微观孔隙结构特征	23
第四节 启示与建议	27
第三章 特低-超低渗透岩心可动流体研究	28
第一节 可动流体简介	28
第二节 核磁共振测试可动流体原理	28
第三节 可动流体 T_2 截止值的确定	30
第四节 不同渗透率岩心核磁共振 T_2 图谱变化特征	38
第五节 不同区块岩心可动流体百分数测试结果分析	39
第六节 不同油区岩心可动流体百分数测试结果研究	41
第七节 启示与建议	44
第四章 特低-超低渗透油层渗流规律研究	46
第一节 微管流动实验	46
第二节 特低渗透岩心理论分析	49
第三节 特低渗透岩心非线性渗流测试实验新方法研究	52

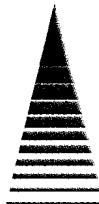
第四节 不同区块岩心非线性渗流测试结果分析	53
第五节 不同油区岩心非线性渗流测试结果分析	55
第六节 特低渗透油藏流体非线性渗流数学模型	57
第五章 特低-超低渗透油藏储层敏感性研究	59
第一节 四大油区典型特低渗透区块矿物成分和黏土含量分析	59
第二节 四大油区典型特低渗透区块敏感性研究	63
第六章 特低-超低渗透油藏储层分级评价方法及应用	72
第一节 低渗透油区五元综合储层分级评价方法	72
第二节 同一油区储层分类系数与储层参数、开发参数的关系	73
第三节 三大低渗透油区储层分类评价结果	75
第四节 储层分类与百万吨产能投资关系	78
参考文献	80

第二篇 特低-超低渗透油藏井网快速评价技术

第七章 特低-超低渗透油藏井网快速评价技术的理论基础	93
第一节 低渗透油田井网部署意义	93
第二节 有效动用系数及产量公式推导	96
第三节 应用计算与分析	120
第八章 特低-超低渗透油藏井网快速评价软件	129
第一节 软件的结构	129
第二节 软件操作界面	130
第九章 特低-超低渗透油藏井网快速评价技术的应用	134
第一节 特低-超低渗透油藏井网快速评价技术在大庆油田的应用	134
第二节 特低-超低渗透油藏井网快速评价技术在吉林油田的应用	144
第三节 特低-超低渗透油藏井网快速评价技术在华北油田的应用	146
第四节 井排距与有效动用系数关系图版	154
第五节 启示与建议	158
参考文献	159

第三篇 特低-超低渗透油藏井网优化的油藏数值模拟技术

第十章 特低-超低渗透油藏非线性渗流数值模拟方法	167
第一节 非线性渗流油藏数学模型	168
第二节 非线性渗流油藏数值模型	172
第三节 非线性渗流油藏数值求解方法	177
第十一章 特低-超低渗透油藏非线性渗流数值模拟软件	179
第一节 非线性渗流数值模拟软件介绍	179
第二节 非线性渗流数值模拟软件运算	183
第十二章 特低-超低渗透油藏非线性渗流数值模拟软件实际应用	217
第一节 吉林油田 A 区块非线性渗流数值模拟研究	217
第二节 长庆 W 区块非线性渗流数值模拟研究	257
第三节 启示与建议	276
参考文献	278



第一篇

特低-超低渗透油藏储层 分级评价技术

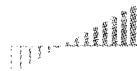
第一章 特低-超低渗透油藏微观孔隙结构特征及储层分级评价技术研究现状

第一节 恒速压汞研究微观孔隙结构特征的现状

储层孔隙结构是指岩石所具有孔隙和喉道的几何形状、大小、分布及其相互连通关系。由于油、气、水是在储层岩石连通的孔隙中流动的，孔隙结构特征对孔喉中流体的流动具有重要影响，因此研究岩石微观孔隙结构特征是研究流体渗流规律的基础。

目前，对岩石微观孔隙结构特征的研究方法可分为两大类：第一类是直接的实验方法，主要包括铸体技术、压汞法、离心法、半渗透隔板法、吸附法和光学方法等；第二类是数字岩心技术，该技术利用微观模拟模型可以模拟岩心中的孔隙的大小分布、孔隙的网络拓扑结构等，主要包括毛细管模型、球形颗粒堆积模型、格子模型和网络模型。目前研究孔隙微观结构特征的方法主要以实验方法为主，是数字岩心技术的研究基础。

恒速压汞（CRMI）是近年来出现的一种高精度孔隙结构研究技术，整个进汞过程中保持汞的注入速度恒定，以便监测汞毛细管压力，能准确地刻画微观孔隙结构特征。其主要实验原理是实验过程中保持恒定的注入汞速度，监测注入过程中压力的微小变化。恒速压汞技术的提出经历了长期的积累和发展过程。在国外，1959年，J. I. Gates在实验室使用汞孔隙度仪测定含有较大孔洞的碳酸盐岩心孔隙度时，就观察到在汞进入岩心过程中毛细管压力出现波动的现象。1966年，Crawford 和 Hoover 等人使用图表记录了在水驱油过程中注入压力的波动情况，更加清晰地反映了非混相驱替过程中由于岩石微观孔隙结构变化所引起的毛细管压力波动。1970年，Morrow 对非润湿相以极低的注入速度驱替润湿相实验过程进行了详细研究，同样观察到驱替过程中注入压力的波动现象，并引入了一些术语来描述压力波动的特征。1971年，C. Gaulier 在 SPE 会刊上发表了一篇关于恒速压汞技术设计思想、合理性分析及数据处理方法的研究论文，C. Gaulier 还给出了几种数据处理的实例。当时他设计的实验仪器测



试精度较低，很多关键概念只是初步定义，但该仪器能够测试的实验样品体积较大。1984年，H. H. Yuan 和 B. F. Swanson 两位学者在 C. Gaulier 研究的基础上提出了更加完整的恒速压汞技术思想，他们设计了更加精密的实验仪器，使得该项技术具有了规模化应用的商业基础。通过对恒速压汞思想和储层岩石孔隙结构本身的研究，提出对于储层岩石由于喉道和孔道大小的差别必然导致毛细管压力的明显波动，因此通过这种波动就可以将 C. Gaulier 所认为的基质部分孔、喉进一步区分出来，同时他们也给出了数据处理的实例，其侧重点不仅在于反映多孔介质喉道、孔道各自的发育规律，而且将岩石的静态性质与其渗流动态特征联系起来，给出了使用孔道进汞饱和度预测水湿储层残余油饱和度的方法，大大拓宽了恒速压汞技术的应用范围。1990年，H. H. Yuan 在 SCA 会刊上发表了题为“Advances in APEX technology”的论文。在前期研究的基础上，该文首先提出了使用恒速压汞数据表征岩石微观孔隙结构非均质性的方法，即喉道、孔道分布的多峰态特征，得到孔道和喉道的三维分布图。1994年，Toledo 详细描述了 CRMI 的运动过程，推导了数学模型，在此基础上利用 Monte Carlo 模拟方法进行了数值模拟。1999年，Potter 综合分析了 CRMI 测试结果和孔隙网络模型，计算了实际岩心的渗透率和采收率。1999年，中国石油勘探开发研究院廊坊分院渗流流体力学研究所（简称廊坊分院渗流所）引入了国内首台恒速压汞测试仪。2003年，王金勋在恒速压汞实验测试分析的基础上，以网络模型 Bethe 为核心，模拟计算了储层的相对渗透率。2006年，杨鹏等人综合利用恒速压汞测试技术研究了微生物在储层中的运移能力。2006年，于俊波等人在研究低渗透储层中应用了恒速压汞技术，实验结构显示控制渗流能力的主要因素是喉道。杨正明等学者应用恒速压汞对低渗透油藏、低渗透气藏和火山岩气藏的微观孔隙结构特征进行了研究，分析了喉道半径分布对储层渗流能力的影响，认为平均喉道半径是储层分级评价的重要参数。时宇（2009）对利用恒速压汞得到的孔喉分布进行分形研究，发现储层喉道分布具有分形特征，而孔隙半径的分布不具备分形特征。

第二节 核磁共振岩石分析技术的发展历程及应用现状

1946年，斯坦福大学的 Bloch 教授和哈佛大学的 Purcell 教授各自独立发现了核磁共振（NMR）现象，Brown 和 Fatt 于 1956 年研究发现，流体在多孔介

质中时，其 NMR 弛豫时间与在自由状态相比明显变小，该现象为核磁共振技术岩心室内实验和矿场核磁共振测井解释的发展奠定了基础。许多学者进行的大量实验研究也表明，流体的核磁共振弛豫时间与其孔隙大小有关，孔隙半径越大，弛豫时间越长，孔隙半径越小，弛豫时间越短，尤其是对于球形孔隙空间，其核磁共振弛豫时间与球体半径成严格的线性关系。1960 年，斯伦贝谢公司研制出第一台用于石油工业的核磁共振仪。1966 年，Seevers 通过研究多孔介质中的弛豫特征发现，核磁共振 T_2 分布与其渗透率具有一定的对应关系。1968—1969 年，Timur 提出了自由流体指数概念，并且提出了利用 NMR 测量岩石的渗透率、孔隙度和自由流体指数等参数的实验方法，1979 年，Brownstein 和 Tarr 提出了核磁共振在岩石等多孔介质材料中的弛豫理论，这些都为核磁共振技术在石油工业中的进一步应用提供了坚实的理论基础。1990 年，美国 NUMAR 公司的 MRIL-B 型核磁共振成像测井仪器投入使用，得到了反映岩石核磁共振弛豫特性的 T_2 弛豫谱。 T_2 弛豫谱技术不仅广泛地应用于核磁测井解释，也成为低磁场核磁共振岩心分析的关键技术之一。

核磁共振技术在石油领域中的应用主要集中在两个方面，一是利用核磁共振进行测井及解释评价，二是利用低磁场核磁共振进行室内岩心评价分析，后者可以获得更加准确多样的岩石信息，包括渗流机理以及对提高采收率基础理论的辅助研究。

在我国，从 20 世纪 80 年代初，中国科学院武汉物理所和江汉石油学院开始关注国外核磁共振在石油工业方面的应用发展，并在出版的测井专著中专门介绍了核磁共振技术及其测井应用的基本原理。1991 年，廊坊分院渗流所成功地引进了国内第一台具有世界先进水平的核磁共振成像仪，并进行了大量的渗流力学和岩心分析方面的研究性工作，于 1996 年研发出了具有国际先进水平的低磁场（共振频率为 2~5MHz）核磁共振岩心分析系统，研制出了多种适合岩心分析的脉冲序列及多弛豫反演技术，从而可以对渗透率、孔隙度、可动流体等油气田开发重要的基础数据进行快速无损检测，同时还开展了核磁共振测井的应用基础研究和定标工作。2001 年，王为民利用低磁场核磁共振技术，对大庆头台油田低渗透砂岩、新疆小拐油田砾岩和砂岩、长庆安塞油田砂岩和青海狮子沟油田灰质泥岩等 4 个典型低渗透油田、3 种不同岩性、165 块岩心的可动流体进行了系统测试评价研究，研究表明可动流体百分数是评价低渗透油田开发潜力的关键物性参数之一，微裂缝发育程度、黏土充填孔隙程度及次生孔隙

发育程度等微观孔隙结构特征是影响低渗透油田可动流体的主要因素。高敏（2000）、运华云（2002）、唐小梅（2003）等人研究发现核磁共振谱特征与储层孔隙结构存在密切的关系。刘堂宴（2003）、何雨丹（2005）等人研究了利用 T_2 信号表征储层孔隙结构的方法。2006 年，杨正明等人提出将可动流体百分数作为低渗透油藏储层分级评价的表征参数之一，并于 2007 年分析了不同特低渗透开发区块可动流体百分数的变化规律。2008 年，王瑞飞等人利用核磁共振技术，对鄂尔多斯盆地延长组特低渗透砂岩储层样品进行了测试分析，分析了特低渗透岩心对可动流体的赋存特征及影响因素。李艳等人改进了 T_2 弛豫时间与转化为孔喉半径的方法。2009 年，王学武等人利用核磁共振技术，研究了油水两相渗流规律，揭示了特低渗透岩心排驱和吸入过程的束缚水、残余油和采出油在不同孔隙中的分布，讨论了其形成机制，并定量研究了驱替过程中渗吸作用的程度。与此同时，杨正明等人利用核磁共振技术研究了煤层气、低渗透砂岩气藏和火山岩气藏不同渗透率下的微观孔隙结构特征和可动流体百分数的变化规律，大大拓宽了核磁共振岩石分析技术在石油工业的应用范围。

第三节 特低渗透油藏非线性渗流规律的研究现状

一、非线性渗流实验研究进展

1856 年，法国水利工程师达西利用自行研发的实验装置，揭示多孔介质中流体的流动规律，提出了达西定律，即流速和压力梯度呈过原点的直线关系。随后，以达西定律为基础的多孔介质流体渗流理论广泛应用于石油工业、土木工程、生物渗流和水利学等许多领域中。但进入 20 世纪以来，人们发现当流体渗流速度很低或很高时，流体在多孔介质中流动时并不遵循达西定律，达西定律存在一定的应用范围。

在国外，1924 年，苏联学者 H. JI. 布兹列夫斯基首先指出，在有些情况下，多孔介质中要使液体发生渗流，必须超过一个初始的压力梯度。B. A. 弗洛林于 1951 年研究水在土壤中的渗流问题时提出，只有当驱动压力梯度增大到某一个值时，水才能开始流动。在压力梯度比较小的条件下，水是不能流动的，这是因为水是束缚水，被岩石固体颗粒的表面分子具有的表面作用力所俘留，在狭窄的孔隙中是不能流动的。1954 年，Tunn 和 Von Englehardt 在一系列的

岩石中，通过精细实验发现低速非达西现象。1963年，Miller等学者研究了黏土中水的渗流时考虑提出了启动压力梯度的问题。Basak(1970)和Dud geon(1966)发现三个渗流阶段，即Pre-Darcy、Darcy和Post-Darcy。马尔哈辛在1977年从孔隙微观结构分析了启动压力梯度存在的原因和产生机理。Prada和Civan测试了盐水在不同速度下流过岩心，于1999年得到了启动压力梯度与流度的关系。Alvaro P等学者从实验上也证实了在某些特殊情况下确实存在启动压力。

在国内，阎庆来等学者通过对低渗透油藏中单相及油水两相渗流实验的总结，得到了如下结论：油藏流体在较低渗流速度下的流动为非达西渗流，渗流曲线上存在非线性渗流段，并且渗透率越低，非线性渗流段越长，存在越大的启动压力梯度值；在较高渗流速度下为拟线性渗流，并且具有启动压力梯度。对于油水两相渗流，低渗透油藏中的渗流规律与高渗透层也有区别：低渗透层的油水过渡带要长于高渗透层的油水过渡带，渗透率越低，过渡带就会越长，高渗透层则不然。

黄延章等学者通过分析大量实验资料，总结阐述了油水在低渗透油藏中渗流的基本特征：在较低的压力梯度范围内，渗流曲线呈现为非达西渗流曲线；在较大的压力梯度下，渗流速度呈直线变化，存在平均启动压力梯度，即为延伸的直线段与压力梯度轴的交点，该点不经过坐标原点；渗流特征与流体性质和渗透率有关，原油黏度越大或渗透率越低，非达西曲线段延伸就会越长，存在的启动压力梯度就会越大。

产生非线性渗流的机理比较复杂，国内外学者对此也进行了大量的研究工作。在前人研究的基础上，Swartzendruber认为土壤中的非线性流动源于非牛顿流体的黏滞性，该黏滞性是黏土和水相互作用引起的。Miller和Lutz认为非线性渗流是由存在于颗粒表面的吸附水层造成的，吸附水层是不可动的。Mitchell认为随着流速的增加，颗粒发生运移是产生非线性的主要因素。在国内对低渗透非线性渗流机理的研究也较多，廊坊分院渗流所、中国石油大学、大庆石油学院、江汉石油学院、西南石油学院、西安石油学院等相继进行了相似的研究。邓英尔基于毛细管假设进行了固液界面分子力作用的研究，提出较强的固液界面间的分子力造成了低渗透油藏流体的非线性渗流。黄延章通过系统研究非线性渗流机理，提出了边界流体（即流体的性质受界面现象影响）与体相流体（流体的性质不受界面现象影响）的概念，认为低渗透储层固液边界层

和较小的喉道半径是造成非线性渗流的主要原因。徐绍良等学者研究了微毛细管中去离子水的流动，研究表明边界层流体对流体渗流特征的影响随着管径尺寸的减小而变大；边界层流体厚度为压力梯度的函数度，且随着压力梯度的增加，边界层流体厚度按指数规律递减；随着压力梯度增大，毛细管束有效渗透率增大，并最终趋向理论值。形成低渗透油藏非线性渗流的重要原因之一是边界层流体。刘德新等人研究了低渗透油藏渗流的影响机理，主要从玻璃微珠表面的吸附水层出发，以吸附水层厚度随离心速度的变化实验为基础，研究结果表明，在中高渗透油藏中，渗流横截面随吸附水层的厚度变化小，渗流规律符合达西定律，主要是因为中高渗透油藏中，孔隙喉道较大；而在低渗透油藏中，特别是在低流速流动情况下，吸附水层厚度与孔隙喉道半径处在同一数量级，影响流体渗流的主要因素就是吸附水层厚度，吸附水层厚度的变化能够解释低渗透油藏中流体低速流动时的非达西特征。非线性渗流产生的主要原因之一是低渗透岩心的孔喉半径分布。

国内外许多研究人员采用不同实验方法模拟研究了流体在低渗透多孔介质中的流动，其实验方法可归为三类：一类为压差—流量法，是采用高精度的流量计和驱替泵进行岩心流动测试的实验方法；一类为毛细管平衡法，将毛细管与传统的“压差—流量法”相结合来测定真实启动压力梯度的实验方法；另外一类为定压水头法，是廊坊分院渗流所刘学伟和杨正明等人在2005年提出的实验方法。常规的压差—流量法，存在受外界环境影响大、计量误差大等缺陷，并且实验设备的精度有限，该方法无法在更小的压力梯度测量范围内反映非线性渗流情况。对于改进的压差—流量法，定压水头法是比较经典的，该方法是把盛流体容器放置在滑竿上，提供压力梯度的方法是靠改变容器的高度。该方法能够避免流体流动对岩心造成的伤害，并且也大大减小了最小可测压力范围，但实验室设备存在限制，计量仍然是依靠天平，因此可测最大压力值会偏小，不能测量在较大的压力范围内流体渗流曲线的变化。毛细管平衡法的优点是能够比较直观地观察到启动压力这一现象，缺点是耗时长、难于操作，并且只能得到启动压力值，而不能记录实验过程中的流速与压力值，无法呈现完整的流体驱替压力—渗流速度曲线。

二、非线性渗流模型研究现状

1856年，法国工程师Darcy提出了Darcy定律，即：

$$v = K_i \frac{H_1 - H_2}{\Delta L} = K_i \frac{\Delta p}{\Delta L} = K_i J \quad (1-1)$$

式中 K_i ——渗透率系数；

$H_1 - H_2$ ——流体入口与出口水头差；

J ——压力梯度。

B. A. 弗洛林在研究水在致密泥岩和硬黏土中流动时，于 1951 年提出了具有启动压力梯度的分段函数模型：

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial x} < i_0, v = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial x} \geq i_0, v = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial H}{\partial x} \left(1 - i_0 / \frac{\partial H}{\partial x}\right) \end{cases} \quad (1-2)$$

之后，Swartzendruber 提出了离子水在土壤中流动的运动方程：

$$q = \left(\frac{K}{\mu} - K \frac{dE}{dp}\right) \frac{dp}{dx} \quad (1-3)$$

1953 年，A. X. 米尔札杰提出了孔隙介质中钻井液渗流速度的关系：

$$W = \frac{K_0 \Delta p}{\mu_0 l} \left[1 - \frac{4}{3} \frac{\Delta p_0}{\Delta p} + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta p_0}{\Delta p} \right)^4 \right] \quad (1-4)$$

Irmay 在 1958 年研究水在土壤中的渗流时，提出用分段函数来描述流体的非线性流动，该分段函数具有门限压力梯度：

$$\begin{cases} \vec{q} = 0, J < J_0 \\ \vec{q} = K_c \vec{J} (J - J_0) / J, J \geq J_0 \end{cases} \quad (1-5)$$

1960 年，B. И 苏尔塔诺夫提出了黏塑性液体原油的达西定律：

$$W = \frac{K_0}{\mu_0} \frac{\Delta p - \Delta p_0}{l} \quad (1-6)$$

在国内，带启动压力梯度的数学模型获得了较大的发展，通用的启动压力梯度模型表述为：

$$v = \frac{K}{\mu} \left(\frac{\Delta p}{L} - \lambda \right) \quad (1-7)$$

冯文光、葛家理、阎庆来等人较早地引入了分段函数模型，该模型带启动压力，易于计算且形式简单，广泛地应用于国内低渗透油藏领域。之后黄延章研究员提出了更精确的分段函数模型：

$$\begin{cases} v = 0 \left(\frac{\Delta p}{L} \leq \lambda_a \right) \\ v = \frac{K}{\mu} \left(\frac{\Delta p}{L} - \lambda_a \right)^n \left(\lambda_b \geq \frac{\Delta p}{L} \geq \lambda_a \right) \\ v = \frac{K}{\mu} \left(\frac{\Delta p}{L} - \lambda_b \right) \left(\frac{\Delta p}{L} \geq \lambda_b \right) \end{cases} \quad (1-8)$$

式中 v ——渗流速度；

K ——渗透率；

Δp ——流动压差；

L ——模型长度；

μ ——流体黏度；

λ_a ——真实启动压力梯度；

λ_b ——最大启动压力梯度。

姚约东提出了分段函数模型，该模型是根据阻力系数与雷诺数间的关系曲线，并且基于渗流速度而划分：

$$\begin{cases} \frac{\Delta p}{\Delta l} = \text{常数(超低速区)} \\ v = c \left(\frac{\Delta p}{\Delta l} \right)^{\frac{1}{2-n}} \text{(低速渗流区)} \\ v = \frac{K}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta l} \text{(达西流区)} \end{cases} \quad (1-9)$$

邓英尔提出了带有三参数的单一函数模型：

$$v \left(a_1 + \frac{a_2}{1 + b_1 \cdot v} \right) = \nabla p \quad (1-10)$$

杨清立提出了带有两参数的单一函数模型：

$$v = \frac{K}{\mu} \nabla p \left(1 - \frac{1}{a + b |\nabla p|} \right) \quad (1-11)$$

上述模型所需参数只有两个，应用更方便。

2010年，杨正明等人提出了广义的非线性渗流模型，非线性渗流物理意义更加明确：

$$v = \frac{K^*}{\mu} \nabla p \left[1 - \frac{\delta_i}{\nabla p} \right] v = \frac{K(\nabla p)}{\mu} \nabla p \left[1 - \frac{\delta_i}{\nabla p} \right] \quad (1-12)$$